

1. Основни поими за преодните процеси

Електричен преоден процес претставува нагла промена во состојбата на едно електрично коло при вклучување/исклучување на прекинувачи или при појава на дефект (куси врски) во системот. Преодниот период е обично многу краток, така што делот од времето во кое едно коло работи во преоден процес во споредба со времето во кое работи во стационарен процес е занемарлив. Но сепак, преодните процеси се особено важни затоа што за во тие моменти компонентите на електричните кола се подложени на големи напрегања поради преголемите струи и напони. Овие напрегања може да предизвикаат дефекти на одделни делови од опремата во ЕЕС и застои кај одредени генератори, цели електрични центри или пак прекин во напојувањето на населби/градови во зависност од значењето на колото во кое тие се случиле.

Во денешно време, со примена на компјутерска симулација на преодните процеси во ЕЕС е можно тие целосно да се разберат и да се преземат мерки за нивна елиминација до степен кој што е сосема безопасен.

На почетокот, ќе ги разгледуваме основните принципи за решавање на преодни процеси во електрични кола кои понатаму ќе ги користиме за решавање на сложени проблеми во ЕЕС користејќи ја алатката Simulink од MATLAB.

Секое електрично коло во основа се состои од три типа на елементи:

- Отпорник со отпорност R (Ω),
- Индуктивен елемент (калем) со индуктивност L (H),
- Кондензатор со капацитивност C (F).

Сите делови на ЕЕС, без разлика дали се работи за преносна или дистрибутивна мрежа, индустриски инсталации, инсталации во домаќинствата ги содржат трите основни елементи во помала или поголема мерка. Покрај овие елементи, кои што се линеарни, во електричните кола на ЕЕС постојат и нелинеарни елементи како што се намотките поставени на железни јадра (нелинеарна крива на магнетизирање) кои ги има во сите електрични машини, како и некои нелинеарни отпорници како на пример одводниците на пренапони.

Во стационарен режим на работа еден од основните три елементи доминира при претставувањето на секој елемент од ЕЕС. На пример, кај намотките на сите машини/уреди доминира индуктивноста, но во преодните процеси условите може да се променат. Во некои случаи распределената капацитивност на една намотка може да биде значаен фактор во одредувањето на текот на преодниот процес во колото.

Отпорноста, индуктивноста и капацитивноста во едно коло се распределени параметри по областа која што едно коло ја опфаќа, а која во ЕЕС може да биде и од редот на километри. Но сепак, во досегашното проучување на ЕЕС е дојдено до заклучок дека тие можат да бидат претставени со концентрирани параметри без сериозно да се наруши точноста на пресметките. Така ќе постапуваме и ние насекаде во наредните поглавја, освен во некои специјални случаи како што се долгите преносни водови со должини кои се мерат со стотици километри.

Елементите L и C се карактеризираат со нивното својство да складираат енергија во магнето односно електрично поле. Овие енергии зависат од моменталите вредности на струите и напоните и изнесуваат:

$$\frac{1}{2} Li^2 \text{ и } \frac{1}{2} Cu^2.$$

Од друга страна елементот R се карактеризира со тоа што во него се губи енергија која што се претвора во топлина, при што интензитетот со кој таа енергија се губи е еднаков на Ri^2 .

Во стационарен режим при еднонасочна струја, енергијата која што е складирана во индуктивните елементи и кондензаторите е константна, додека при наизменична струја енергијата постојано се префрла помеѓу индуктивните елементи и кондензаторите во ритам со фреквенцијата на која што работи колото следејќи ги падовите и порастите на напоните и струите во колото по синусен закон. Овој трансфер на енергија е проследен и со губитоци на енергија која што зависи од големината на активните отпорности R кои што постојат во колото.

Кога во едно коло настанува нагла промена, во него се појавува прераспределба на енергиите во елементите така што тие ќе одговараат на новонастанатата состојба во колото. Прераспределбата на енергијата не може да се случи моментално поради две причини:

