

4.2.4. Зависност на диелектричната пропусливост од фреквенцијата (дисперзија)

Во општ случај поларизацијата е сумарен ефект на повеќе процеси кои се одвиваат со различна брзина (постојат повеќе видови поларизации). Секоја честичка чие движење е носител на некоја од поларизациите (електрон, атом, молекула, дипол) има своја сопствена фреквенција на осцилирање ω_{oi} . Ако фреквенцијата на приложеното поле е доста помала од оваа фреквенција ($\omega \ll \omega_{oi}$), соодветната поларизација ќе се одвива синхронно со промените на полето, т.е. без закаснување. Но со доближувањето на фреквенцијата ω кон ω_{oi} , овој синхронизам полека се губи, што резултира во намалување на релативната диелектрична пропусливост. Таа појава позната е уште под името “дисперзија”.

Кај диелектриците кај кои се присутни истовремено повеќе механизми на поларизација, зависноста на ϵ_r од ω е сложена. За полесно разбирање, ќе посматраме по ред такви хипотетички диелектрици, каде постои само еден вид поларизација, а на крајот диелектрик кај кој постојат сите видови поларизација истовремено. Притоа ќе се ограничимо само на физичкото објаснување, без да се упуштаме во целосни математички изведувања на зависностите, кои може да се најдат во специјална литература.

Дисперзија при електронска и(или) јонска поларизација

До решение на овој проблем се доаѓа ако се посматра движењето на електронот (или атомот - јонот) под дејство на локалното електрично поле во простопериодичен режим.

Движењето на една наелектризирана честичка во електрично поле може да се моделира со еластично сврзана наелектризирана честичка со товар q и маса m во едена централна точка. Движењето на ваква честичка се опишува со диференцијална равенка од втор ред. На опишаниот систем делуваат овие сили:

$F_1 = qE'$ - сила со која локалното поле делува на честичката (електронот);

$F_2 = cx$ - привлечна сила со точката на прицврстување (јадрот на атомот); c е коефициент на пропорционалноста;

x - е отклонот од јадрото;

$F_3 = r \frac{dx}{dt}$ - Ова е силата на “триење” r е коефициентот на пропорционалност. Оваа сила предизвикува загуби на енергија во системот, потребни за да се спроведе процесот на движење (поларизација);

$m \frac{d^2x}{dt^2}$ е силата на инерција.

При присуство на сите три сили и силата на инерцијата, се добива следната диференцијална равенка:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + cx = qE' \quad (4.27)$$

Десната страна ја претставува принудната компонента на преодниот процес.

Нас не нè интересира отклонувањето x туку поларизацијата која се добива преку него:

$$\vec{p} = q\vec{x} \quad \text{односно} \quad \vec{P} = nq\vec{x}.$$

Така диференцијалната равенка изразена преку поларизацијата P и водејќи сметка и за изразот за локално поле ($\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$) е:

$$\frac{m}{nq} \frac{d^2 P}{dt^2} + \frac{r}{nq} \frac{dP}{dt} + \frac{cP}{nq} = q \left(E + \frac{P}{3\epsilon_0} \right)$$

односно

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2a \frac{dP}{dt} + \left(\omega_0^2 - \frac{nq}{3m\epsilon_0} \right) P = \frac{nq^2}{m} E \quad (4.28)$$

каде $2a = \frac{r}{m}$ е “коефициентот на триење” а $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ е сопствената фреквенција на осцилирање на честичката (резонантната фреквенција) (Изразот во заградата покажува дека поларизацијата на околната средина ја намалува сопствената фреквенција). Горната равенка е општа равенка, но за поедини фреквентни подрачја таа може да има и упростена форма.

Ние ќе ги посматраме и дискутираме готовите решенија на горната равенка.

Така, нека електричното поле биде простопериодично:

$$\vec{E} = E_m e^{j\omega t} \quad (4.29)$$

Решение изразено преку поларизацијата P е:

$$\vec{P} = P_0 e^{j(\omega t - \beta)} = \frac{\frac{nq^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega 2a} E \quad (4.30)$$

Овде n е број честички по единица волумен, q е товарот на честичката, “ a ” е коефициент кој го зема предвид “триењето”, ω е фреквенцијата на електричното поле, а ω_0 е сопствената фреквенција на честичките, m е масата.

