Електрични мрежи

Пресметка на јамкасти и сложено-затворени мрежи

М. Тодоровски

Институт за преносни електроенергетски системи
Факултет за електротехника и информациски технологии
Универзитет Св. Кирил и Методиј

mirko@feit.ukim.edu.mk
pees.feit.ukim.edu.mk

Скопје, 2018

Општо за пресметката на сложено - затворените мрежи (1)

- Во затворените мрежи најголемиот дел од потрошувачите имаат двострано па и повеќестрано напојување коешто обезбедува висок степен на сигурност во напојувањето.
- Повеќето од јазлите во преносните мрежи се потрошувачки. Кај нив се познати инјектираната активна и реактивна моќност и тие спаѓаат во категоријата PQ јазли.
- Некои од јазлите се генераторски јазли. Тие можат да бидат или од категоријата PQ јазли или од категоријата PU јазли.
- Во секоја мрежа постои и балансен јазел. Тоа е генераторски јазел во којшто е приклучена голема електрана која има задача да го исполни билансот на моќности во системот (разликата помеѓу сумарната потрошувачка на моќност плус загубите и генерираните моќности од преостанатите електрани во ЕЕС).

Општо за пресметката на сложено - затворените мрежи (2)

- Една од основните задачи на анализата на ЕЕС е определувањето на режимските параметри на набљудуваниот режим: моќностите во гранките и напоните (по модул и аргумент) во јазлите од системот.
- Математички гледано решавањето на состојбата во една мрежа се сведува на решавање нелинеарен систем комплексни равенки.
- Потрошувачите во овие анализи може да се моделираат на неколку различни начини: а) преку нивните струи; б) преку нивните комплексни моќности коишто се сметаат за независни од напоните и в) со помош на константни импеданции. Тука ќе се применува моделот на константна моќност.

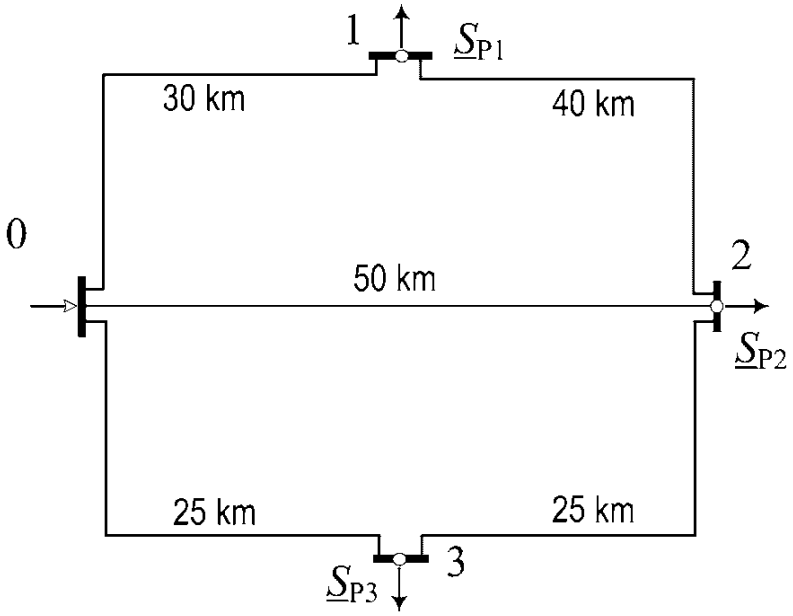
Метод на јазлови потенцијали

$$\underline{\boldsymbol{Y}} \times \underline{\boldsymbol{V}} = \underline{\boldsymbol{J}}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \cdots & \underline{Y}_{1n} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \cdots & \underline{Y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{Y}_{n1} & \underline{Y}_{n2} & \cdots & \underline{Y}_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \vdots \\ \underline{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \vdots \\ \underline{J}_n \end{bmatrix}$$

- Доколку во проблемот е позната десната страна од системот равенки ($\underline{J}_i; i = 1, 2, \ldots n$) тогаш проблемот се решава директно, без итерации.
- Но најчесто проблемот на е поставен поинаку и вообичаено се познати инјектираните комплексни моќности во јазлите $\underline{\boldsymbol{S}}_{\mathbf{p}}$ така што струите зависат од непознатите напони на јазлите $\underline{\boldsymbol{V}}$. Во тој случај проблемот се решава итеративно.

Метод на јазлови потенцијали – пример



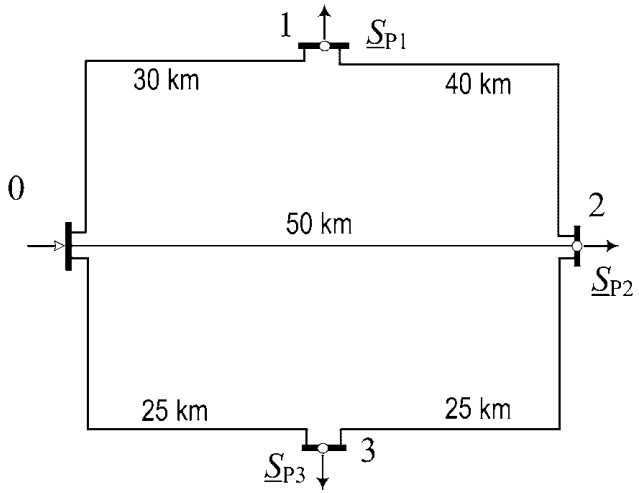
- Сите водови во мрежата имаат $\underline{z} = r + jx = (0,129 + j0,40)\Omega/\mathrm{km}$; $\underline{y} \approx 0$. Нивните должини се прикажани на сликата.
- Познат е $U_0 = 112\,\mathrm{kV}(\,V_0 = U_0/\sqrt{3})$ како и струјните инјекции во одделните јазли од мрежата со помош на коишто се моделираат нејзините потрошувачи.

$$\underline{J}_1 = -(157,5 - j52,5)\ \mathrm{A} = -166,02 \cdot e^{-18,44^\circ}\ \mathrm{A};$$

$$\underline{J}_2 = -(105 - j52,5)\ \mathrm{A} = -117,39 \cdot e^{-26,57^\circ}\ \mathrm{A};$$

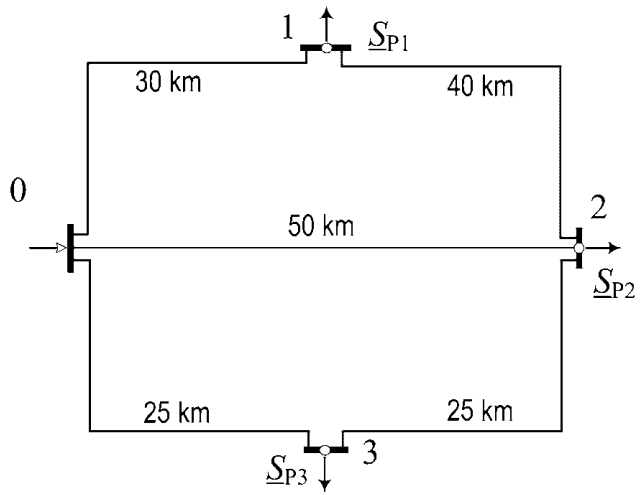
$$\underline{J}_3 = -(52,5 - j52,5)\ \mathrm{A} = -74,25 \cdot e^{-45^\circ}\ \mathrm{A}.$$

Метод на јазлови потенцијали – пример



$$\underline{Z}_{0-1} = (0,129 + j0,40) \cdot 30 = (3,858 + j12)\ \Omega;$$
$$\underline{Z}_{0-2} = (0,129 + j0,40) \cdot 50 = (6,430 + j20)\ \Omega;$$
$$\underline{Z}_{0-3} = (0,129 + j0,40) \cdot 25 = (3,215 + j10)\ \Omega;$$
$$\underline{Z}_{1-2} = (0,129 + j0,40) \cdot 40 = (5,144 + j16)\ \Omega;$$
$$\underline{Z}_{2-3} = (0,129 + j0,40) \cdot 25 = (3,215 + j10)\ \Omega.$$

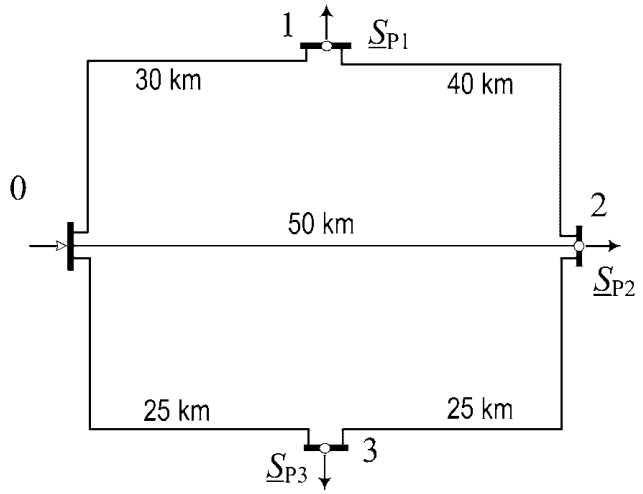
Метод на јазлови потенцијали – пример



$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{00} & \underline{Y}_{01} & \underline{Y}_{02} & \underline{Y}_{03} \\ \underline{Y}_{10} & \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{20} & \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{30} & \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_0 \\ \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \underline{J}_3 \end{bmatrix}.$$

- дијагоналниот елемент во редицата i е еднаков на сумата на адмитанциите на сите гранки кои го содржат јазелот i;
- вондијагоналниот елемент во редицата i и колоната j е еднаков на негативната сума на адмитанциите на сите гранки кои едновремено ги содржат јазлите i и j

Метод на јазлови потенцијали – пример



$$\underline{Y}_{00} = \frac{1}{\underline{Z}_{0-1}} + \frac{1}{\underline{Z}_{0-2}} + \frac{1}{\underline{Z}_{0-3}} = (0,0682 - j0,2114)\ \mathrm{S};$$

$$\underline{Y}_{01} = -\frac{1}{\underline{Z}_{0-1}} = (-0,0243 + j0,0755)\ \mathrm{S}; \quad \underline{Y}_{10} = \underline{Y}_{01}.$$

$$\underline{\boldsymbol{Y}} = \begin{bmatrix} 0,068 - j0,211 & -0,024 + j0,076 & -0,015 + j0,045 & -0,029 + j0,091 \\ -0,024 + j0,076 & 0,043 - j0,132 & -0,018 + j0,057 & 0 \\ -0,015 + j0,045 & -0,018 + j0,057 & 0,062 - j0,193 & -0,029 + j0,091 \\ -0,029 + j0,091 & 0 & -0,029 + j0,091 & 0,058 - j0,181 \end{bmatrix} \mathrm{S}$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

Бидејќи напонот $U_0 = \sqrt{3} \cdot V_0 = 112\,\mathrm{kV}$ во јазелот 0 е познат, нултата редица од системот равенки можеме да ја испуштиме, а во останатите три равенки членовите што ја содржат познатата вредност на напонот $\underline{V}_0$ ги префрламе на десната страна.

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_1 - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{10} \\ \underline{J}_2 - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{20} \\ \underline{J}_3 - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{30} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \underline{J}_1 - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{10} \\ \underline{J}_2 - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{20} \\ \underline{J}_3 - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{30} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,648 + j8,211 & 1,018 + j3,158 & 0,509 + j1,579 \\ 1,018 + j3,158 & 2,376 + j7,368 & 1,188 + j3,684 \\ 0,509 + j1,579 & 1,188 + j3,684 & 2,207 + j6,842 \end{bmatrix} \times$$

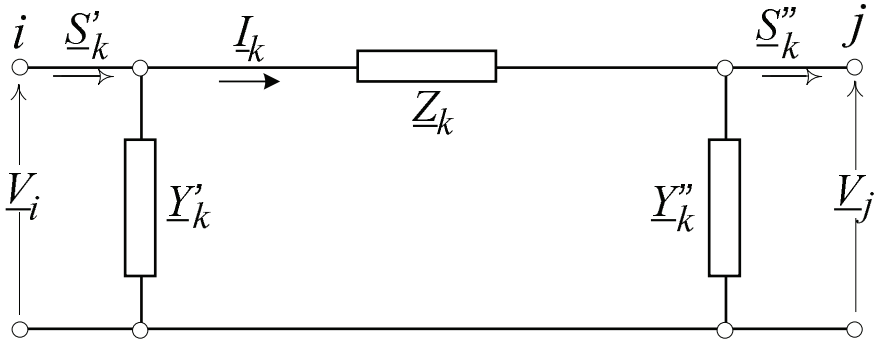
$$\times \begin{bmatrix} 1,417 - j4,829 \\ 0,840 - j2,876 \\ 1,836 - j5,805 \end{bmatrix},$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63,433 - j1,488 \\ 63,445 - j1,224 \\ 63,707 - j0,790 \end{bmatrix} \text{kV} = \begin{bmatrix} 63,450 \cdot e^{-j1,34^\circ} \\ 63,457 \cdot e^{-j1,11^\circ} \\ 63,721 \cdot e^{-j0,71^\circ} \end{bmatrix} \text{kV},$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 109,87 - j2,58 \\ 109,89 - j2,12 \\ 110,34 - j1,37 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 109,90 \cdot e^{-j1,34^\circ} \\ 109,91 \cdot e^{-j1,11^\circ} \\ 110,35 \cdot e^{-j0,71^\circ} \end{bmatrix} \text{kV},$$