1. За да се промени магнетната енергија кај индуктивните елементи потребна е промена на струјата di на која и се спротивставува индуцирна електромоторна сила со вредност $L \frac{di}{dt}$. Тоа значи дека ако во еден калем сакаме моментално да ја промениме струјата ($dt = 0$) ќе биде потребно да примениме бесконечно голем напон кој што е неизводливо да се постигне. Поради тоа, во калемите не е можна нагла промена на струјата, односно тие имаат својство да се спротивставуваат на промената на струјата во нив.
2. За да се промени енергија на електричното поле кај кондензаторите потребна е промена на напонот du . Тоа значи дека на кондензаторот треба да му се промени количеството електрицитет за вредност $dQ = Cdu$ во временскиот интервал dt што значи низ него ќе протече струја $i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du}{dt}$. Тоа значи дека ако во еден кондензатор сакаме моментално да го промениме напонот ($dt = 0$) ќе биде потребно да имаме бесконечно голема струја која исто така не е можно да се постигне. Поради тоа, кај кондензаторите не е можна нагла промена на напонот, односно тие имаат својство да се спротивставуваат на промената на напонот.

Прераспределбата на енергијата при промени во колото се извршува во одредено конечно време при што секогаш е запазен законот за зачувување на енергијата. Тоа значи дека зголемувањето и намалувањето на енергијата во одделни елементи од колото мора да биде во рамнотежа со приливот на енергија во колото (од изворите) и губењето на енергија во активните отпори.

1.1. Решавање на електрични кола со диференцијални равенки

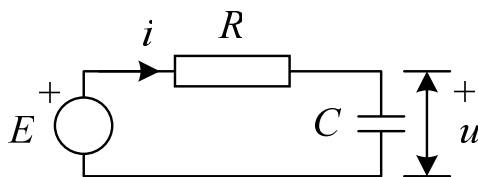
За да се реши едно електрично коло е потребно да се напишат равенки според Кирхофовите закони и равенки кои даваат врска помеѓу напоните и струите на одделните елементи од колото. За трите споменати основни елементи тие равенки се:

- $u = Ri$ за отпорник,
- $u = L \frac{di}{dt}$ за индуктивен елемент (калем),
- $i = C \frac{du}{dt}$ за кондензатор.

Имајќи предвид дека кај два елементи врската помеѓу напоните и струите е дадена во диференцијален облик, равенките со кои ќе можеме да го решиме електричното коло ќе бидат диференцијални. Тоа ќе го илустрираме со примери.

1.1.1. RC коло

Го посматраме RC колото на сликата 1.1 кое што е приклучено на генератор со константен напон E . Потребно е да го определиме и нацртаме временскиот тек на напонот $u(t)$.



Слика 1.1. RC – коло

За прикажаното коло можеме да ги напишеме следните равенки:

$$E = u + Ri, \quad (1.1)$$

$$i = C \frac{du}{dt}, \quad (1.2)$$

од каде што следува

$$E = u + RC \frac{du}{dt}, \quad (1.3)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{E - u}{RC} \quad (1.4)$$

Равенката (1.4) можеме да ја решиме со интегрирање со претходно групирање на променливите на следниот начин:

$$\frac{du}{E - u} = \frac{dt}{RC}, \quad (1.5)$$

од каде што добиваме

$$\ln(E - u) = -\frac{t}{RC} + K_1, \quad (1.6)$$

односно

$$u = E - e^{-\frac{t}{RC}} \cdot e^{K_1} = E - K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (1.7)$$

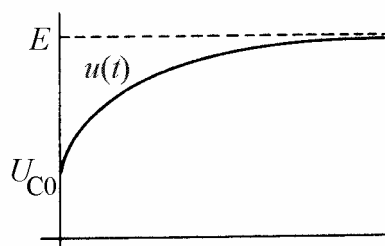
Константата K треба да се одреди од почетните услови во колото, кои во овој случај се задаваат со почетната вредност на напонот на кондензаторот

$$u(0) = U_{C0} = E - K \Rightarrow K = E - U_{C0},$$

со што за конечниот израз за напонот $u(t)$ добиваме

$$u(t) = E - (E - U_{C0})e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (1.8)$$

Промената на напонот на кондензаторот во текот на времето е дадена на сликата 1.2.



Слика 1.2. Промена на напонот на кондензаторот во RC колото

До истиот резултат, но со нумеричка постапка, без добивање на аналитички израз за напонот (1.8.) може да се добие со примена на компјутерска симулација. Овде е важно да се напомене дека диференцијалната равенка што треба да ја решиме треба да биде напишана во обликот (1.4) според кој на левата страна е првиот извод од непознатата, а на десната страна е некаква произволна функција од независната променлива, зависната променлива и останатите параметри.