Од равенката (4.30) гледаме дека векторот P заостанува зад полето E за агол β (овде β претставува агол). Од интерес е да се дискутираат разни случаи на односите на фреквенциите ω на приложеното електрично поле и сопствената фреквенција ω_0 . При ниски фреквенции ($\omega \ll \omega_0$) членот со $2a$ може да се занемари, а исто така и членот ω^2 . Тогаш и аголот β е 0 и нема временско заостанување на поларизацијата зад полето.

Ако фреквенцијата на надворешното поле се приближи на сопствената настапува резонанција. Членот со $2a$ во именителот не треба да се занемари и се јавуваат загуби на енергија. Условот $\omega = \omega_0$ кај електронската поларизација е исполнет при фреквенции од ултравиолетовиот дел од спектарот, а кај јонската - од инфрацрвениот.

Релативната диелектрична пропусливост при било која од брзите поларизации е:

$$\varepsilon_r^* = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{\frac{nq^2}{m\varepsilon_0}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\alpha\omega} \quad (4.31)$$

Со алгебарски трансформации (разделување на реалниот и имагинарниот член) се добиваат обете компоненти, ε_r' и ε_r'' и во општ случај постојат обете компоненти.

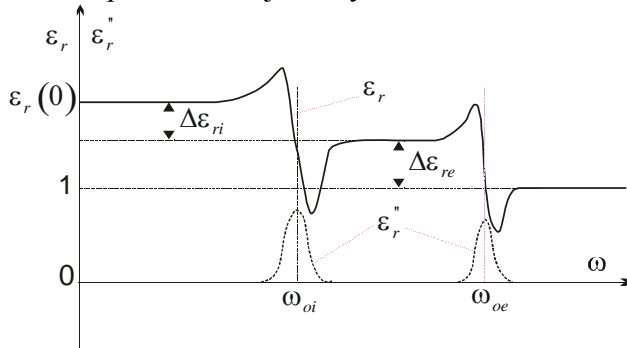
Изразот (4.31) го дава целосниот израз за дисперзијата, односно зависноста на релативната диелектрична пропусливост од фреквенцијата. Во анализата е земено постоење само на еден вид честички напр. електрони. Ако сакаме да ги земеме предвид и јоните, во вториот член на (4.31) треба да постои сумирање.

Сопствените фреквенции на електронската и јонската поларизација се ω_{oe} и ω_{oi} . Ако фреквенцијата на електричното поле ω е далеку под сопствената фреквенција на јонската поларизација ($\omega < 10^{10}$ Hz) членовите кои содржат ω во (4.31) се занемаруваат. Сега важи:

$$\varepsilon_r' = 1 + \sum_s \frac{n_s q_s}{\omega_{os}} = 1 + \Delta\varepsilon_{re} + \Delta\varepsilon_{ri} \quad (4.32)$$

(s прима вредности “ e ” или “ i ”).

Во ваков случај диелектричната пропусливост нема имагинарен член, имено $\varepsilon_r'' = 0$. При повисоки фреквенции од 10^{10} Hz, имагинарниот дел ε_r'' не смее да се занемари и во диелектрикот постојат загуби.



сл.4.10: Дисперзија при брзите поларизации (електронска и јонска); зависност на ε_r' и ε_r'' од фреквенцијата.

На сликата 4.10 дадена е зависноста на ε_r' и ε_r'' во функција од фреквенцијата. Гледаме дека при $\omega \leq \omega_o$ и ε_r' расте. Оваа област се вика област на нормална дисперзија. При резонанцијата, ε_r' нагло опаѓа при порастот на ω , што се вика аномалична дисперзија. Имагинарната компонента ε_r'' максимална е при самата резонанција, што е пропратено со големи загуби на енергија, а при фреквенции подалеку од резонантна и имагинарната компонента и загубите се еднакви на нула. При пови-

соки фреквенции од највисоката резонантна, поларизацијата полека се губи и ε_r' се стреми кон 1.

Дисперзија при диполно - релаксационата поларизација

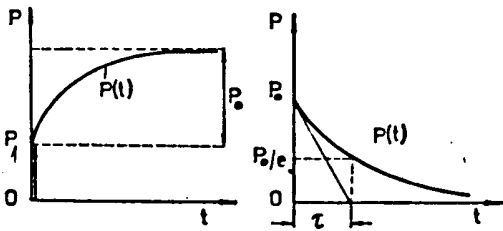
Зависностите кои ќе ги изнесеме овде важат при сите видови релаксациони поларизации.