Метод на јазлови потенцијали – пример



$$\underline{I}_k = \frac{\underline{V}_i - \underline{V}_j}{\underline{Z}_k}.$$

$$\underline{S}'_k = 3 \cdot \underline{V}_i \cdot \left(\underline{I}_k + \underline{Y}'_k \cdot \underline{V}_i\right)^*,$$

$$\underline{S}''_k = 3 \cdot \underline{V}_j \cdot \left(\underline{I}_k - \underline{Y}''_k \cdot \underline{V}_j\right)^*.$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

k	$i-j$	$\underline{S}'_k$ (MVA)	$\underline{S}''_k$ (MVA)
1	0 – 1	27,605 $+j$10,988	27,333 $+j$10,144
2	0 – 2	14,205 $+j$7,236	14,074 $+j$6,831
3	0 – 3	19,297 $+j$12,329	19,162 $+j$11,911
4	2 – 1	2,877 $-j$0,845	2,874 $-j$0,856
5	3 – 2	9,004 $+j$2,001	8,981 $+j$1,931

$$\underline{S}_{\mathrm{P1}} = 3 \cdot \underline{V}_1 \cdot \underline{J}_1^* = (30,206 + j9,287)\ \mathrm{MVA}$$
$$\underline{S}_{\mathrm{P2}} = 3 \cdot \underline{V}_2 \cdot \underline{J}_2^* = (20,178 + j9,607)\ \mathrm{MVA}$$
$$\underline{S}_{\mathrm{P3}} = 3 \cdot \underline{V}_3 \cdot \underline{J}_3^* = (10,158 + j9,909)\ \mathrm{MVA}$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

Нека сега наместо струјните инјекции $\underline{J}_1$, $\underline{J}_2$ и $\underline{J}_3$ во јазлите, потрошувачката биде зададена преку моќностите на самите потрошувачи, $\underline{S}_{\mathrm{P1}}$, $\underline{S}_{\mathrm{P2}}$ и $\underline{S}_{\mathrm{P3}}$ кои изнесуваат

$$\underline{S}_{\mathrm{P1}} = (30 + j5)\ \mathrm{MVA}; \quad \underline{S}_{\mathrm{P2}} = (20 + j10)\ \mathrm{MVA} \quad \text{и} \quad \underline{S}_{\mathrm{P3}} = (10 + j10)\ \mathrm{MVA}.$$

$$\underline{J}_i = -\underline{J}_{Pi} = -\frac{\underline{S}^*_{Pi}}{3 \cdot \underline{V}^*_i} = -\frac{P_{Pi} - jQ_{Pi}}{3 \cdot \underline{V}^*_i}; \quad i = 1, 2, \ldots n,$$

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{P_{P1} - jQ_{P1}}{3 \cdot \underline{V}^*_1} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{10} \\ -\dfrac{P_{P2} - jQ_{P2}}{3 \cdot \underline{V}^*_2} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{20} \\ -\dfrac{P_{P3} - jQ_{P3}}{3 \cdot \underline{V}^*_3} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{30} \end{bmatrix},$$

Овој нелинеарен систем равенки може да се реши со примена на Matlab, но ние ќе го решиме со едноставна итеративна постапка. Почетното решение е

$$\underline{V}_i = \underline{V}_0; \quad i = 1, 2, \ldots n,$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

$$\underline{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{P_{P1} - jQ_{P1}}{3 \cdot \underline{V}_1^*} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{10} \\ -\dfrac{P_{P2} - jQ_{P2}}{3 \cdot \underline{V}_2^*} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{20} \\ -\dfrac{P_{P3} - jQ_{P3}}{3 \cdot \underline{V}_3^*} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,420 - j4,855 \\ 0,841 - j2,877 \\ 1,837 - j5,806 \end{bmatrix} \text{ kA.}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \underline{\boldsymbol{Y}}^{-1} \times \underline{\boldsymbol{D}},$$

$$\underline{\boldsymbol{Y}}^{-1} = \begin{bmatrix} 2,648 + j8,211 & 1,018 + j3,158 & 0,509 + j1,579 \\ 1,018 + j3,158 & 2,376 + j7,368 & 1,188 + j3,684 \\ 0,509 + j1,579 & 1,188 + j3,684 & 2,207 + j6,842 \end{bmatrix} \text{ S.}$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

Решение во првата итерација

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63,667 - j1,530 \\ 63,548 - j1,228 \\ 63,765 - j0,789 \end{bmatrix} \text{kV} = \begin{bmatrix} 63,685 \cdot e^{-j1,38^\circ} \\ 63,560 \cdot e^{-j1,11^\circ} \\ 63,770 \cdot e^{-j0,71^\circ} \end{bmatrix} \text{kV},$$

Во втората итерација десната страна од системот равенки, матрицата колона $\underline{\boldsymbol{D}}$ ќе ја пресметаме со помош на напоните од првата итерација.

$$\underline{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{P_{P1} - jQ_{P1}}{3 \cdot \underline{V}_1^*} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{10} \\ -\dfrac{P_{P2} - jQ_{P2}}{3 \cdot \underline{V}_2^*} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{20} \\ -\dfrac{P_{P3} - jQ_{P3}}{3 \cdot \underline{V}_3^*} - \underline{V}_0 \cdot \underline{Y}_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,418 - j8,407 \\ 0,841 - j2,874 \\ 1,837 - j5,804 \end{bmatrix} \text{kA}.$$

и како резултат на тоа ќе добиеме нови, уточнети, вредности за напоните:

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63,637 \cdot e^{-j1,38^\circ} \\ 63,515 \cdot e^{-j1,11^\circ} \\ 63,739 \cdot e^{-j0,71^\circ} \end{bmatrix} \text{kV},$$

Метод на јазлови потенцијали – пример

По доволен број итерации се добива „конечното“ решение на задачата:

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63,631 \cdot e^{-j1,38^\circ} \\ 63,515 \cdot e^{-j1,11^\circ} \\ 63,739 \cdot e^{-j0,71^\circ} \end{bmatrix} \text{kV},$$

односно

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110,18 - j2,65 \\ 109,99 - j2,13 \\ 110,39 - j1,36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110,22 \cdot e^{-j1,38^\circ} \\ 110,01 \cdot e^{-j1,11^\circ} \\ 110,40 \cdot e^{-j0,71^\circ} \end{bmatrix} \text{kV}.$$

Итерација	U_1	U_2	U_3
0	112,00	112,00	112,00
1	110,31	110,09	110,45
2	110,22	110,01	110,40
3	110,22	110,01	110,40
4	110,22	110,01	110,40

Метод на јазлови потенцијали – пример

Со помош на пресметаните напони можеме да ги пресметаме моќностите во гранките од мрежата.

k	$i-j$	$\underline{S}'_k\,(\mathrm{MVA})$	$\underline{S}''_k\,(\mathrm{MVA})$
1	0 – 1	27,392 $+j$ 8,111	27,141 $+j$ 7,330
2	0 – 2	14,066 $+j$ 6,705	13,941 $+j$ 6,318
3	0 – 3	19,075 $+j$ 11,839	18,946 $+j$ 11,437
4	2 – 1	2,865 $-j$ 2,313	2,859 $-j$ 2,330
5	3 – 2	8,946 $+j$ 1,437	8,924 $+j$ 1,370

Метод на контурни струи

- Се користи за брзо пресметување на тековите на моќности во мрежи со попроста конфигурација и со мал број контури. За поголеми и посложени системи начинот на формирање на системот комплексни равенки станува прилично комплициран.
- Обично наместо со струите, во пресметките се оперира со привидните моќности во гранките од мрежата поради што овој метод се среќава и под називот метод на контурни моќности.
- Овој метод е базиран на примената на Кирхофовиот закон за напони според кој сумата на падови на напони во една затворена контура во која нема внатрешни ЕМС е еднаква на нула.

$$\sum_k \underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k = 0$$

$$\sqrt{3} \cdot U_{\mathrm{n}} \cdot \sum_k \left(\underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k\right)^* = 0$$

$$\sum_k \underline{Z}_k^* \cdot \underline{S}_k \approx 0$$

Метод на контурни струи

$$\underline{Z}_{11}^{*} \cdot \underline{S}_1 + \underline{Z}_{12}^{*} \cdot \underline{S}_2 + \ldots + \underline{Z}_{1m}^{*} \cdot \underline{S}_m = \underline{A}_1,$$
$$\underline{Z}_{21}^{*} \cdot \underline{S}_1 + \underline{Z}_{22}^{*} \cdot \underline{S}_2 + \ldots + \underline{Z}_{2m}^{*} \cdot \underline{S}_m = \underline{A}_2,$$
$$\vdots$$
$$\underline{Z}_{m1}^{*} \cdot \underline{S}_1 + \underline{Z}_{m2}^{*} \cdot \underline{S}_2 + \ldots + \underline{Z}_{mm}^{*} \cdot \underline{S}_m = \underline{A}_m,$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_K^{*} \times \underline{\boldsymbol{S}}_K = \underline{\boldsymbol{A}}$$

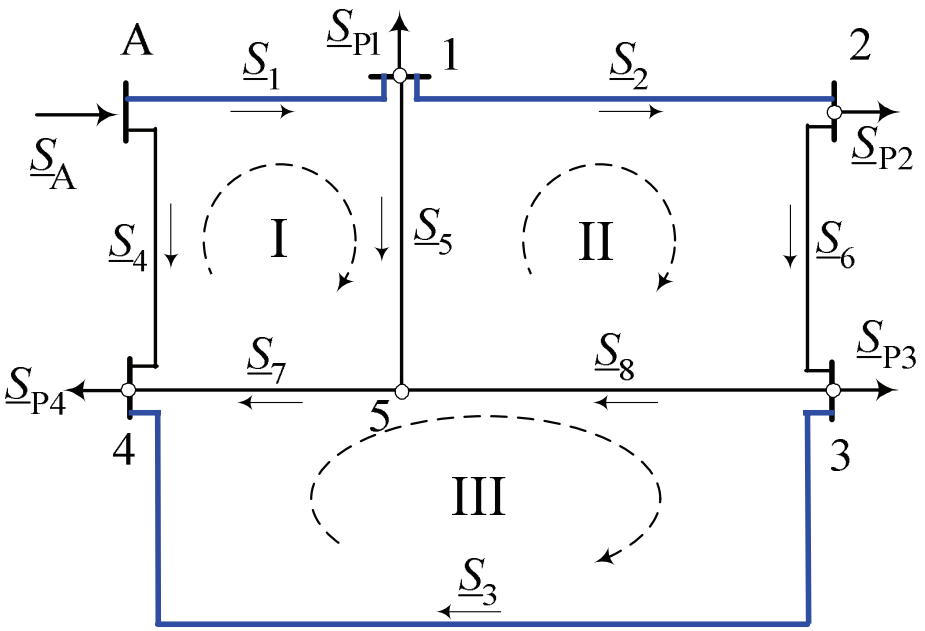
$$\underline{\boldsymbol{Z}}_K = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \cdots & \underline{Z}_{1m} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \cdots & \underline{Z}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{Z}_{m1} & \underline{Z}_{m2} & \cdots & \underline{Z}_{mm} \end{pmatrix}; \quad \underline{\boldsymbol{S}}_K = \begin{pmatrix} \underline{S}_1 \\ \underline{S}_2 \\ \vdots \\ \underline{S}_m \end{pmatrix}; \quad \underline{\boldsymbol{A}} = \begin{pmatrix} \underline{A}_1 \\ \underline{A}_2 \\ \vdots \\ \underline{A}_m \end{pmatrix}.$$

Метод на контурни струи

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_K^* \times \underline{\boldsymbol{S}}_K = \underline{\boldsymbol{A}}$$

- $\underline{\boldsymbol{Z}}_K$ е матрица на импеданции на независните контури.
  - Дијагоналниот елемент $\underline{Z}_{ii}$ на оваа матрица се добива како сума од сите импеданции што и припаѓаат на i-тата контура.
  - Вондијагоналниот елемент $\underline{Z}_{ij}$ е еднаков на сумата на импеданциите на гранките од мрежата коишто се заеднички за i-тата и j-тата контура, со знак „+“ кога насоките на i-тата и j-тата контура низ тие гранки се совпаѓаат, односно со знак „–“ во спротивниот случај.
- Матрицата $\underline{\boldsymbol{A}}$ зависи од оптоварувањата во мрежата и од импеданциите на гранките на мрежата и нејзиното определување е главниот проблем за примената на овој метод.
- Специјален случај на методот на контурни моќности е методот на раздвојување. Овој метод служи за решавање мрежи кај кои односот X/R за секоја гранка е константен или е голем број ($R \ll X$). Два система со реални равенки наместо еден комплексен.

Метод на контурни струи – пример

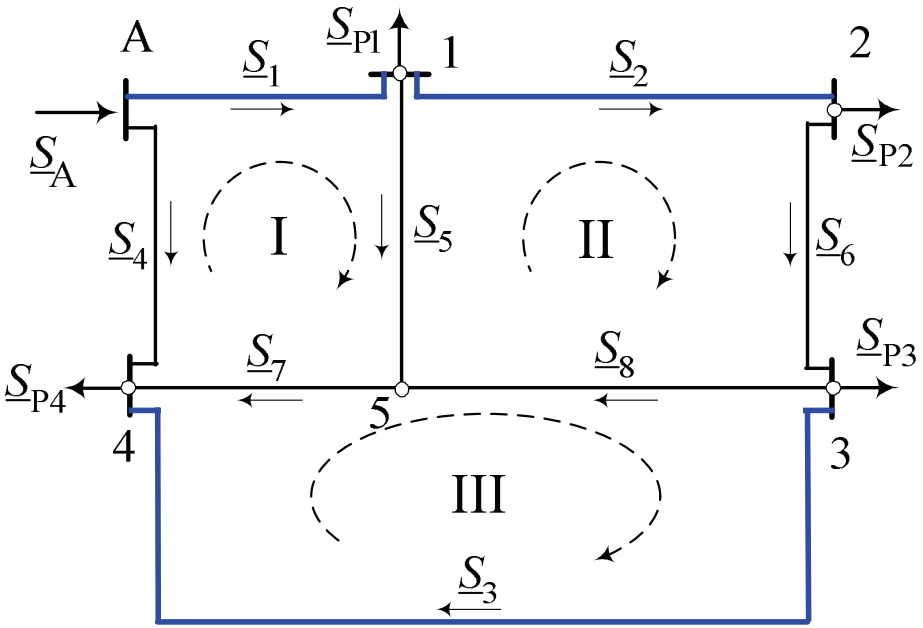


За секоја контура одбираме по една гранка што припаѓа само на таа контрура.

$$\underline{S}_1 \cdot \underline{Z}_1^* + \underline{S}_5 \cdot \underline{Z}_5^* + \underline{S}_7 \cdot \underline{Z}_7^* - \underline{S}_4 \cdot \underline{Z}_4^* = 0,$$
$$\underline{S}_2 \cdot \underline{Z}_2^* + \underline{S}_6 \cdot \underline{Z}_6^* + \underline{S}_8 \cdot \underline{Z}_8^* - \underline{S}_5 \cdot \underline{Z}_5^* = 0,$$
$$\underline{S}_3 \cdot \underline{Z}_3^* - \underline{S}_7 \cdot \underline{Z}_7^* - \underline{S}_8 \cdot \underline{Z}_8^* = 0.$$

Во овој систем равенки непознати се $\underline{S}_1$, $\underline{S}_2$ и $\underline{S}_3$ бидејќи $\underline{S}_4, \underline{S}_5, \ldots, \underline{S}_8$ можат да се изразат преку нив и преку познатите моќности $\underline{S}_{P1}, \ldots, \underline{S}_{P4}$.