Овој проблем ќе го решиме со готовата **функција на Matab ode45** (*ordinary differential equations of forth order*) која врши нумеричка интеграција (решавање) на обични диференцијални равенки со помош на познатиот метод Runge-Kutta од 4 ред кога е тој претставен во обликот (1.4).

За таа цел целата процедура ќе ја разбиеме на неколку дела.

Во првиот дел најнапред во Matlab ќе дефинираме **функција RC** напишана во **m-фајлот RC.m**. Нека таа функција има параметри: t , u , R , C и E . При тоа редоследот на параметрите е следниот:

1. прва доаѓа **независната променлива**, која во нашиот случај е времето t . Таа во случајов е **вектор** во кој се сместени временските моменти за кои се прави пресметката на непознатата u при решавањето на диференцијалната равенка,
2. потоа доаѓа векторот на бараното решение (или **матрицата** на решението кај проблемите со повеќе променливи) кој ги содржи вредностите на **променливата (променливите)** пресметани во временските моменти кои се дадени во векторот t ,
3. понатаму се наведуваат **променливите** кои се специфични за дадениот проблем како што се тоа параметрите на колото R , C и E во нашиот случај.

Функцијата RC.m треба да врати **број (вектор со броеви** за случаите со повеќе променливи) кој е еднаков на вредноста на изводот на променливата (променливите) пресметани со актуелните вредности на променливата (променливите).

Функцијата RC треба да биде направена така што во неа треба да биде опишана десната страна од релацијата (1.4).

Изгледот на функцијата RC, т.е. содржината на фајлот е следен:

```
function dudt=RC(t,u,R,C,E)
```

```
dudt=(E-u)/(R*C);
```

Оваа функција треба да биде сместена на диск како **m-фајл** со име **RC.m**

Диференцијалната равенка (1.4) $\frac{du}{dt} = \frac{E-u}{RC}$ се решава со примена на функцијата **ode45** која се повикува на следниот начин.

Нека се посматра конкретен случај кога е $R=1000\ \Omega$; $C = 100\ \mu\text{F}$ и $E = 12\ \text{V} = \text{const.}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 1$. Тогаш програмата со која се врши пресметката изгледа вака:

```
R = 1000;
```

```
C = 100e-6;
```

```
E = 12;
```

```
[t,u] = ode45(@RC, [0, 1], 0, [], R, C, e);
```

Притоа значењето е следното:

[t,u] се вектори кои сакаме да ги добиеме како резултат,

@RC е името на функцијата со која е дефинирана диференцијалната равенка (равенки),

[0, 1] е временскиот интервал за кој сакаме да имаме пресметани вредности на променливите (во овој случај од 0 до 1 s),

0 почетна вредност за променливата (во случај со повеќе променливи тоа ќе биде вектор со почетни вредности,

[] празен вектор со што на функцијата ode45 и задаваме default опции со кои ќе ја решава диференцијалната равенка,

R, C, E се променливи кои се специфични за дадениот проблем.

Дијаграмот $u(t)$ го цртаме со командата:

```
plot(t,u); xlabel('t'); ylabel('u(t)');
```

Целата пресметка ќе ја направиме со помош на програма која ќе ја наречеме ResiRC.m, сместена во соодветен фолдер. Изгледот на оваа програма е следниот

Програма: ResiRC.m

```
R = 1000;
```

```
C = 100e-6;
```

```
E = 12;
```

```
[t,u] = ode45(@RC, [0, 1], 0, [], R, C, E);
```

```
plot(t,u); xlabel('t'); ylabel('u(t)');
```

Нека претпоставиме дека напонот на генераторот од колото 1.1 се менува по синусен закон $E \cdot \sin \omega t$. Во тој случај равенката (1.4) ќе беше

$$\frac{du}{dt} = \frac{E \cdot \sin \omega t - u}{RC}, \quad (1.9)$$

и ќе беше далеку покомплицирана за решавање. Затоа во овој случај ќе го прикажеме само решението добиено со примена на MATLAB.