Во ваков диелектрик се претпоставува дека покрај диполната релаксациона поларизација, присутни се и брзите (електронската во секој случај). Сега посматраме фреквенции помали од 10^{10} при кои брзите поларизации се целосно присутни. Во овие услови може да се напише:

$$P(t) = P_1 + P_2(t) \quad (4.33)$$

каде $P_1 = \varepsilon_0 h_1 E$ ги претставува брзите поларизации, а $P_2(t)$ - релаксационата поларизација. Втората компонента $P_2(t)$ при еднонасочно нагло приклучено поле се воспоставува по експоненцијален закон во текот на времето (сл.4.11) и тоа:

за $t = 0$ и $P_2(t) = 0$, а за $t = \infty$ $P_2(\infty) = \varepsilon_0 h_2 E = P_0$;



сл.4.11 Промена на поларизацијата на диелектрикот при диполно - релаксациона поларизација

$$P_2(t) = h_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \varepsilon_0 E = P_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (4.34)$$

каде τ е временската константа на преодниот процес. Според тоа, за $t \rightarrow \infty$, важи:

$$P = P_1 + P_0 = \varepsilon_0 E (h_1 + h_2) \quad (4.35).$$

$$\varepsilon_{r,dr} = 1 + h_1 + h_2$$

Според тоа, диполно релаксационата поларизација се одвива по експоненцијален закон и за време од 3τ практично е воспоставена, а брзата поларизација дава еден константен скок кој се воспоставува практички моментално во $t=0$, сл.4.11. Времето на воспоставувањето на поларизацијата зависи од нејзиниот вид и се движи од 10^{-8} s кај најбрзите видови па до ред величини минути кај миграционата поларизација. После исклучувањето на надворешното еднонасочно поле настанува деполаризација, пак по експоненцијален закон со иста временска константа τ . Временската константа τ зависи од видот на диелектрикот, од вискозноста (ако диелектрикот е течен) и од температурата. Таа зависност општо е дадена со

$$\tau = A e^{\frac{a}{T}}$$

каде “A” и “a” се константи за даден диелектрик, а T е температурата.

Ако приложеното електрично поле е синусоидална функција на времето, во стационарен режим е

$$P_2(j\omega) = \frac{h_2}{1 + j\omega\tau} \varepsilon_0 E \quad P(j\omega) = \left[h_1 + \frac{h_2}{1 + j\omega\tau} \right] \varepsilon_0 E = h^* \varepsilon_0 E \quad (4.36)$$

каде h^* е комплексен вид на диелектричната сусцептибилност. Ако изразот за h^* се рационализира (се раздели реален од имагинарен дел) конечно за релативната диелектрична пропусливост ε_r^* се добива:

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_r - j\varepsilon_r'' = 1 + h^* = 1 + h_1 + \frac{h_2}{1 + (\omega\tau)^2} - j \frac{h_2\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (4.37)$$

Врз основа на изразот (4.37) може да се суди за релативната диелектрична пропусливост при разни фреквенции.

Ако $\omega = 0, \Rightarrow \varepsilon_{r0} = 1 + h_1 + h_2; \quad \varepsilon_r'' = 0.$

Ако $\omega \rightarrow \infty, \Rightarrow \varepsilon_{r\infty} = 1 + h_1, \quad \varepsilon_r'' = 0.$

Гледаме дека во вториот случај релативната диелектрична пропусливост е реална величина и одредена е само со брзите поларизации, а бавната релаксациона поларизација не може да ги следи промените на полето.

При некои средни фреквенции важи:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r\infty} + (\varepsilon_{r0} - \varepsilon_{r\infty}) \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad \varepsilon_r'' = (\varepsilon_{r0} - \varepsilon_{r\infty}) \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (4.38)$$

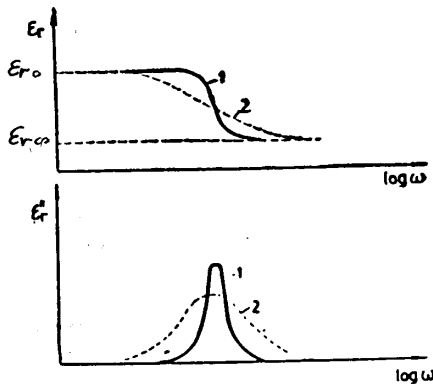
Ако $\varepsilon_{r\infty}$ го означиме со ε_{r1} , а разликата $\varepsilon_{r0} - \varepsilon_{r\infty}$ со $\Delta\varepsilon_{r2}$ (овој го преставува прирастот заради диполно-релаксационата поларизација), може да се напише:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r1} + \Delta\varepsilon_{r2} D_1 \quad \varepsilon_r'' = \Delta\varepsilon_{r2} D_2 \quad (4.39)$$

каде

$$D_1 = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} \quad D_2 = \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (4.40)$$

се таканаречените функции на Дебај.