Метод на контурни струи – пример



$$\underline{S}_5 = \underline{S}_1 - \underline{S}_2 - \underline{S}_{P1},$$
$$\underline{S}_6 = \underline{S}_2 - S_{P2},$$
$$\underline{S}_8 = \underline{S}_6 - \underline{S}_3 - S_{P3} = \underline{S}_2 - \underline{S}_3 - (\underline{S}_{P2} + S_{P3}),$$
$$\underline{S}_7 = \underline{S}_8 + \underline{S}_5 = \underline{S}_1 - \underline{S}_3 - (\underline{S}_{P1} + \underline{S}_{P2} + \underline{S}_{P3}),$$
$$\underline{S}_4 = \underline{S}_{P4} - \underline{S}_7 - \underline{S}_3 = -\underline{S}_1 + (\underline{S}_{P1} + \underline{S}_{P2} + \underline{S}_{P3} + \underline{S}_{P4}).$$

Метод на контурни струи – пример

Ако во системот контурни равенки $\underline{S}_4, \underline{S}_5, \ldots, \underline{S}_8$ ги изразиме преку $\underline{S}_1, \underline{S}_2$ и $\underline{S}_3$ и $\underline{S}_{P1}, \ldots, \underline{S}_{P4}$ ќе го добиеме конечниот облик на системот контурни равенки

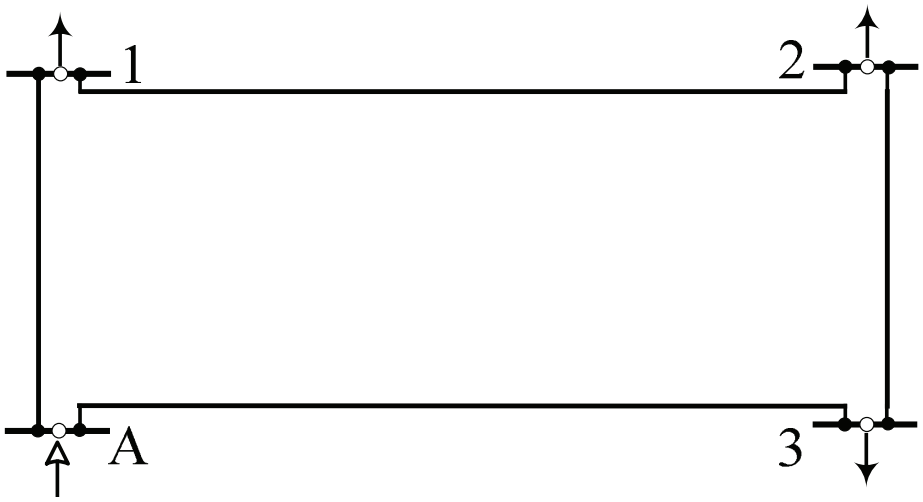
$$\begin{aligned}
\underline{Z}^*_{11} \cdot \underline{S}_1 + \underline{Z}^*_{12} \cdot \underline{S}_2 + \underline{Z}^*_{13} \cdot \underline{S}_3 &= \underline{A}_1, \\
\underline{Z}^*_{21} \cdot \underline{S}_1 + \underline{Z}^*_{22} \cdot \underline{S}_2 + \underline{Z}^*_{23} \cdot \underline{S}_3 &= \underline{A}_2, \\
\underline{Z}^*_{31} \cdot \underline{S}_1 + \underline{Z}^*_{32} \cdot \underline{S}_2 + \underline{Z}^*_{33} \cdot \underline{S}_3 &= \underline{A}_3,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\underline{A}_1 &= \underline{S}_{P1} \cdot (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_7)^* + (\underline{S}_{P2} + \underline{S}_{P3}) \cdot (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_7)^* + \underline{S}_{P4} \cdot \underline{Z}^*_7, \\
\underline{A}_2 &= -\underline{S}_{P1} \cdot \underline{Z}^*_5 + \underline{S}_{P2} \cdot (\underline{Z}_6 + \underline{Z}_8)^* + \underline{S}_{P3} \cdot \underline{Z}^*_5, \\
\underline{A}_3 &= -\underline{S}_{P1} \cdot \underline{Z}^*_7 + (\underline{S}_{P2} + \underline{S}_{P3}) \cdot (\underline{Z}_7 + \underline{Z}_8)^*.
\end{aligned}$$

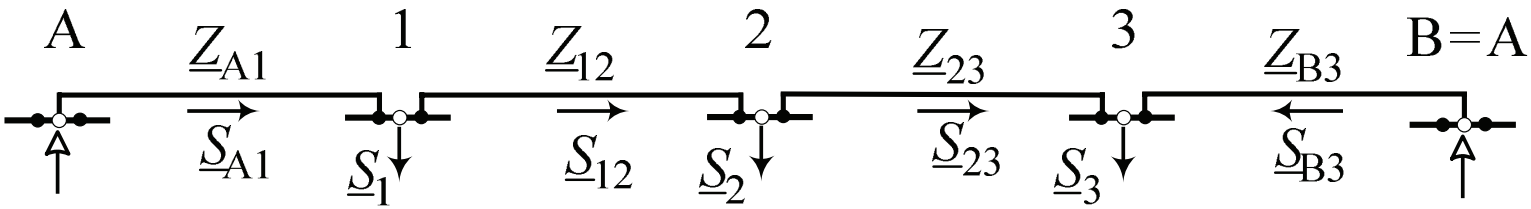
$$\underline{\boldsymbol{Z}}_K = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_7 + \underline{Z}_4 & -\underline{Z}_5 & -\underline{Z}_7 \\ -\underline{Z}_5 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_8 + \underline{Z}_5 & -\underline{Z}_8 \\ -\underline{Z}_7 & -\underline{Z}_8 & \underline{Z}_3 + \underline{Z}_7 + \underline{Z}_8 \end{bmatrix}.$$

Приближна постапка за јамкасти мрежи

Ако мрежата содржи само една контура, контурната моќност се добива директно со формула која дава приближно решение со задоволителна точност.



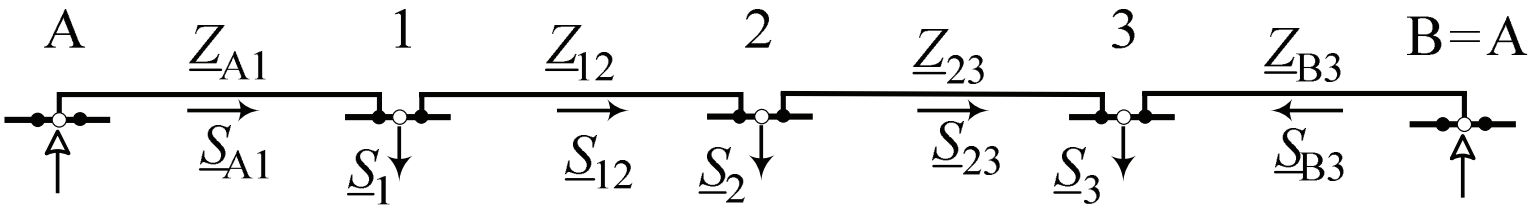
магистрален вод напојуван од двата краја



$$\underline{Z}_{A1} \cdot \underline{I}_{A1} + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_{12} + \underline{Z}_{23} \cdot \underline{I}_{23} - \underline{Z}_{B3} \cdot \underline{I}_{B3} = 0.$$

Приближна постапка за јамкасти мрежи

$$\underline{I}_{ij} = \frac{\underline{S}^*_{ij}}{\sqrt{3}\cdot U_{\mathrm{n}}} \quad \text{т.е.} \quad \underline{S}_{ij} = \sqrt{3}\cdot U_{\mathrm{n}}\cdot \underline{I}^*_{ij}.$$



$$\underline{Z}_{\mathrm{A1}}\cdot \underline{I}_{\mathrm{A1}} + \underline{Z}_{12}\cdot \underline{I}_{12} + \underline{Z}_{23}\cdot \underline{I}_{23} - \underline{Z}_{\mathrm{B3}}\cdot \underline{I}_{\mathrm{B3}} = 0.$$

Равенката ја конјугираме и потоа целата ја множиме со $\sqrt{3}\cdot U_{\mathrm{n}}$

$$\underline{S}_{\mathrm{A1}}\cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{A1}} + \underline{S}_{12}\cdot \underline{Z}^*_{12} + \underline{S}_{23}\cdot \underline{Z}^*_{23} - \underline{S}_{\mathrm{B3}}\cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}} = 0.$$

Ако ги занемариме загубите за моќностите имаме

$$\begin{aligned}
\underline{S}_{12} &= \underline{S}_{A1} - \underline{S}_1,\\
\underline{S}_{23} &= \underline{S}_{A1} - \underline{S}_1 - \underline{S}_2,\\
\underline{S}_{B3} &= \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 - \underline{S}_{A1}.
\end{aligned}$$

Приближна постапка за јамкасти мрежи

$$\underline{S}_{\mathrm{A1}} \cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{A1}} + \underline{S}_{12} \cdot \underline{Z}^*_{12} + \underline{S}_{23} \cdot \underline{Z}^*_{23} - \underline{S}_{\mathrm{B3}} \cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}} = 0.$$

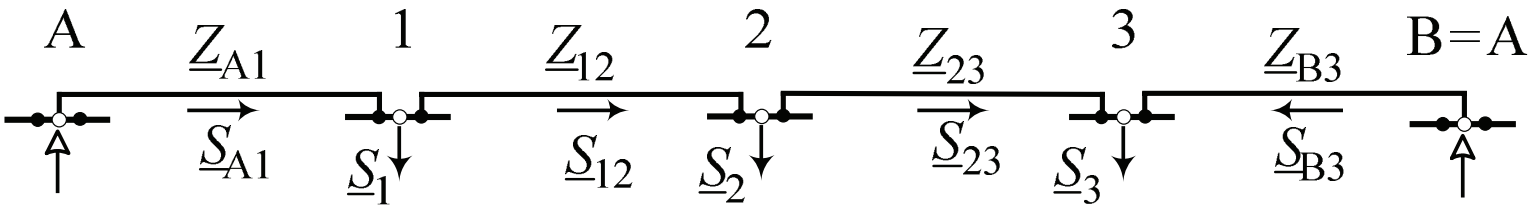
$$\underline{S}_{\mathrm{A1}} \cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{A1}} + (\underline{S}_{\mathrm{A1}} - \underline{S}_1) \cdot \underline{Z}^*_{12} + (\underline{S}_{A1} - \underline{S}_1 - \underline{S}_2) \cdot \underline{Z}^*_{23} - \\ -(\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 - \underline{S}_{\mathrm{A1}}) \cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}} = 0,$$

$$\underline{S}_{\mathrm{A1}} \cdot (\underline{Z}^*_{\mathrm{A1}} + \underline{Z}^*_{12} + \underline{Z}^*_{23} + \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}}) - \underline{S}_1 \cdot (\underline{Z}^*_{12} + \underline{Z}^*_{23} + \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}}) - \\ -\underline{S}_2 \cdot (\underline{Z}^*_{23} + \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}}) - \underline{S}_3 \cdot \underline{Z}^*_{\mathrm{B3}} = 0.$$

Ако ги воведеме ознаките:

$$\begin{aligned}
\underline{Z}_{\mathrm{AB}} &= \underline{Z}_{\mathrm{A1}} + \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{\mathrm{B3}}, \\
\underline{Z}_{1\mathrm{B}} &= \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{\mathrm{B3}}, \\
\underline{Z}_{2\mathrm{B}} &= \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{\mathrm{B3}}, \\
\underline{Z}_{\mathrm{A1}} &= \underline{Z}_{\mathrm{A1}}, \\
\underline{Z}_{\mathrm{A2}} &= \underline{Z}_{\mathrm{A1}} + \underline{Z}_{12}, \\
\underline{Z}_{\mathrm{A3}} &= \underline{Z}_{\mathrm{A1}} + \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23},
\end{aligned}$$

Приближна постапка за јамкасти мрежи



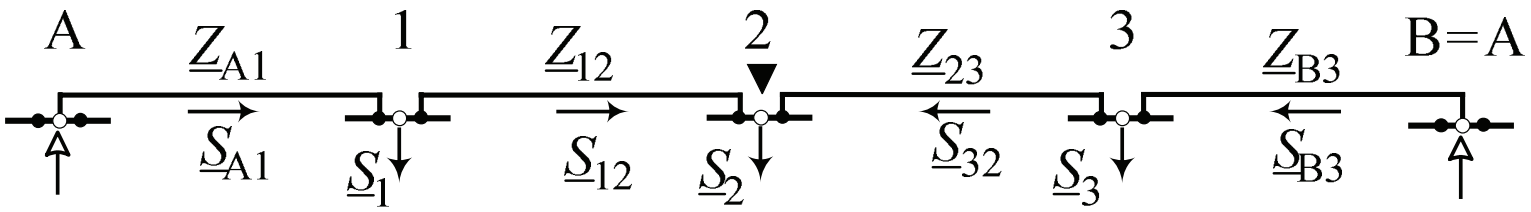
$$\underline{S}_{A1} = \frac{\underline{S}_1 \cdot \underline{Z}^*_{1B} + \underline{S}_2 \cdot \underline{Z}^*_{2B} + \underline{S}_3 \cdot \underline{Z}^*_{3B}}{\underline{Z}^*_{AB}},$$

$$\underline{S}_{B3} = \frac{\underline{S}_1 \cdot \underline{Z}^*_{A1} + \underline{S}_2 \cdot \underline{Z}^*_{A2} + \underline{S}_3 \cdot \underline{Z}^*_{A3}}{\underline{Z}^*_{AB}}.$$