Во овој случај ќе направиме нова функција RC1 во датотека RC1.m во која што ќе ја напишеме релацијата (1.9)

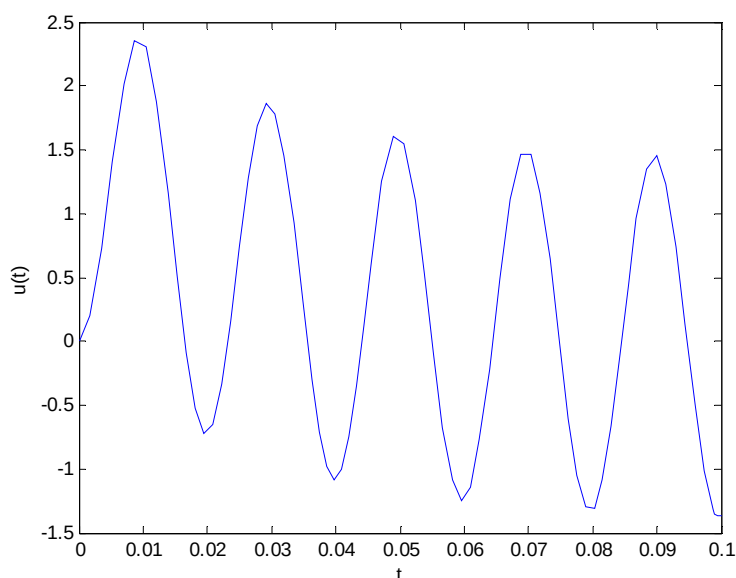
Изгледот на функцијата RC1, т.е. содржината на фајлот е следен:

```
function dudt=RC1(t,u,R,C,E,omega)
dudt=(E*sin(omega*t)-u)/(R*C);
```

Нека се посматра конкретен случај кога е $R=1000\ \Omega$; $C=27\ \mu\text{F}$ и $E=12\ \text{V}$ и нека е $f=50\ \text{Hz}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 0,1$. Тогаш програмата со која се врши пресметката (RC1.m) ќе изгледа вака:

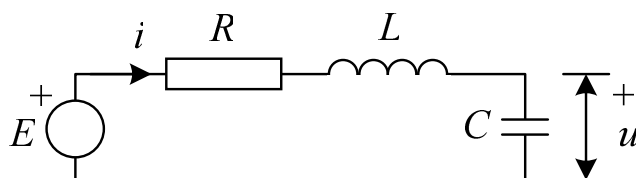
```
R = 1000;
C = 27e-6;
E = 12;
omega = 2*pi*50;
[t,u] = ode45(@RC1, [0, 0.1], 0, [], R, C, E, omega);
plot(t,u); xlabel('t'); ylabel('u(t)');
```

Временската промена на напонот на кондензаторот е дадена на сликата 1.3 од каде што се забележува дека преодниот процес завршува по 3 периоди.



Слика 1.3. Промена на напонот на кондензаторот во RC колото во случај на синусна промена на напонот на генераторот

1.1.2. RLC-коло



Слика 1.4. RLC – коло

Во овој случај врз основа на сликата 1.4, со примена на II Кирхофов закон можеме да ги пишуваме следните релации:

$$E = u + Ri + L \frac{di}{dt}, \quad (1.10)$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}, \quad (1.11)$$

Од равенки (1.10) и (1.11) можеме да добиеме една диференцијалната равенка на од следниот облик

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u = E. \quad (1.12)$$

Како што е познато од теоријата на електрични кола, одзивот на колото може да се претстави како сума од преодниот и форсираниот одзив на колото, односно:

$$u(t) = u_p(t) + u_f(t) = K_1 e^{-s_1 t} + K_2 e^{-s_2 t} + u_f(t). \quad (1.13)$$

Во равенката (1.13) со $u_p(t)$ е означен преодниот одзив кој што е линерна комбинација од експоненцијали функции од t во кои со s_1 и s_2 се означени сопствените фреквенции на колото односно корените на хомогената диференцијална равенка, а K_1 и K_2 се константи кои што зависат од почетните услови во колото (струја во калемот и напон на кондензаторот). Сопствените фреквенции може да се добијат со решавање на следната квадратна равенка

$$LCs^2 + RCs + 1 = 0. \quad (1.14)$$

чишто корените се $s_{1,2} = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2 C^2 - 4LC}}{2LC} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$ и кои не се еднозначни и може да бидат реални или коњугирано комплексни во зависност од параметрите на колото. Доколку корените се реални напонот ќе се менува по експоненцијален закон, а ако се коњугирано комплексни тој ќе се менува осцилаторно.