сл.4.12: Дисперзија при диполно-релаксационата поларизација.

1- Присуство на еден вид честички;

2- присуство на повеќе видови честички

Изведените равенки за ε_r и ε_r'' се добиени под услов во диелектрикот да има само еден вид диполно релаксациона поларизација, односно диелектрикот е изграден само од еден вид честички со иста фреквенција на осцилирање. Во реалните диелектрици се содржат обично разни молекули со различно време на релаксација. Во тој случај компонентата $P_2(t)$ се состои од повеќе компоненти, секоја со различно време τ . Овој факт ќе се одрази на ублажување на зависноста на ε_r и ε_r'' (на сликата 4.12 линиите означени со 2).

Како заклучок за диполно-релаксационата поларизација би можеле да кажеме дека при фреквенции помали од резонантната, ε_r е константна реална величина, а при приближување кон резонанцијата се намалува. Компонентата ε_r'' минува низ максимум при резонантната фреквенција. Резонантната фреквенција лежи во микробрановата област на фреквенциите. Практички загуби на енергија има при $100 < \omega\tau < 0,01$.

Заклучок во врска со дисперзијата

Ако претпоставиме дека во еден диелектрик се присутни механизмите на повеќе поларизации можеме да заклучиме:

-Брзите поларизации (електронска и јонска) се опишуваат со равенките (4.32),

$$\varepsilon_r = 1 + \Delta\varepsilon_{re} + \Delta\varepsilon_{ri}$$

-Сите релаксациони поларизации се опишуваат со равенките на Дебај, (4.39)

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r1} + \Delta\varepsilon_{r2}D_1; \quad \varepsilon_r'' = \Delta\varepsilon_{r2}D_2$$

-Секоја поларизација се карактеризира со сопствена резонантна фреквенција ω_{oi} на оптоварените честички, при што важи

$$\omega_{oi} = 1/\tau_{oi}. \text{ При резонантна фреквенција важи } \omega = \omega_{oi} \text{ и } \omega\tau = 1.$$

Сопствените фреквенции за разни видови поларизации се различни и изнесуваат од 10^{15} Hz кај електронската, преку 10^{13} Hz кај јонската, па $(10^6 - 10^8)$ Hz кај диполно-релаксационата и $(10^{-2} - 10^2)$ Hz кај миграционата.

Секоја поларизација ги следи промените на ел. поле (било моментално било со извесно закаснување) се до фреквенции блиски до сопствената резонантна. При повисоки фреквенции соодветната поларизација ослабува и релативната диелектрична пропусливост намалува, т.е. се јавува дисперзија.

При поларизацијата важи принципот на суперпозиција. Коефициентот на поларизацијата е сума на коефициентите од секоја поларизација посебно. Истото се одразува и на релативната диелектрична пропусливост:

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{Q_d}{Q_0} = 1 + \frac{\sum \Delta Q_{di}}{Q_0} \quad \text{или} \quad \varepsilon_r = 1 + \Delta\varepsilon_{re} + \Delta\varepsilon_{ri} + \Delta\varepsilon_{r,dr} + \Delta\varepsilon_{rm}$$

На сликата 4.13 прикажана е зависноста на ε_r од фреквенцијата. Кога фреквенцијата на електричното поле стане поголема од соодветната сопствена фреквенција на некоја поларизација, таа не се јавува повеќе и ова доведува до намалување на ε_r . Од сликата гледаме дека за највисоки фреквенции ε_r за сите материјали приближно е еднакво на единица.