Во општ случај, кога прстенестата мрежа напојува n оптоварувања, би било:

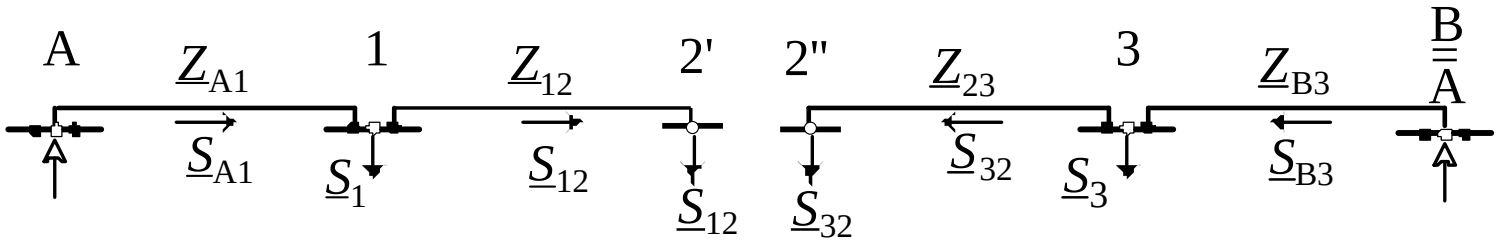
$$\underline{S}_{A1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \underline{S}_i \cdot \underline{Z}^*_{iB}}{\underline{Z}^*_{AB}}; \quad \underline{S}_{Bn} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \underline{S}_i \cdot \underline{Z}^*_{Ai}}{\underline{Z}^*_{AB}}.$$

Приближна постапка за јамкасти мрежи



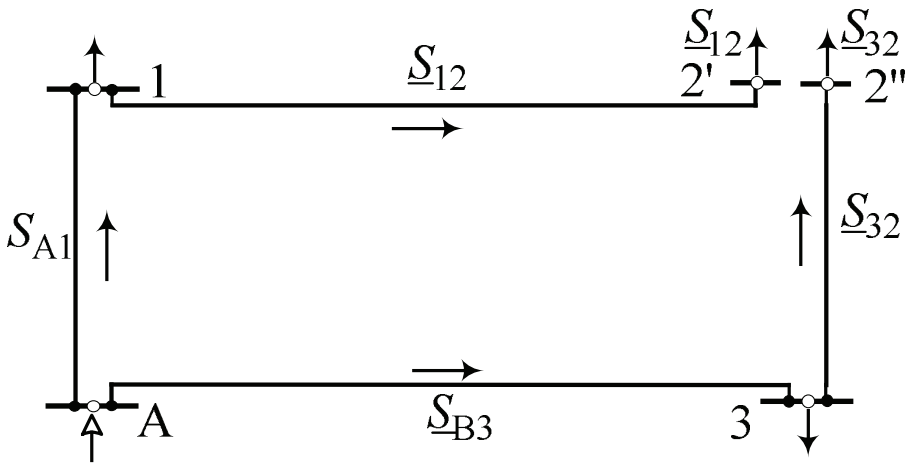
Како резултат од првата етапа од пресметките е добиена распределба на тековите на моќности. Кон точката 2 моќноста доаѓа од двете страни на мрежата – разделна точка ▼.

Ништо нема да се измени ако ја раздвоиме мрежата во разделната точка, при потрошувачот се дели на два фиктивни потрошувача $\underline{S}'_2 = \underline{S}_{12}$ и $\underline{S}''_2 = \underline{S}_{32}$

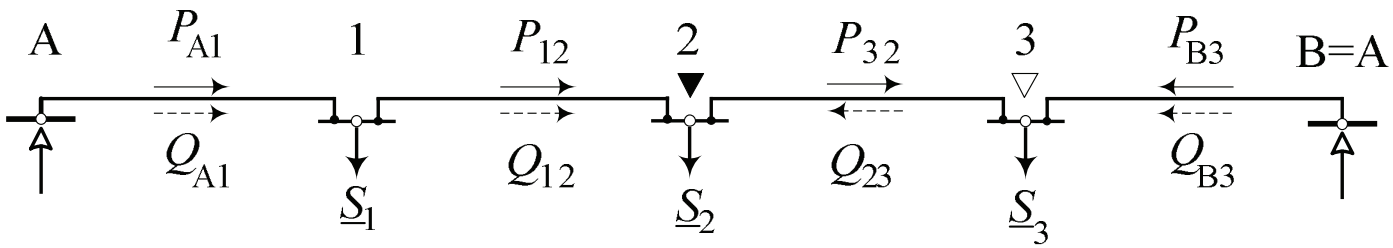


$$\underline{S}'_2 + \underline{S}''_2 = \underline{S}_{12} + \underline{S}_{32} = \underline{S}_2$$

Приближна постапка за јамкасти мрежи

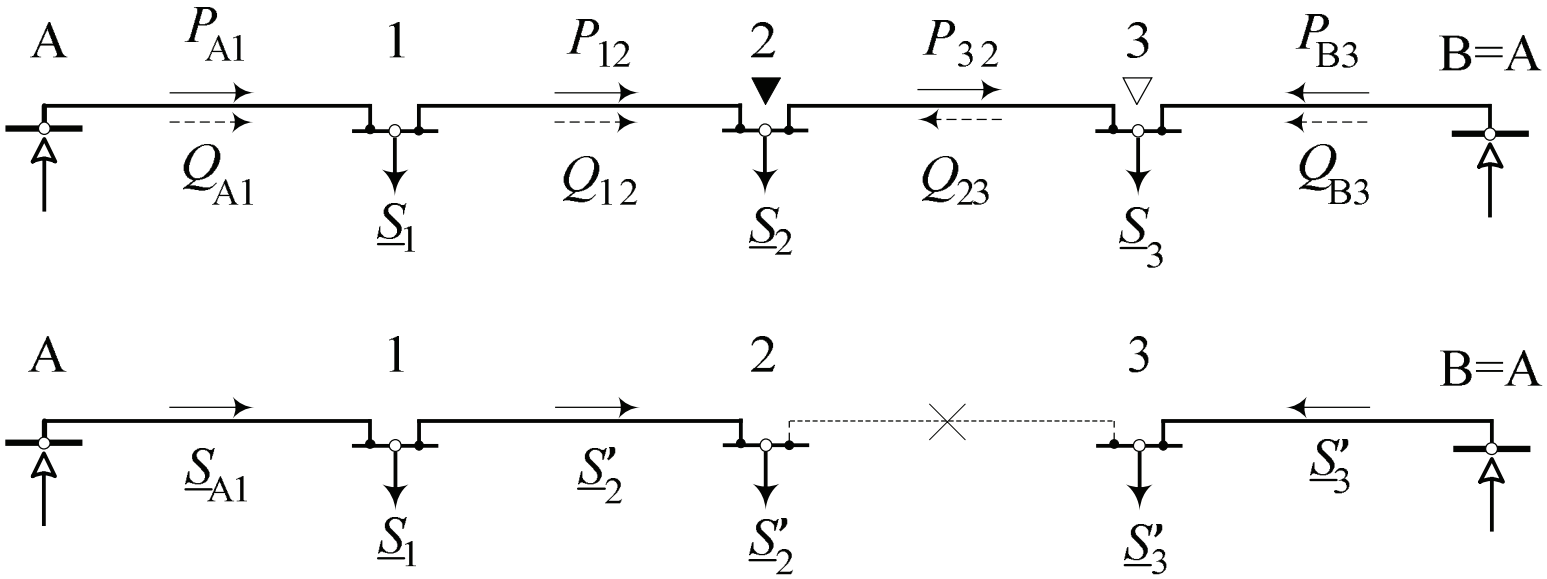


Шемата содржи два независни дела и секој од нив претставува радијална мрежа со познати оптоварувања и познат напон во напојната точка.



По изведувањето на првиот чекор од пресметките може да се случи во мрежата да се јават две разделни точки – едната за активна, а другата за реактивна моќност.

Приближна постапка за јамкасти мрежи



Водот 2–3 е испуштен, но при определувањето на $\underline{S}'_2$ и $\underline{S}'_3$ треба да се земат предвид и загубите на моќност во него.

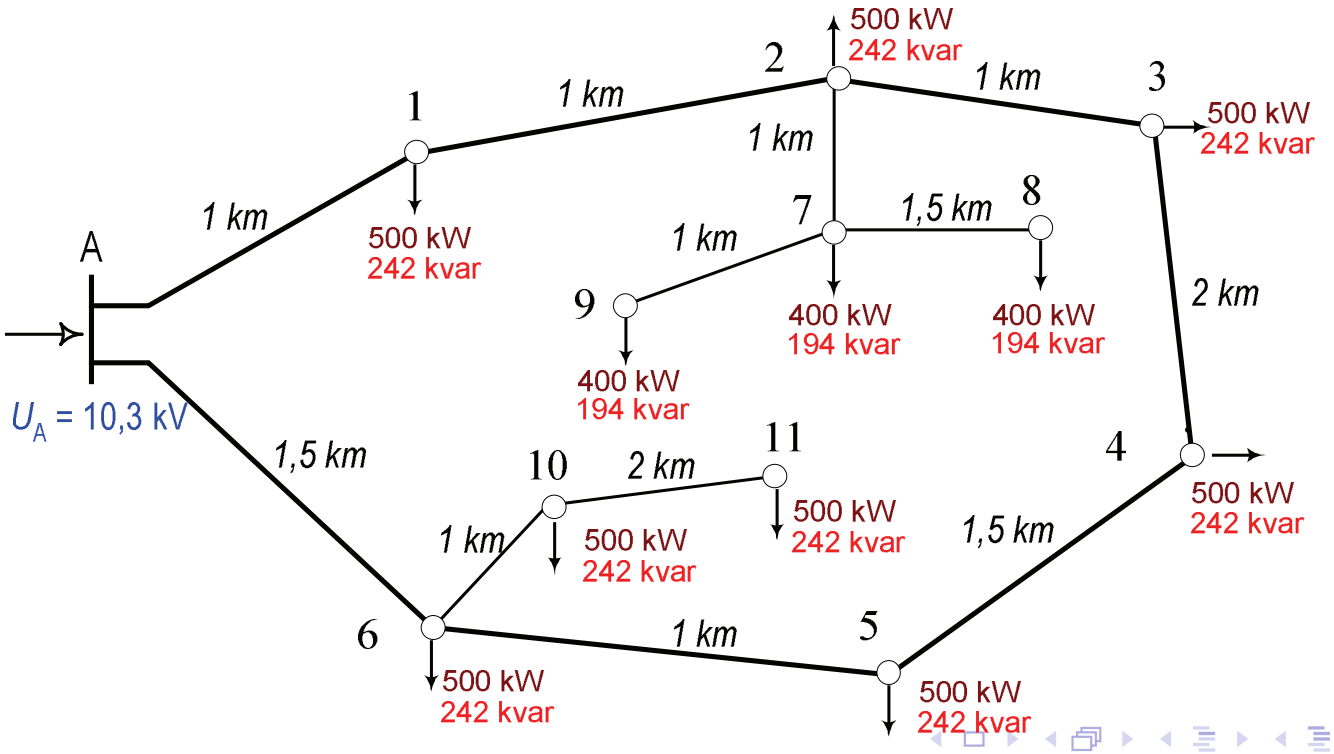
$$\Delta P_{23} = \frac{P_{32}^2 + Q_{23}^2}{U_{\mathrm{n}}^2} \cdot R_{23}, \quad \Delta Q_{23} = \frac{P_{32}^2 + Q_{23}^2}{U_{\mathrm{n}}^2} \cdot X_{23},$$

$$\underline{S}'_2 = P'_2 + jQ'_2 = P_{12} + j(Q_{12} + \Delta Q_{23}),$$
$$\underline{S}'_3 = P'_3 + jQ'_3 = P_{B3} + \Delta P_{23} + jQ_{B3}.$$

Пример 1

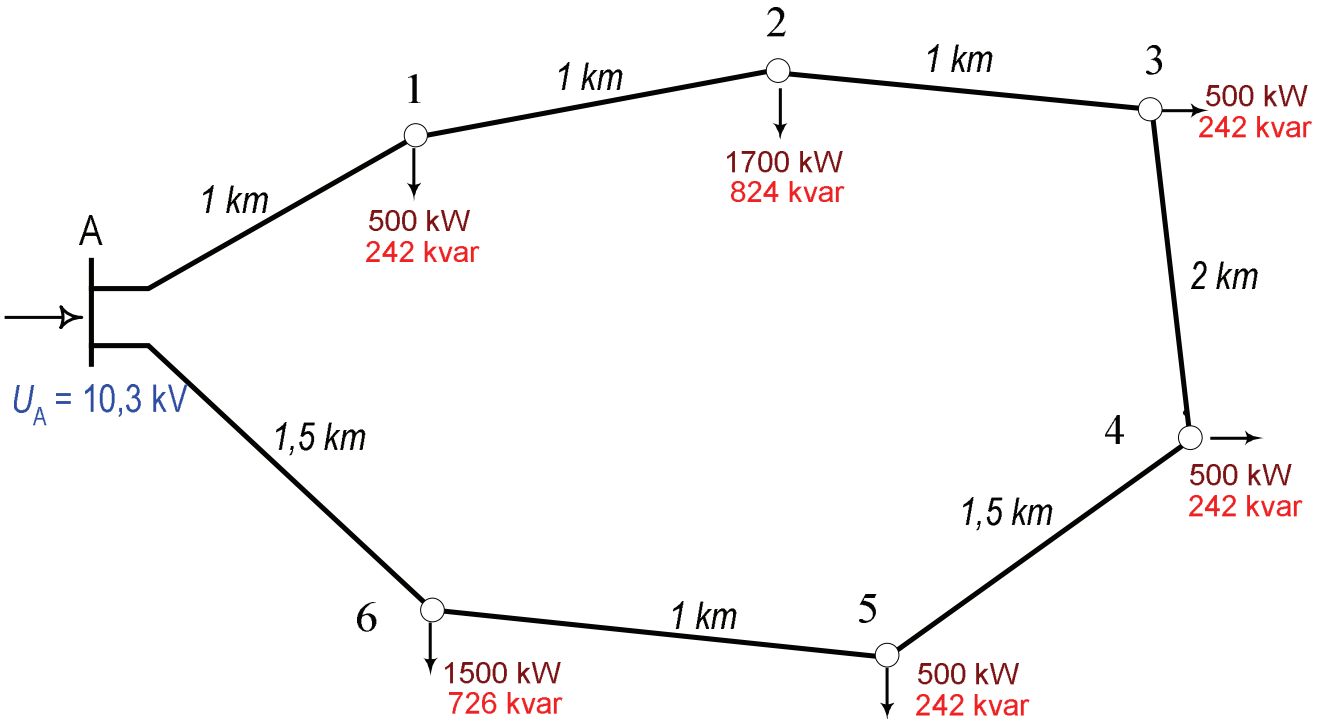
На сликата е прикажана прстенестата мрежа анализирана во примерот 5.4. Но овој пат мрежата работи како затворена, со вклучени сите делници од прстенот. Параметрите на елементите од мрежата како и моќностите на товарите се исти како и во примерот 5.4. Напонот во напојниот јазел изнесува $U_{\mathrm{A}} = 10,3\,\mathrm{kV}$.