За форсираниот одзив, кој што е константна вредност затоа што генераторот е со константен напон, можеме да напишеме $\frac{du_f}{dt} = 0$ и $\frac{d^2 u_f}{dt^2} = 0$ па според (1.12) добиваме

$$u_f(t) = E. \quad (1.15)$$

Земајќи дека во моментот $t = 0$ напонот на кондензаторот е U_{C0} тргнувајќи од релацијата (1.13), која што сега го има обликот $u(t) = K_1 e^{-s_1 t} + K_2 e^{-s_2 t} + E$, ќе важи

$$K_1 + K_2 = U_{C0} - E, \quad (1.16)$$

Нека почетната струја во калемот во моментот $t = 0$ изнесува I_{L0} тогаш според (1.11) добиваме

$$\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{I_{L0}}{C}. \quad (1.17)$$

Со диференцирање на (1.13) се добива

$$\frac{du}{dt} = -s_1 \cdot K_1 e^{-s_1 t} - s_2 \cdot K_2 e^{-s_2 t}, \quad (1.18)$$

од каде со замена на $t = 0^-$ имајќи ги ја предвид и релацијата (1.17), ќе важи и следното

$$-s_1 \cdot K_1 - s_2 \cdot K_2 = \frac{I_{L0}}{C} \quad (1.19)$$

Конечно, коефициентите K_1 и K_2 може да се добијат со решавање на системот равенки составен од (1.16) и (1.17).

Имајќи ја превид комплицираната форма на аналитичкиот израз кој што би се добил со замена на вредностите за сопствените фреквенции и константите во релацијата (1.13) тука воопшто нема ни да направиме обиде него да го пишуваме туку веднаш ќе преминеме на нумеричко решавање на равенките со примена на MATLAB. проблемот ќе стане уште покомплициран за аналитичко решавање ако напонот на генераторот не е константна величина и се менува на пример по синусен закон.

При решавањето на колото со примена на MATLAB состојбата во колото ќе ја опишеме со помош на две диференцијални равенки од I ред при што за **непознати** ќе ги прогласиме струјата $i(t)$ и напонот на кондензаторот $u=u_C(t)$. Во тој случај ќе биде неопходно системот диференцијални равенки да го напишеме така што на неговата лева страна се наоѓаат првите изводи по непознатите $i(t)$ и $u(t)$ а на десната изразите со кои што тие изводи се пресметуваат. На тој начин, од изразите (1.10) и (1.11) ќе добиеме:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - Ri - u}{L} \quad (1.20)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{i}{C} \quad (1.21)$$

Сега ќе дефинираме функција која што ќе ја наречеме **RLC** и која ќе ја снимиме во датотеката **RLC.m**:

```
function dydt=RLC(t,y,R,L,C,E)
dydt=[
    (E-R*y(1)-y(2))/L
    y(1)/C
];
```

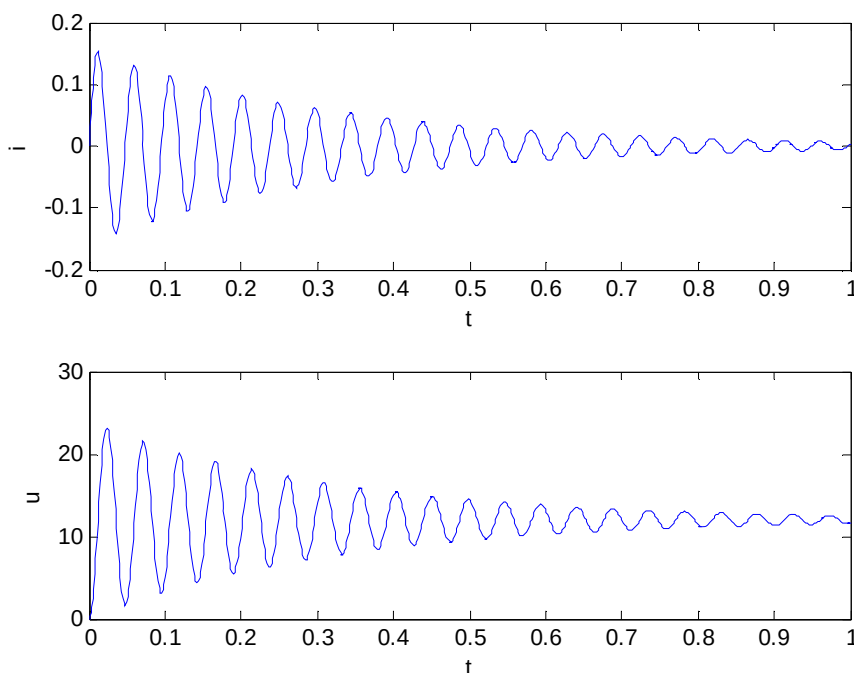
Во неа независна променлива е времето t додека непозната е променливата y која е всушност матрица со две колони. Првата колона од y е променливата i , втората колона е променливата u .