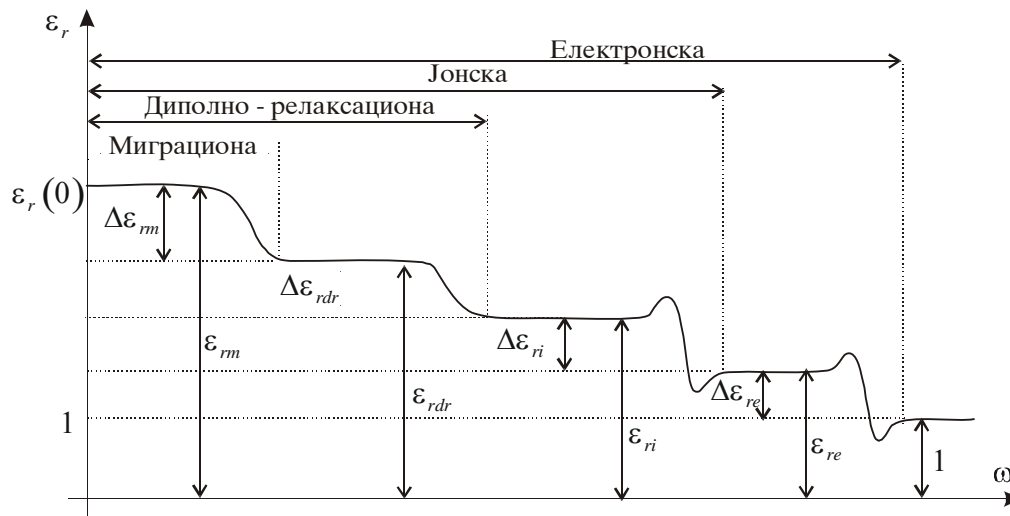
Имагинарната компонента ε_r'' се појавува само при фреквенции блиски до резонантната за даден механизам на поларизација и тогаш имаме расејување на енергија - загуби во диелектрикот (Зависноста на ε_r'' не е прикажана на дијаграмот, заради поголема прегледност).

Уште еднаш да напоменеме дека резонантните фреквенции зависат од температурата, па кривата на сл.4.13 важи за дадена температура.

4.2.5 Класификација на диелектриците според видот на поларизацијата

Во зависност од градбата на диелектриците, во нив се јавуваат различни видови поларизации. Повеќето материјали имаат по неколку вида поларизација, но во сите е присутна и електронската.

Сите диелектрици според видот на поларизацијата можеме да ги поделиме на неколку групи:



Сл.4.13: Зависноста на ϵ_r од фреквенцијата за диелектрик кај кој се присутни сите видови поларизации.

Прва група. Ова се диелектриците кои имаат само електронска поларизација (неполарни диелектрици) или кај кои електронската поларизација преовладува (слабо поларни диелектрици). Такви се сите гасови, течни диелектрици како што се маслата по потекло од нафтата, бензолот и други, и неполарните и слабополарните цврсти супстанции во кристална и аморфна состојба (парафин, сулфур, полистирол, полиетилен, тефлон и други).

Како **втора група** можеме да ги наброиме диелектриците кај кои истовремено постои и електронска и диполно-релаксациона поларизација, односно диполно - радикална поларизација (радикал нарекуваме само дел од молекулата, на пример OH , COOH , CH_3 и други, карактеристични за органските диелектрици). Овде спаѓаат сите поларни органски полутечни и цврсти супстанции (маслено калофонијумски компаунди, епоксидни смоли, бакелит, плексиглас, целулоза, некои течни хлорирани јагленоводороди).

Трета група ја чинат цврсти неоргански диелектрици со електронска и јонска поларизација. Тоа се кристали со така наречено “густо пакување” на јоните. Вакви се лискунот, кварцот, рутилот (TiO_2), камената сол и други. Тие се неполарни.

Во четвртата група спаѓаат диелектрици со електронска, јонска, јонско - релаксациона поларизација. Такви се стаклото, порцеланот, микалексот односно кристални тела или мешавини во кои има кристална фаза со така наречено “недоволно густо пакување” на јоните. Во нив постојат празни јазли во кристалната структура. Сите спаѓаат во поларни диелектрици. Порцеланот има мешовите структура и покрај стакловидна фаза, содржи и кристална.

Петтата група се фероелектрични материјали кај кои постои спонтанна, електронска, јонска, јонско релаксациона и електронско релаксациона поларизација (сегњетова сол, Баријум Титанат). Тие спаѓаат во силно поларни диелектрици.

4.2.6. Диелектрична пропусливост на гасовите

Гасовите имаат мала густина и големи растојанија меѓу молекулите. Затоа релативната диелектрична пропусливост на сите гасови блиска е до 1.

Поларизацијата кај гасовите може да биде чисто електронска или диполна, ако молекулите на гасот се поларни, но и кај поларните гасови основно значење има електронската поларизација. Во табелата 4.2 дадени се вредности за ϵ_r на некои гасови

Од табелата 4.2 гледаме дека релативната диелектрична пропусливост расте со растењето на радијусот на молекулата.