Да се пресмета приближната распределба на моќностите во мрежата и врз основа на тоа да се определи точката на раздел во мрежата. Потоа да се изврши отворање на мрежата во точката на раздел со што прстенестата мрежа ќе се распадне на две радијални мрежи напојувани од истата напојна точка „А“. Во така отворената мрежа да се пресметаат напоните во сите јазли од мрежата. Колкава е загубата на напон ΔU во мрежата?



Пример 1

Сите товари се сведени кон прстенот. Моќноста во јазелот „2“ ќе биде: $(500+j242) + 3\times(400+j194) = (1700+j824)$ kVA додека во јазелот „6“ таа ќе изнесува $3\times(500+j242) = (1500+j726)$ kVA.



Пример 1

$$\underline{S}_{A-1} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{6} \underline{S}_k \cdot \underline{Z}^*_{k-B}}{\underline{Z}^*_{A-B}} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{6} \underline{S}_k \cdot l_{k-B}}{l_{A-B}},$$

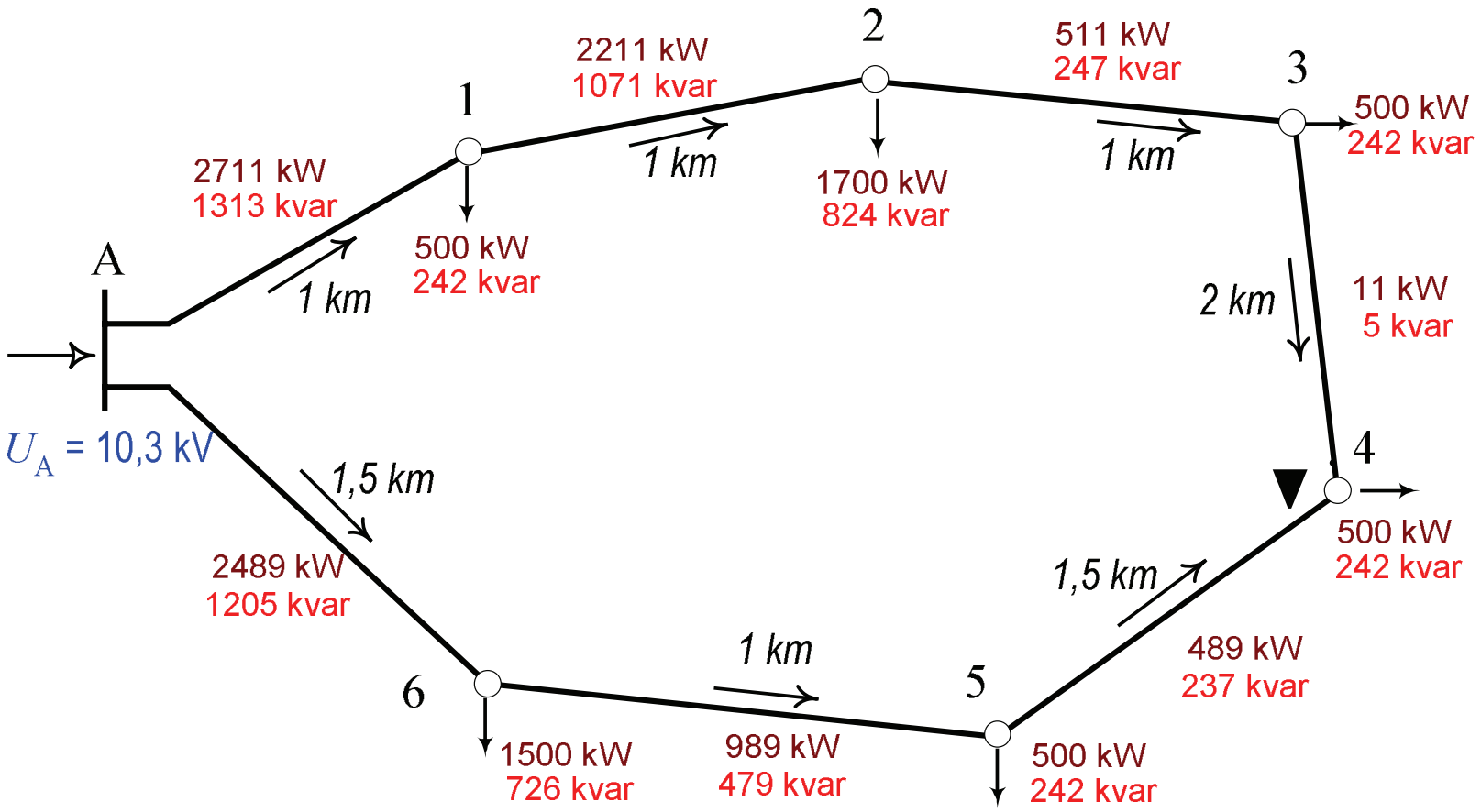
$$\underline{S}_{A-1} = \underline{S}_1 = \frac{8 \cdot (500 + j242) + 7 \cdot (1700 + j824) + 6 \cdot (500 + j242)}{9} +$$
$$+ \frac{4 \cdot (500 + j242) + 2,5 \cdot (500 + j242) + 1,5 \cdot (1500 + j726)}{9},$$

$$\underline{S}_{A-1} = (2711 + j1313)\,\mathrm{kVA}.$$

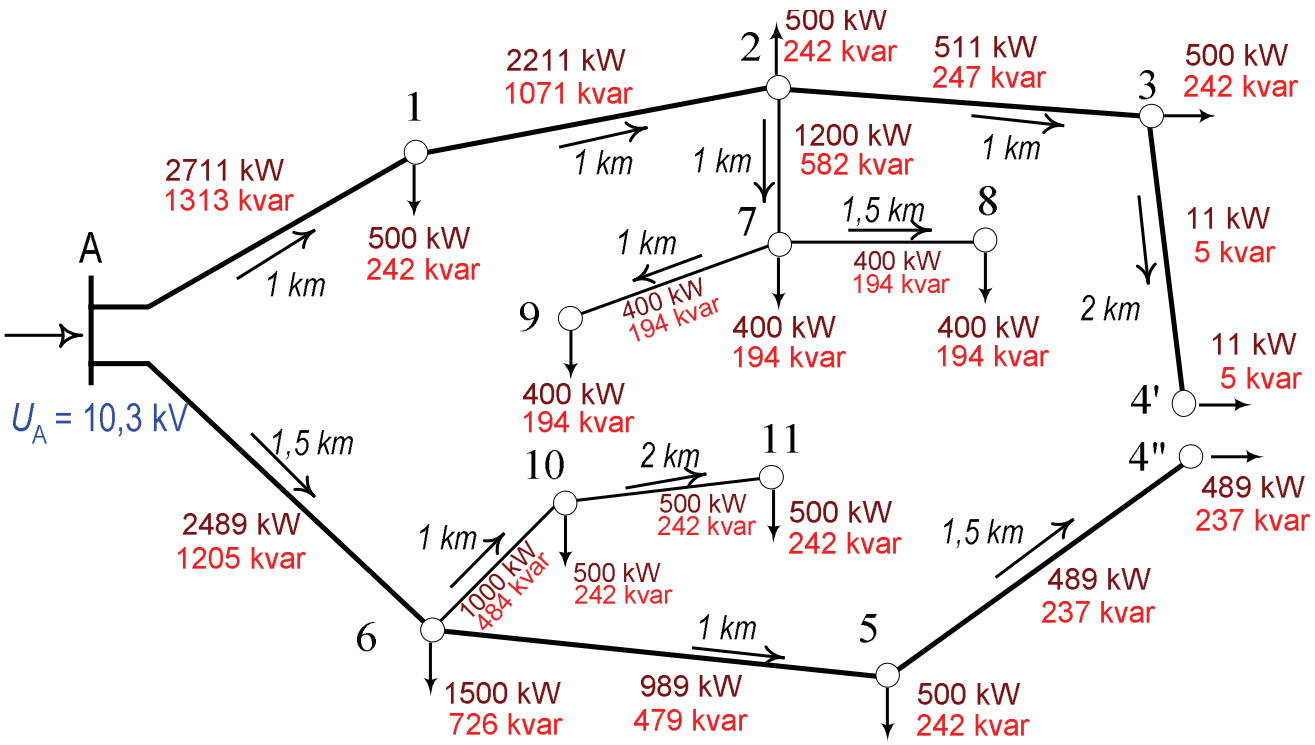
Во последните две релации место со конјугираните вредности на импеданциите на редните гранки од мрежата опериравме со нивните должини зашто сите водови имаат еднакви параметри по единица должина.

Пример 1

$$\underline{S}_{1-2} = \underline{S}_{\mathrm{A}-1} - \underline{S}_1 = (2711 - j1313) - (500 + j242) = (2211 + j1071)\ \mathrm{kVA},$$
$$\underline{S}_{2-3} = \underline{S}_{1-2} - \underline{S}_2 = (2211 + j1071) - (1700 + j824) = (511 + j247)\ \mathrm{kVA},$$



Пример 1



$$\Delta U_1 = \frac{P_{A-1} \cdot R_1 + Q_{A-1} \cdot X_1}{U_A} = \frac{P_{A-1} \cdot r + Q_{A-1} \cdot x}{U_A} \cdot l_1,$$

$$\Delta U_1 = \frac{2656 \cdot 0,208 + 1287 \cdot 0,092}{10,3} \cdot 1 = 0,065\,\text{kV},$$

$$U_1 = U_A - \Delta U_1 = 10,3 - 0,065 = 10,235\,\text{kV}.$$

Пример 1

Бр.	Делница	$P_{\Sigma i}$ (kW)	$Q_{\Sigma i}$ (kvar)	ΔU_i (V)	U_i (kV)
1	A – 1	2711	1313	66,5	10,2335
2	1 – 2	2211	1071	54,6	10,1790
3	2 – 3	511	247	12,7	10,1663
4	3 – 4′	11	5	0,5	10,1658
5	A – 6	2489	1205	91,5	10,2085
6	6 – 5	989	479	24,2	10,1842
7	5 – 4″	489	237	18,0	10,1662
8	2 – 7	1200	582	30,0	10,1520
9	7 – 8	400	194	15,0	10,1370
10	7 – 9	400	194	10,0	10,1420
11	6 – 10	1000	484	25,0	10,1820
12	10 – 11	500	242	25,0	10,1570

За точката 4 ќе усвоиме $U_4 = (U_{4'} + U_{4''})/2$ = 10,166 kV.