Потоа ќе формираме друга **m-датотека** со назив **ResiRLC.m**. И нејзе ќе ја сместиме на диск во истиот фолдер со датотеката RLC.m. Изгледот на m-датотеката **ResiRLC.m** е дадена во следниот дел.

```
R = 3.6; L = 0.57; C = 100e-6; E = 12;
[t,y] = ode45(@RLC, [0 1], [0 0], [], R, L, C, E);
SUBPLOT(2,1,1), plot(t,y(:,1)); xlabel('t'); ylabel('i');
SUBPLOT(2,1,2), plot(t,y(:,2)); xlabel('t'); ylabel('u');
```

Проблемот ќе го решиме со повикување на програмата **ResiRLC**. Како резултат ќе добиеме формирање на векторот-редица t со вкупно $n = 633$ **дискретни моменти** (големината на n ја одлучува алогритмот) во коишто се пресметувани вредностите на променливите y_1 и y_2 т.е. струјата i и напонот u . Променливите ќе бидат сместени во матрицата y којшто претставува матрица со n редици и со две колони. Притоа во првата колона на матрицата y се сместени дискретните вредности за струјата i , додека во втората – дискретните вредности за напонот u . Овие вредности можеме да ги видиме ако на работниот простор (Workspace) кликнеме два пати на иконата со која е опишана матрицата y .

Како резултат се добиваат и два графика на ист екран, т.е. иста страница. На едниот е прикажана променливата y_1 , т.е. зависноста $i(t)$, а на другата променливата y_2 , т.е. зависноста $u(t)$.



Слика 1.5 Струја во калемот и напон на кондензаторот во RLC колото

Нека претпоставиме дека напонот на генераторот од колото 1.4 се менува по синусен закон $E \cdot \sin \omega t$. Во тој случај равенката (1.4) ќе беше

$$\frac{di}{dt} = \frac{E \sin \omega t - Ri - u}{L}, \quad (1.22)$$

Додека равенката (1.21) останува иста.

Во овој случај ќе направиме нова функција RLC1 во датотека RLC1.m во која што ќе ги напишеме релацијата (1.22) и (1.21)

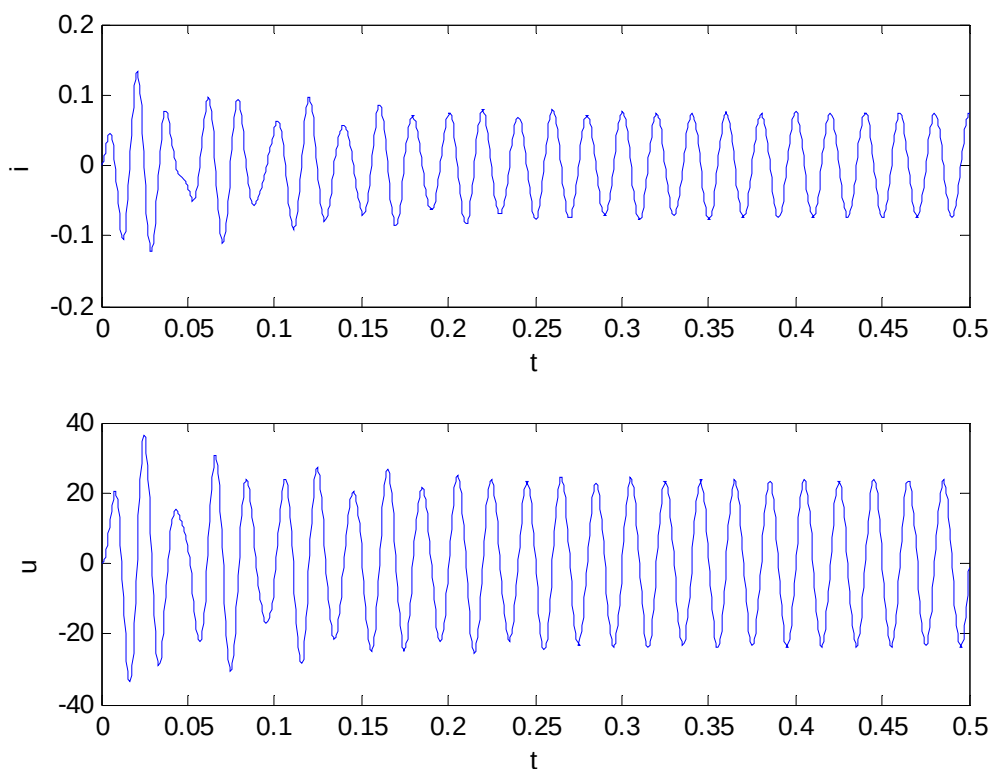
Изгледот на функцијата RLC1, т.е. содржината на фајлот е следен:

```
function dydt=RLC1(t,y,R,L,C,E,omega)
dydt=[
    (E*sin(omega*t)-R*y(1)-y(2))/L
    y(1)/C
];
```