При промена на температурата и притисокот на гасот се менува исто така и бројот на молекули во единица волумен (густината) n_0 , а со тоа и рел. диел. пропусливост.

Густината е право пропорционална со притисокот, а обратно пропорционална со апсолутната температура. На пример, за воздух температурниот коефициент на ϵ_r при 20°C изнесува $TK \epsilon_r = -2 \cdot 10^{-6} K^{-1}$, а зависноста од притисокот при $p = 0,1 \text{ MPa}$ е $0,0058 (MPa)^{-1}$

За воздухот ϵ_r зависи и од содржината на влага.

4.2.7 Диелектрична пропусливост на течни диелектрици

Течните диелектрици може да се составени од неполарни, но и од поларни молекули. Износот на релативната диелектрична пропусливост на неполарните течности е мал и приближно еднаков на квадратот на коефициентот на прекршувањето на светлината, $\epsilon_r = n^2$.

Зависноста на ϵ_r на неполарните течности од температурата, сл.4.14а е во врска со смалувањето на бројот на честици по единица волумен. Температурниот коефициент на релативната диелектрична пропусливост на неполарните течни диелектрици приближно е еднаков на температурниот коефициент на ширењето на течноста β . Но тие две величини се со спротивни знаци. Во секој случај, ϵ_r кај неполарните течности не надминува 2,5 (табела 4.3). Кај течностите кои содржат истовремено и поларни молекули се јавува истовремено и електронска и диполна поларизација. Тие течности имаат поголема диелектрична пропусливост и тоа толку поголема, колку е посилен електричниот момент на диполот и нивната концентрација. На сликата 4.15а дадена е температурната зависност на поларна диел. течност. Текот на кривата е логичен со оглед на типот на поларизацијата.

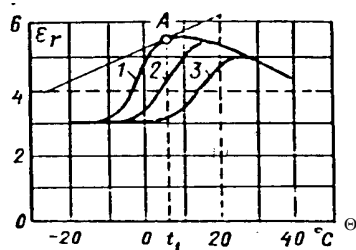
Фреквенцијата f силно влијае врз ϵ_r кај поларните диелектрици (сл.4.15б). Се додека фреквенцијата е релативно ниска и диполите може да ги следат промените на полето, ϵ_r е голем и близок е до $\epsilon_{r\infty}$ кој вреди за временски непроменливо поле (еднонасочен напон). При поголеми фреквенции ϵ_r се намалува и се доближува до $\epsilon_{r\infty} = n^2$ обусловен само од електронската поларизација.

Табела 4.2: Релативна диелектрична пропусливост на некои гасови при 20°C и 0,1МРа.

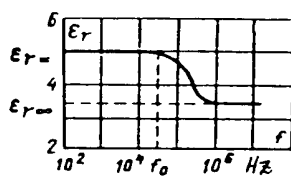
гас	радијус на молекулата, nm	ϵ_r
Хелијум	0,112	1,000072
Водород	0,135	1,00027
кислород	0,182	1,00055
аргон	0,183	1,00056
Азот	0,191	1,0006
CO ₂	0,230	1,00096
Етилен	0,278	1,00138

Табела 4.3

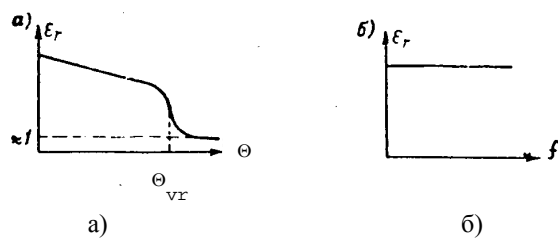
течност	n^2	ϵ_r	$TK_{\epsilon_r} * 10^3 / K^{-1}$	$\beta * 10^3 / K^{-1}$
бензол	2,25	2,218	-0,93	1,240
толуол	2,250	2,294	-1,16	1,100
CCl ₄	2,135	2,163	-0,91	1,227



а)



б)

сл.4.14: Зависност на ϵ_r кај неполарните течни диелектрици: а)-од температурата, б)- од фреквенцијата

Бидејќи зависноста е нелинеарна, и TK_{ϵ_r} се менува со промена на температурата и може да се одреди од самата графичка зависност со помош на графичко диференцирање.

сл.4.15: Зависност на диелектричната пропусливост кај поларна течност совол (хлориран дифенил): а)-од температурата; 1- $f=50\text{Hz}$, 2- $f=400\text{Hz}$, 3- $f=1000\text{Hz}$; б) од фреквенцијата