Точка со најнизок напон во мрежата е јазелот бр. 8. Загубата на напон во мрежата изнесува

$$\Delta U = U_{\mathrm{A}} - U_8 = 10,3 - 10,137 = 0,163\,\mathrm{kV}\ (1,63\%).$$

Метод на раздвојување на мрежата

Распределба на моќностите во јамкастата мрежа, со една или повеќе пасивни контури (не содржат електромоторни сили или трансформатори со различни коефициенти на трансформација).

$$\sum_{i=1}^{m} \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_i = 0.$$

$$0 = \sqrt{3} \cdot U_{\mathrm{n}} \cdot \sum_{i=1}^{m} \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_i = \sum_{i=1}^{m} (P_i - jQ_i) \cdot (R_i + jX_i).$$

$$0 = \sum_{i=1}^{m} (P_i \cdot R_i + Q_i \cdot X_i) - j \sum_{i=1}^{m} (P_i \cdot X_i - Q_i \cdot R_i)$$

$$\sum_{i=1}^{m} (P_i \cdot R_i + Q_i \cdot X_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{m} (P_i \cdot X_i - Q_i \cdot R_i) = 0$$

Метод на раздвојување на мрежата

$$\sum_{i=1}^{m} (P_i \cdot R_i + Q_i \cdot X_i) = 0$$

$$0 = \frac{R_1}{X_1} \cdot P_1 \cdot X_1 + \frac{R_2}{X_2} \cdot P_2 \cdot X_2 + \cdots + \frac{R_n}{X_n} \cdot P_n \cdot X_n +$$
$$+ \frac{X_1}{R_1} \cdot Q_1 \cdot R_1 + \frac{X_2}{R_2} \cdot Q_2 \cdot R_2 + \cdots + \frac{X_n}{R_n} \cdot Q_n \cdot R_n.$$

хомогена мрежа

$$\frac{X_1}{R_1} = \frac{X_2}{R_2} = \frac{X_3}{R_3} = \cdots = \frac{X_n}{R_n} = \xi = \text{const.}$$

$$\frac{1}{\xi} \cdot \sum_{i=1}^{m} P_i \cdot X_i + \xi \cdot \sum_{i=1}^{m} Q_i \cdot R_i = 0.$$

Метод на раздвојување на мрежата

$$\sum_{i=1}^{m} (P_i \cdot X_i - Q_i \cdot R_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^{m} P_i \cdot X_i.$$

$$\frac{1}{\xi} \cdot \sum_{i=1}^{m} P_i \cdot X_i + \xi \cdot \sum_{i=1}^{m} Q_i \cdot R_i = 0.$$

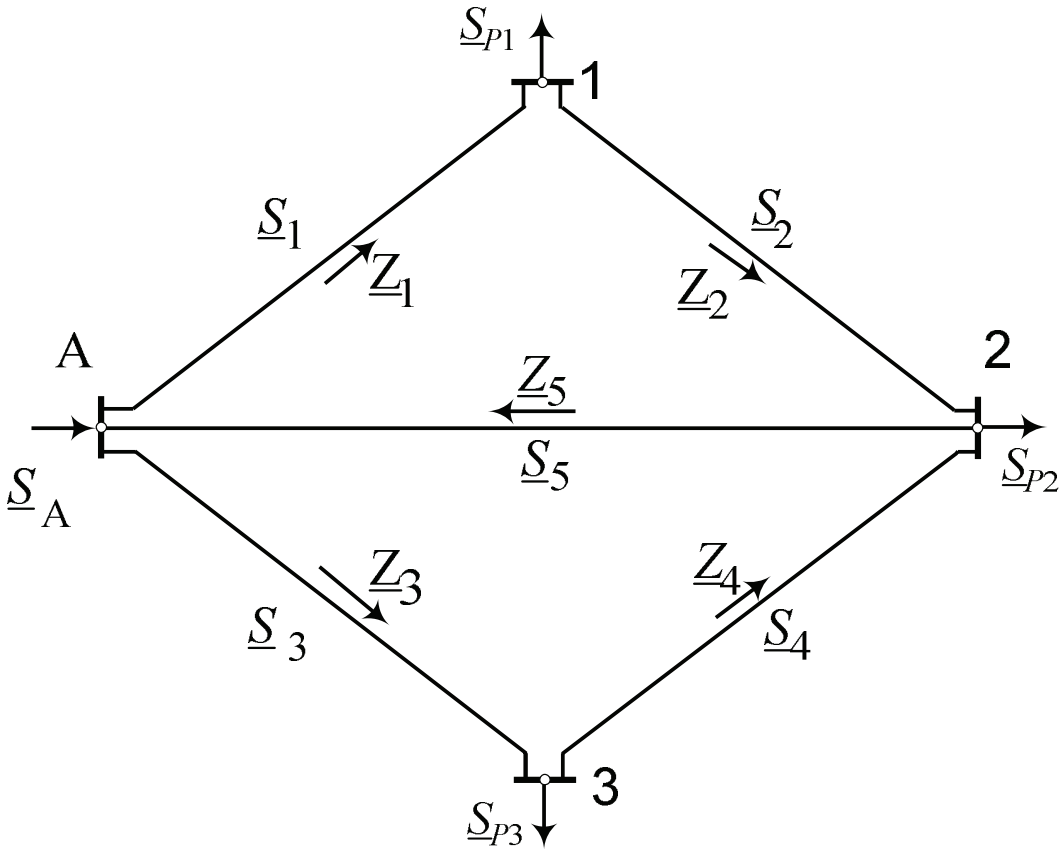
Од последните две равенки следува

$$\sum_{i=1}^{m} P_i \cdot X_i = 0 \quad \sum_{i=1}^{m} Q_i \cdot R_i = 0$$

Овие две равенки се независни и кажуваат дека кај хомогените мрежи распределбата на активните моќности зависи само од реактивните отпорности, а распределбата на реактивните моќности зависи само од активните отпорности на редните гранки од мрежата.

Пример 2

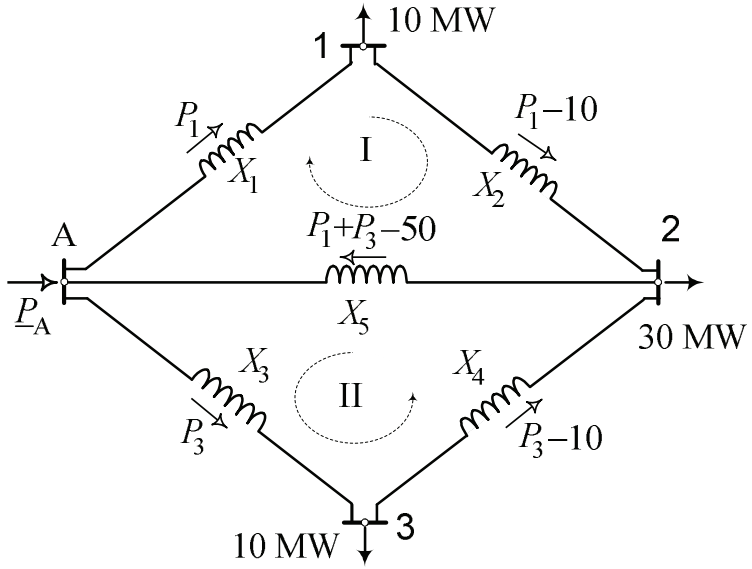
Да се одреди распределбата на моќности во 110 kV мрежа.

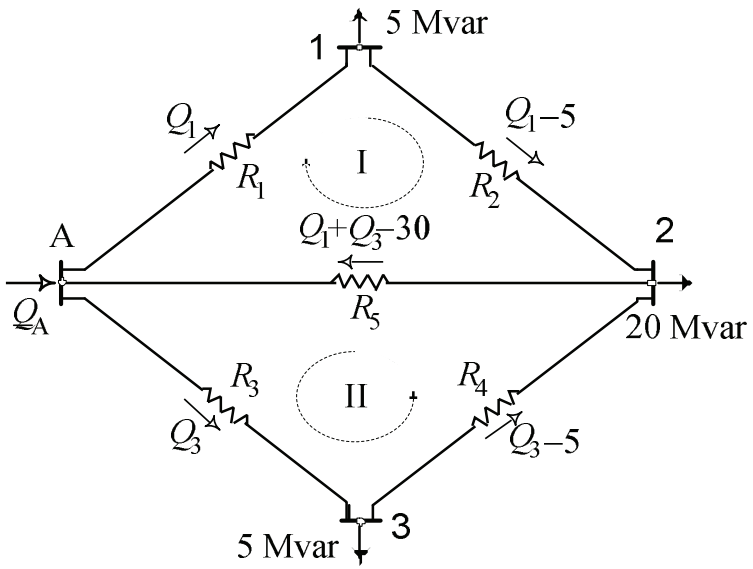


Бројни вредности: $\underline{Z}_1 = (10 + j20)\ \Omega$; $\underline{Z}_2 = (5 + j10)\ \Omega$; $\underline{Z}_3 = (10 + j20)\ \Omega$; $\underline{Z}_4 = (6 + j12)\ \Omega$; $\underline{Z}_5 = (20 + j40)\ \Omega$; $\underline{S}_{P1} = (10 + j5)$ MVA; $\underline{S}_{P2} = (30 + j20)$ MVA; $\underline{S}_{P3} = (10 + j5)$ MVA.

Пример 2

Бидејќи мрежата е хомогена (водовите имаат еднакви импеданции по единица должина), можеме да го примениме методот на раздвојување.

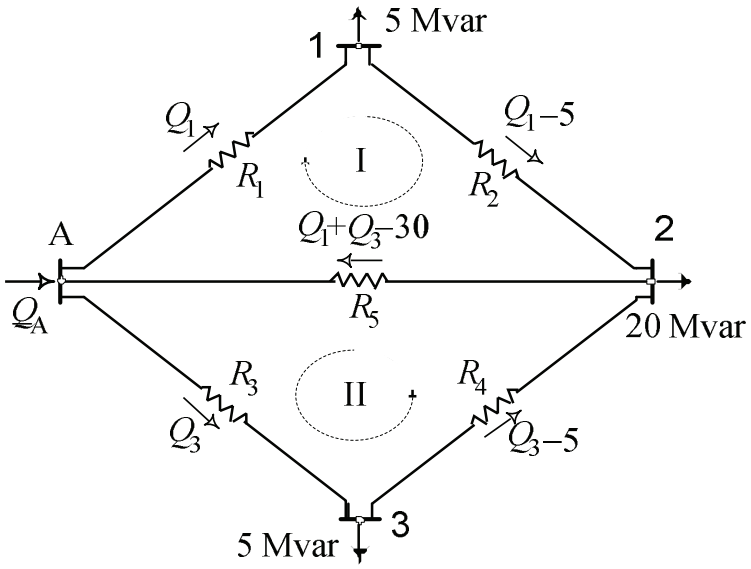




$$P_1 \cdot X_1 + (P_1 - 10) \cdot X_2 + (P_1 + P_3 - 50) \cdot X_5 = 0,$$
$$P_3 \cdot X_3 + (P_3 - 10) \cdot X_4 + (P_1 + P_3 - 50) \cdot X_5 = 0,$$

$$70 \cdot P_1 + 40 \cdot P_3 = 2100,$$
$$40 \cdot P_1 + 72 \cdot P_3 = 2120.$$
$$P_1 = 19,3\,\mathrm{MW} \quad P_3 = 18,7\,\mathrm{MW}$$

Пример 2



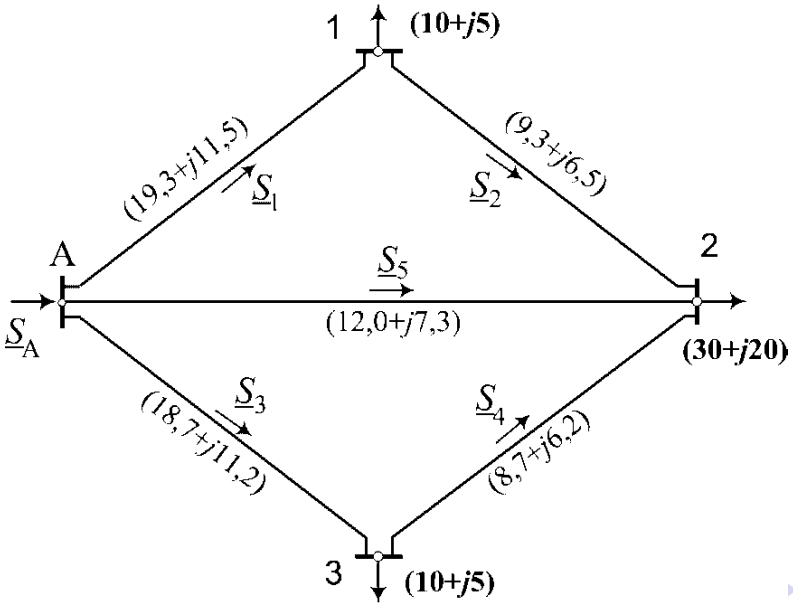
$$Q_1 \cdot R_1 + (Q_1 - 5) \cdot R_2 + (Q_1 + Q_3 - 30) \cdot R_5 = 0,$$
$$Q_3 \cdot R_3 + (Q_3 - 5) \cdot R_4 + (Q_1 + Q_3 - 30) \cdot R_5 = 0,$$

$$35 \cdot Q_1 + 20 \cdot Q_3 = 625,$$
$$20 \cdot Q_1 + 36 \cdot Q_3 = 630,$$
$$Q_1 = 11,5\,\mathrm{Mvar} \quad Q_3 = 11,2\,\mathrm{Mvar}$$

Пример 2

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_{A-1} = (P_1 + jQ_1) = (19,3 + j11,5)\ \text{MVA},$$
$$\underline{S}_3 = \underline{S}_{A-3} = (P_3 + jQ_3) = (18,7 + j11,2)\ \text{MVA}.$$

$$\underline{S}_2 = \underline{S}_{1-2} = S_1 - \underline{S}_{P1} = (19,3 + j11,5) - (10 + j5) = (9,3 + j6,5)\ \text{MVA},$$
$$\underline{S}_4 = \underline{S}_{3-2} = \underline{S}_3 - \underline{S}_{P3} = (18,7 + j11,2) - (10 + j5) = (8,7 + j6,2)\ \text{MVA},$$
$$\underline{S}_5 = \underline{S}_{2-A} = \underline{S}_1 + \underline{S}_3 - \Sigma\underline{S}_P = (38 + j22,7) - (50 + j30) = (-12 - j7,3)\ \text{MVA},$$
$$\underline{S}_{A-2} = -\underline{S}_5 = (12 + j7,3)\ \text{MVA}.$$