Нека се посматра конкретен случај кога е $R=10 \, \Omega$; $L=0,5 \, \text{H}$, $C=10 \, \mu\text{F}$ и $E=12 \, \text{V}$ и нека е $f=50 \, \text{Hz}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 0,5$. Тогаш програмата со која се врши пресметката (RLC1.m) ќе изгледа вака:

```
R = 10;
L = 0.5;
C = 10e-6;
E = 12;
omega = 2*pi*50;
[t,y] = ode45(@RLC1, [0 0.5], [0 0], [], R, L, C, E, omega);
SUBPLOT(2,1,1), plot(t,y(:,1)); xlabel('t'); ylabel('i');
SUBPLOT(2,1,2), plot(t,y(:,2)); xlabel('t'); ylabel('u');
```

Временската промена на напонот на кондензаторот и струјата во калемот е дадена на сликата 1.6 каде што во првите моменти се забележуваат осцилации со фреквенција различна од 50 Hz.



Слика 1.3. Струја во калемот и напон на кондензаторот во RLC колото во случај на синусна промена на напонот на генераторот

1.2. Решавање на електрични кола со Лапласова трансформација

При решавањето на електрични кола со примена на Лапласовата трансформација сите елементи се заменуваат со своите операциони импеданции. Почетните услови во колото, т.е. почетните струи во калемите и напоните на кондензаторите се заменуваат со идеални струјни и напонски генератори со константни вредности кои исто така се трансформираат во Лапласов домен. Освен тоа, кај сите напонски и струјни генераторите во колото е потребно да се направи Лапласова трансформација на временските функции со кои што тие се зададени. Со решавање на колото во Лапласов домен добиваме решение за одреден напон или струја кое што исто така е во Лапласов домен, а конечното решение во кое бараната величина ќе биде дадена со израз за нејзиниот временски тек ќе го добиме со примена на инверзната Лапласова трансформација. Овде, сите трансформации ќе ги правиме со примена на MATLAB каде што ќе користиме готови функции за тоа.

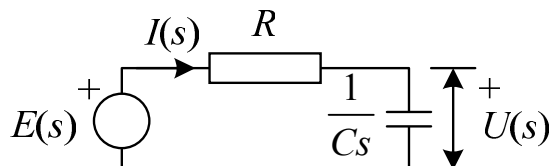
За трите основни елементи во електричните кола операционите импеданции се:

- $Z = R$ за отпорник,
- $Z = Ls$ за индуктивен елемент (калем),
- $Z = \frac{1}{Cs}$ за кондензатор.

Постапката за решавање на едно коло со примена на Лапласовата трансформација ќе ја илустрираме со примери.

1.2.1. RC коло

Го разгледуваме RC колото на сликата 1.4 каде што сите величини се изразени со своите претставници во Лапласов домен.



Слика 1.4. RC – коло во Лапласов домен

За прикажаното коло според правилото за напонски делител можеме да напишеме:

$$U(s) = E(s) \frac{\frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = E(s) \frac{1}{RCs + 1}. \quad (1.23)$$

Во изразот (1.23) се појавува функцијата $E(s)$ која што е Лапласова трансформација на временскиот облик на напонот на генераторот $E(t)$ кој што во овој случај е константна вредност независна од времето и изнесува 12 V. Според тоа, за да ја добиеме функцијата $E(s)$ треба да направиме Лапласова трансформација на функцијата $E(t) = 12$. За таа цел ќе ја користиме командата **laplace** од MATLAB која што работи со тнр. симболички променливи. Симболичките променливи во MATLAB се дефинираат со наредбата **syms** која што на програмот му кажува дека некој знак или знаци не треба да го/ги гледа според неговата бројна вредност туку со него/нив да оперира симболички како што на пример ние сме научени да оперираме симболички со променливите x и y кога решаваме некој математички проблем.