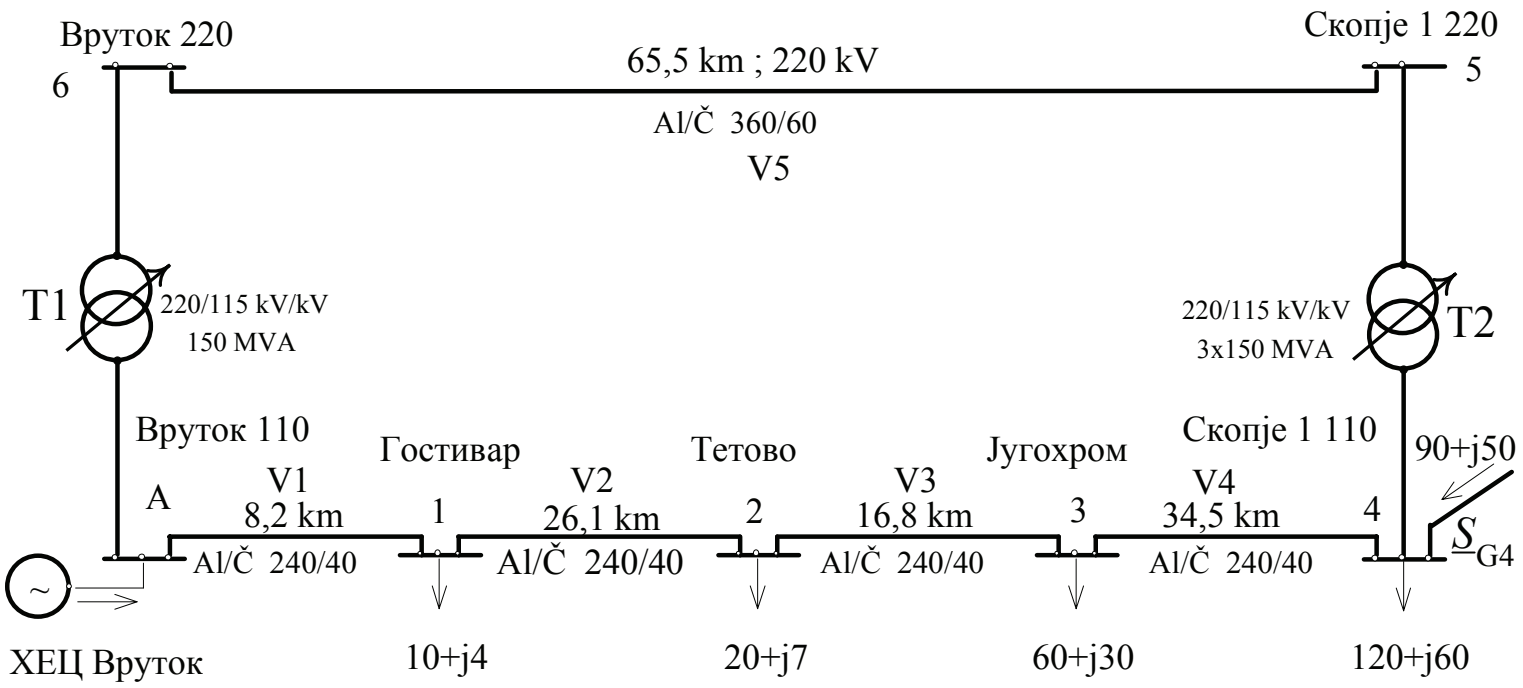


Пример 3

Се посматра дел од високонапонската преносна мрежа на ЕЕС на Република Македонија, на потегот Вруток - Скопје. Потребно е да се пресмета приближната распределба на моќности во мрежата, напонските прилики во неа и да се проценат вкупните загуби во прикажаниот режим. Водот 220 kV „Вруток 220 - Скопје 1 220“ има подолжни параметри $\underline{z} = (0,08 + 0,42)\ \Omega/\mathrm{km}$ и $b = 2,62\ \mu\mathrm{S/km}$. Останатите водови се за 110 kV напон и имаат еднакви подолжни параметри: $\underline{z} = (0,123 + 0,40)\ \Omega/\mathrm{km}$ и $b = 2,75\ \mu\mathrm{S/km}$. Напонот во напојната точка изнесува $U_\mathrm{A} = 115\ \mathrm{kV}$. За трансформаторите се познати следните податоци:

T1: 1×150 MVA; (220±12×1,25%)/115 kV/kV; $u_k\%$ = 10,9%;

T1: 3×150 MVA; (220±12×1,25%)/115 kV/kV; $u_k\%$ = 15,4%.



Пример 3

Бр.	Име на јазелот	Ознака во шемата	P_P (MW)	Q_P (Mvar)
1	Вруток 110	A	/	/
2	Гостивар	1	10	4
3	Тетово	2	20	7
4	Југохром	3	60	30
5	Скопје 1 110	4	120	60
6	Скопје 1 220	5	/	/
7	Вруток 220	6	/	/

Бр.	Елемент	Должина (km)	$R\,(\Omega)$	$X\,(\Omega)$	$B\,(\mu\mathrm{S})$
1	Вод A – 1	8,2	1,01	3,28	22,6
2	Вод 1 – 2	26,1	3,21	10,44	71,84
3	Вод 2 – 3	16,8	2,07	6,72	46,2
4	Вод 3 – 4	34,5	4,24	13,80	67,4
5	Трансформатор T1	–	–	9,61	–
6	Трансформатор T2	–	–	4,53	–
7	Вод 5 – 6	65,5	1,43	7,52	628

Пример 3

$$Q_{C1} = b \cdot U_{\mathrm{n}}^2 \cdot (l_{\mathrm{A}-1} + l_{1-2})/2 = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 110^2 \cdot (8,2 + 26,1)/2 = 0,57\,\mathrm{Mvar},$$

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_{P1} - jQ_{C1} = (10 + j3,43)\,\mathrm{MVA},$$

$$\underline{S}_2 = \underline{S}_{P2} - jQ_{C2} = (20 + j6,29)\,\mathrm{MVA},$$

$$Q_{C3} = b \cdot U_{\mathrm{n}}^2 \cdot \frac{l_{2-3} + l_{3-4}}{2} = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 110^2 \cdot \frac{16,8 + 34,5}{2} = 0,85\,\mathrm{MVAr},$$

$$\underline{S}_3 = \underline{S}_{P3} - jQ_{c3} = (60 + j29,14)\,\mathrm{MVA},$$

$$Q_{C4} = b \cdot U_{\mathrm{n}}^2 \cdot l_{3-4}/2 = 2,75 \cdot 10^{-6} \cdot 110^2 \cdot 34,5/2 = 0,57\,\mathrm{MVAr},$$

$$\underline{S}_4 = \underline{S}_{P4} - \underline{S}_{G4} - jQ_{C4} = (30 + j9,43)\,\mathrm{MVA},$$

$$Q_{C5} = b_{220.\text{св.}} \cdot U_{\mathrm{n}}^2 \cdot \frac{l_{5-6}}{2} = 2,62 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{220^2}{115^2} \cdot 110^2 \cdot \frac{65,5}{2} = 3,8\,\mathrm{MVAr},$$

$$\underline{S}_5 = \underline{S}_{P5} - jQ_{C5} = -j3,80\,\mathrm{MVA},$$

$$Q_{C6} = b_{220.\text{св.}} \cdot U_{\mathrm{n}}^2 \cdot \frac{l_{5-6}}{2} = 2,62 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{220^2}{115^2} \cdot 110^2 \cdot \frac{65,5}{2} = 3,8\,\mathrm{MVAr},$$

$$\underline{S}_6 = \underline{S}_{P6} - jQ_{C6} = -j3,80\,\mathrm{MVA},$$

$$Q_{C\Sigma} = Q_{C1} + Q_{C2} + Q_{C3} + Q_{C4} + Q_{cC} + Q_{C6} = 10,46\,\mathrm{MVAr}.$$

Пример 3

$$\underline{S}_{\mathrm{A}-1} = \frac{\underline{S}_1 \cdot \underline{Z}^*_{1-\mathrm{B}} + \underline{S}_2 \cdot \underline{Z}^*_{2-\mathrm{B}} + \underline{S}_3 \cdot \underline{Z}^*_{3-\mathrm{B}} + \underline{S}_4 \cdot \underline{Z}^*_{4-\mathrm{B}}}{\underline{Z}^*_{\mathrm{A}-\mathrm{B}}},$$

$$\underline{S}_{\mathrm{A}-6} = \frac{\underline{S}_1 \cdot \underline{Z}^*_{1-\mathrm{A}} + \underline{S}_2 \cdot \underline{Z}^*_{2-\mathrm{A}} + \underline{S}_3 \cdot \underline{Z}^*_{3-\mathrm{A}} + \underline{S}_4 \cdot \underline{Z}^*_{4-\mathrm{A}}}{\underline{Z}^*_{\mathrm{A}-\mathrm{B}}},$$

$$\underline{Z}_{V1} = (1,01 + j3,28)\,\Omega; \quad \underline{Z}_{V2} = (3,21 + j10,44)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{V3} = (2,07 + j6,72)\,\Omega; \quad \underline{Z}_{V4} = (4,24 + j13,80)\,\Omega; \quad \underline{Z}_{V5} = (1,43 + j7,52)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{T1} = j9,61\,\Omega; \quad \underline{Z}_{T2} = j4,53\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{A-B} = \underline{Z}_{A-1} + \underline{Z}_{1-2} + \underline{Z}_{2-3} + \underline{Z}_{3-4} + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_{5-6} + \underline{Z}_{T2} = (11,96 + j55,90)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{1-B} = \underline{Z}_{1-2} + \underline{Z}_{2-3} + \underline{Z}_{3-4} + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_{5-6} + \underline{Z}_{T2} = (10,95 + j52,62)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{2-B} = \underline{Z}_{2-3} + \underline{Z}_{3-4} + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_{5-6} + \underline{Z}_{T2} = (7,74 + j42,18)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{3-B} = \underline{Z}_{3-4} + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_{5-6} + \underline{Z}_{T2} = (5,67 + j35,46)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{4-B} = \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_{5-6} + \underline{Z}_{T2} = (1,43 + j21,66)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{5-B} = \underline{Z}_{5-6} + \underline{Z}_{T2} = (1,43 + j17,13)\,\Omega;$$

$$\underline{Z}_{6-B} = \underline{Z}_{T2} = j9,61\,\Omega.$$

Пример 3

$$\underline{Z}_{i-\mathrm{A}} = \underline{Z}_{\mathrm{A}-\mathrm{B}} - \underline{Z}_{i-\mathrm{B}}, \quad i = 1, 2, \ldots, 6.$$

Како резултат од пресметките се добива $\underline{S}_{\mathrm{A}-1} = (74,65 + j23,91)\ \mathrm{MVA}$ и $\underline{S}_{\mathrm{A}-6} = (45,35 + j17,38)\ \mathrm{MVA}$.

$$\underline{S}_{1-2} = \underline{S}_{\mathrm{A}-1} - \underline{S}_1 = (74,65 + j23,91) - (10,0 + j3,43) = (64,65 + j20,48)\ \mathrm{MVA},$$
$$\underline{S}_{2-3} = \underline{S}_{1-2} - \underline{S}_2 = (64,65 + j20,48) - (20,0 + j6,29) = (44,65 + j14,19)\ \mathrm{MVA},$$
$$\underline{S}_{4-3} = \underline{S}_3 - \underline{S}_{2-3} = (60,0 + j29,14) - (44,65 + j14,19) = (15,35 + j14,95)\ \mathrm{MVA}$$
$$\underline{S}_{5-4} = \underline{S}_{4-3} + \underline{S}_4 = (15,35 + j14,95) + (30,0 + j9,43) = (45,35 + j24,38)\ \mathrm{MVA},$$
$$\underline{S}_{6-5} = \underline{S}_{5-4} + \underline{S}_5 = (45,35 + j24,38) + (0 - j3,80) = (45,35 + j20,58)\ \mathrm{MVA}.$$

Примената на Кирхофоввиот закон за моќности за јазелот бр. 6 ќе ни послужи како проверка за точноста на пресметките:

$$\underline{S}_{A-6} = \underline{S}_{6-5} + \underline{S}_6 = (45,35 + j20,58) + (0 - j3,80) = (45,35 + j16,78)\ \mathrm{MVA},$$

а тоа е резултат еднаков со резултатот за моќноста $\underline{S}_{\mathrm{A}-6}$, добиен претходно. Точка на раздел во мрежата е јазелот 3 (Југохром).

Пример 3

$$U_1 \approx U_{\mathrm{A}} - (P_{\mathrm{A}-1} \cdot R_1 + Q_{\mathrm{A}-1} \cdot X_1)/U_{\mathrm{A}} =$$
$$= 115 - (74,65 \cdot 1,01 + 23,91 \cdot 3,28)/115 = 113,66\,\mathrm{kV};$$
$$U_2 \approx U_1 - (P_{1-2} \cdot R_2 + Q_{1-2} \cdot X_2)/U_1 =$$
$$= 113,66 - (64,65 \cdot 3,21 + 20,48 \cdot 10,44)/113,66 = 109,96\,\mathrm{kV};$$
$$U_3 \approx U_2 - (P_{2-3} \cdot R_3 + Q_{2-3} \cdot X_3)/U_2 =$$
$$= 109,96 - (44,66 \cdot 2,07 + 14,19 \cdot 6,72)/109,96 = 108,25\,\mathrm{kV};$$
$$U_4 \approx U_3 + (P_{4-3} \cdot R_4 + Q_{4-3} \cdot X_4)/U_3 =$$
$$= 108,25 + (15,36 \cdot 4,24 + 14,95 \cdot 13,80)/108,25 = 110,76\,\mathrm{kV};$$
$$U_5 \approx U_4 + (P_{5-4} \cdot R_5 + Q_{5-4} \cdot X_5)/U_4 =$$
$$= 110,76 + (45,36 \cdot 0 + 24,38 \cdot 4,53)/110,76 = 111,75\,\mathrm{kV};$$
$$U_{5.\text{сведено}} = k_{T2} \cdot U_5 = 213,79\,\mathrm{kV};$$
$$U_6 \approx U_5 + (P_{6-5} \cdot R_6 + Q_{6-5} \cdot X_6)/U_5 =$$
$$= 111,75 + (45,36 \cdot 1,43 + 20,58 \cdot 7,52)/111,75 = 113,72\,\mathrm{kV};$$
$$U_{6.\text{сведено}} = k_{T1} \cdot U_6 = 217,55\,\mathrm{kV}.$$

Пример 3

Прстенот ќе го отвориме во точката на раздел 3 (Гостивар). Со познатите $U_3 = 108,25\,\mathrm{kV}$ и $\underline{S}''_{2-3} = (44,65 + j14,19)\,\mathrm{MVA}$ ќе ја добиеме моќноста $\underline{S}'_{2-3}$

$$\Delta P_{2-3} = \frac{\left(P''_{2-3}\right)^2 + \left(Q''_{2-3}\right)^2}{U_3^2} \cdot R_{2-3} = \frac{44,65^2 + 14,19^2}{108,25^2} \cdot 2,07 = 0,39\,\mathrm{MW};$$

$$\Delta Q_{2-3} = \frac{\left(P''_{2-3}\right)^2 + \left(Q''_{2-3}\right)^2}{U_3^2} \cdot X_{2-3} - \frac{b}{2} \cdot l_{2-3} \cdot U_3^2 =$$

$$= \frac{44,65^2 + 14,19^2}{108,25^2} \cdot 6,72 - \frac{2,75 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot 16,8 \cdot 108,25^2 = 15,17\,\mathrm{Mvar};$$

$$\underline{S}'_{2-3} = \underline{S}''_{2-3} + \Delta P_{2-3} + j\Delta Q_{2-3} = (45,04 + j15,17)\,\mathrm{MVA}.$$

$$\underline{S}''_{2-3} = \underline{S}_{2-3} + \underline{S}_2 = (45,04 + j15,17) + (20 + j7) = (65,04 + j22,17)\,\mathrm{MVA}.$$

Пример 3

$$\underline{S}_{1-2} = \underline{S}''_{1-2} - j\frac{b}{2} \cdot l_{1-2} \cdot U_2^2 = (65,04 + j22,17) - j0,43 =$$
$$= (65,04 + j21,74)\ \mathrm{MVA}.$$

$$\underline{\Delta S}_{1-2} = \frac{P_{1-2}^2 + Q_{1-2}^2}{U_2^2} \cdot (R_2 + jX_2) - j \cdot b \cdot \frac{l_{1-2}}{2} \cdot (U_1^2 + U_2^2) =$$
$$= \frac{65,04^2 + 21,74^2}{109,96^2} \cdot (3,21 + j10,44) -$$
$$- j2,75 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{26,1}{2} \cdot (109,96^2 + 113,66^2) = (1,25 + j3,17)\ \mathrm{MVA}.$$

$$\underline{S}'_{1-2} = \underline{S}''_{1-2} + \underline{\Delta S}_{1-2} = (65,04 + j22,17) + (1,25 + j3,17) =$$
$$= (66,29 + j25,34)\ \mathrm{MVA}.$$

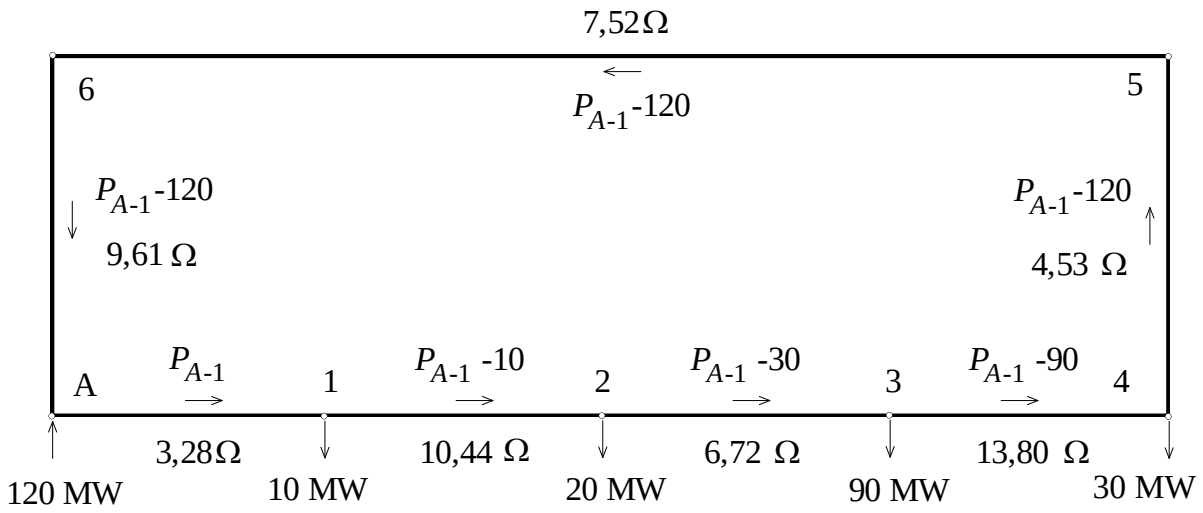
Понатаму следи постапката за пресметување на моќноста низ водот $V_{\mathrm{A}-1}$, а потоа и моќноста низ преостанатите водови од мрежата. Таа е идентична како во разгледуваниот случај со водот V_{1-2}.

Пример 3

		Приближни резултати			Точни резултати		
Бр.	MVA	Почеток	Крај	U (kV)	Почеток	Крај	U (kV)
1	$\underline{S}_{A-1}$	76,8+j30,7	76,3+j29,3	113,7	78,1+j31,9	77,6+j30,3	114,1
2	$\underline{S}_{1-2}$	66,3+j25,3	65,0+j22,2	110,0	67,7+j26,3	66,3+j22,9	109,1
3	$\underline{S}_{2-3}$	45,0+j15,2	44,7+j14,2	108,3	46,3+j15,9	45,8+j15,1	107,3
4	$\underline{S}_{4-3}$	15,5+j15,8	15,4+j15,8	110,8	14,3+j14,3	14,2+j14,9	109,7
5	$\underline{S}_{5-4}$	45,5+j26,8	45,5+j25,8	111,8	44,3+j25,3	44,3+j24,3	110,8
6	$\underline{S}_{6-5}$	45,8+j20,4	45,5+j26,8	113,7	44,6+j19,7	44,3+j25,3	113,1
7	$\underline{S}_{A-6}$	45,8+j22,3	45,8+j20,4	/	44,6+j21,7	44,6+j19,7	/
A	$\underline{S}_{A}$	122,6+j53,0	/	115,0	122,7+j53,6	/	115,0

Пример 4

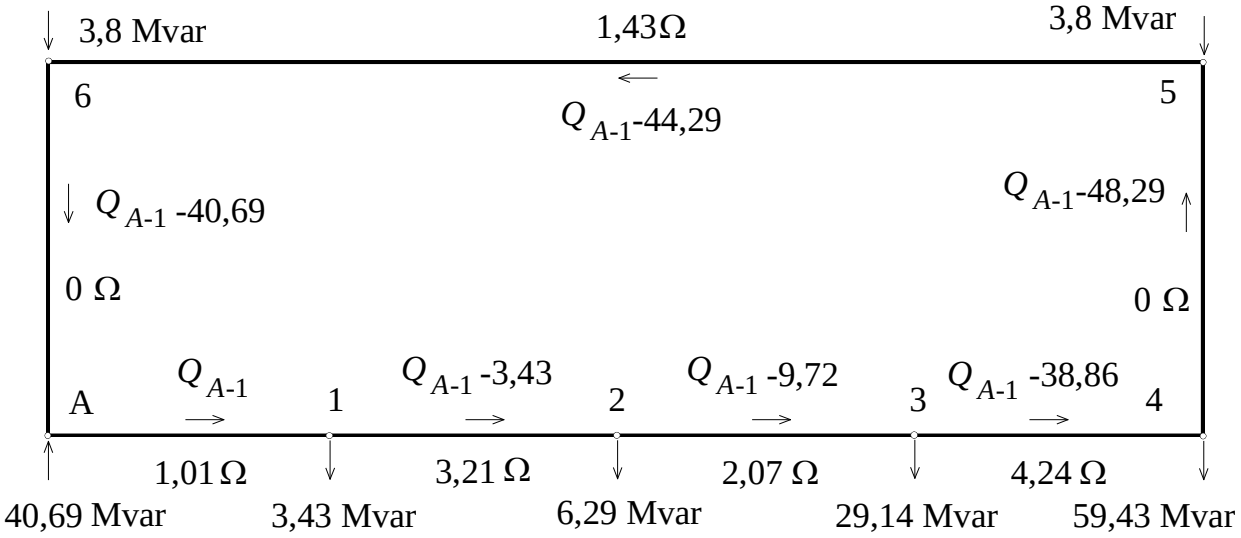
Се посматра мрежата од ретходниот пример. Со помош на методот на раздвојување на моќности да се определи распределбата на моќности и напонските прилики во системот. Обата трансформатора работат со номинален преносен однос $k_{T1} = k_{T2} = k_{Tn} = 220/115\,\mathrm{kV/kV}$.



$$P_{\mathrm{A}-1}X_1 + (P_{\mathrm{A}-1} - P_1)X_2 + (P_{\mathrm{A}-1} - P_1 - P_2)X_3 + (P_1 + P_2 + P_3 - P_{\mathrm{A}-1})X_4 +$$
$$+ (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 - P_{\mathrm{A}-1})(X_5 + X_6 + X_7) = 0,$$

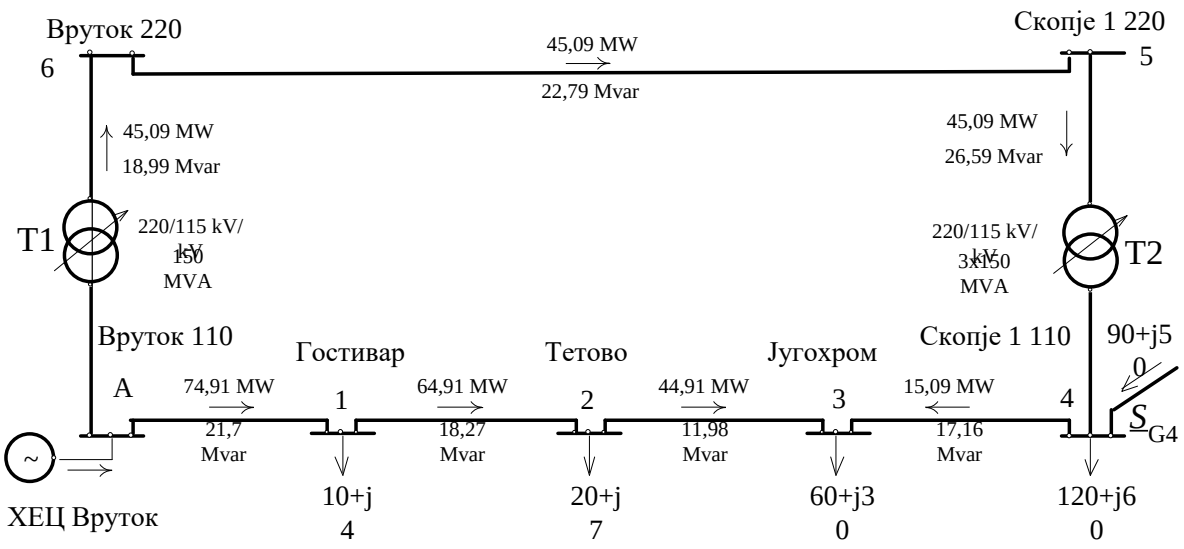
$$P_{\mathrm{A}-1} \cdot 3,28 + (P_{\mathrm{A}-1} - 10) \cdot 10,44 + (P_{\mathrm{A}-1} - 30) \cdot 6,72 + (P_{\mathrm{A}-1} - 90) \cdot 13,8 +$$
$$+ (P_{\mathrm{A}-1} - 120) \cdot 21,66 = 0,$$
$$\Rightarrow P_{\mathrm{A}-1} = 74,91\ \mathrm{MW}.$$

Пример 4



$$Q_{\mathrm{A}-1} \cdot 1,01 + (Q_{\mathrm{A}-1} - 3,43) \cdot 3,21 + (Q_{\mathrm{A}-1} - 9,72) \cdot 2,07 +$$
$$+ (Q_{\mathrm{A}-1} - 38,86) \cdot 4,24 + (Q_{\mathrm{A}-1} - 48,29) \cdot 0 + (Q_{\mathrm{A}-1} - 44,49) \cdot 1,43 +$$
$$+ (Q_{\mathrm{A}-1} - 40,69) \cdot 0 = 0,$$
$$\Rightarrow Q_{\mathrm{A}-1} = 21,7\,\mathrm{Mvar}.$$

Пример 4


Вруток 220
6
45,09 MW
22,79 Mvar
Скопје 1 220
5
45,09 MW
18,99 Mvar
45,09 MW
26,59 Mvar
T1
220/115 kV/
150
MVA
220/115 kV/
3x150
MVA
T2
Вруток 110
Гостивар
Тетово
Југохром
Скопје 1 110
90+j5
0
A
74,91 MW
21,7
Mvar
1
64,91 MW
18,27
Mvar
2
44,91 MW
11,98
Mvar
3
15,09 MW
17,16
Mvar
4
S
G4
ХЕЦ Вруток
10+j
4
20+j
7
60+j3
0
120+j6
0

Пример 4

Понатамошните пресметки („сечење“ и отворање на прстенот, поделба на мрежата, пресметка на приближните вредности на напоните, пресметка на загубите на моќност и уточнување на тековите на моќности) се изведуваат исто како во претходниот пример.

		Приближни резултати			Точни резултати		
Бр.	MVA	Почеток	Крај	U (kV)	Почеток	Крај	U (kV)
1	$\underline{S}_{A-1}$	77,0+j28,4	76,5+j27,0	113,7	78,1+j31,9	77,6+j30,3	114,1
2	$\underline{S}_{1-2}$	66,5+j23,0	65,3+j19,9	110,2	67,7+j26,3	66,3+j22,9	109,1
3	$\underline{S}_{2-3}$	45,3+j12,9	44,9+j12,0	108,6	46,3+j15,9	45,8+j15,1	107,3
4	$\underline{S}_{4-3}$	15,3+j17,5	15,1+j18,0	111,4	14,3+j14,3	14,2+j14,9	109,7
5	$\underline{S}_{5-4}$	45,3+j28,5	45,3+j27,5	112,5	44,3+j25,3	44,3+j24,3	110,8
6	$\underline{S}_{6-5}$	45,6+j22,1	45,3+j28,5	113,4	44,6+j19,7	44,3+j25,3	113,1
7	$\underline{S}_{A-6}$	45,6+j24,0	45,6+j22,1	/	44,6+j21,7	44,6+j19,7	/
A	$\underline{S}_{A}$	122,6+j52,4	/	115,0	122,7+j53,6	/	115,0