При решавањето на електрични кола единствени симболички променливи кои ќе ни требаат се s и t . Поради тоа во MATLAB пишуваме

```
syms s t
```

Функцијата $E(s)$ ја добиваме со помош на следната наредба

```
laplace(12*t^0)
```

во која имаме напишано дека е $E(t) = 12t^0$, што всушност е идентично со $E(t) = 12$ но за да командата **laplace** да функционира неа мора да и да се даде симболички израз кој зависи од променливата t .

Со извршување на претходната наредба го добиваме следниот одговор

```
ans =
```

```
12/s
```

од каде што гледаме дека е $E(s) = \frac{12}{s}$. Со замена на изразот за $E(s)$ во (1.23) и ако земеме дека е $R=1000 \Omega$ и $C = 100 \mu\text{F}$ за Лапласовата трансформација на бараниот напон добиваме

$$U(s) = \frac{12}{s} \cdot \frac{1}{1000 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot s + 1} = \frac{12}{s \cdot (0,1s + 1)}. \quad (1.24)$$

На крајот останува уште да направиме инверзна Лапласова трансформација на добиениот напон за да го добиеме изразот за неговиот временски тек. Тоа го правиме се помош на наредбата **ilaplace** на следниот начин

```
ilaplace(12/(s*(0.1*s+1)))
```

а како резултат добиваме

```
ans =  
24*exp(-5*t)*sinh(5*t)
```

што значи дека за временскиот тек на напонот важи

$$u(t) = 24 \cdot e^{-5t} \cdot \sinh 5t = 24 \cdot e^{-5t} \cdot \frac{e^{5t} - e^{-5t}}{2} = 12(1 - e^{-10t}). \quad (1.25)$$

Средувањето на изразот (1.25) во конечна компактна форма ни се наметна поради нашето долготрајно искуство со математиката, но тука тоа воопшто не ни беше потребно.

При анализата на електричните кола, воопшто не е важно како изгледа изразот за конечното решение, туку е важно каков е обликот на напонот или струјата, која е максималната вредност и во кој момент е постигната, колкава е најголемата брзина на пораст и слично.

Во продолжение ќе покажеме како можеме со примена на MATLAB да го нацртаме временскиот тек на напонот појдувајќи од решението за него кое гласи $24 \cdot \exp(-5 \cdot t) \cdot \sinh(5 \cdot t)$.

Најнапред ќе дефинираме функција со следната наредба

```
u = inline('24*exp(-5*t).*sinh(5*t)')
```

со што го добиваме следниот резултат

```
u =  
  
Inline function:  
u(t) = 24*exp(-5*t).*sinh(5*t)
```

Потоа дефинираме интервал за t на пример од 0 до 1 секунда со чекор 0,01 секунда на следниот начин

```
t=0:0.01:1;
```

На крајот графикот на промената на напонот го добиваме со следната команда

```
plot(t,u(t))
```

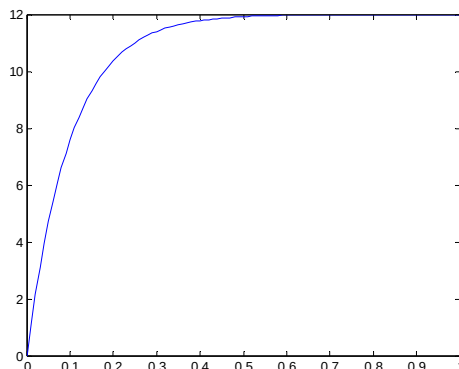
со што ја добиваме сликата 1.5.

Ако на пример сакаме да видиме колку изнесува напонот 150 ms по почетокот на преодниот процес едноставно ќе напишеме

```
u(0.15)
```

со што добиваме

```
ans =  
9.3224
```



Слика 1.5. Напон на кондензаторот во RC колото добиен со инверзна Лапласова трансформација

Нека претпоставиме дека напонот на генераторот од колото 1.4 се менува по синусен закон $E \cdot \sin \omega t$ при што е $E = 12 \text{ V}$ и $f = 50 \text{ Hz}$, додека за останатите параметри имаме $R=1000 \text{ } \Omega$; $C = 27 \text{ } \mu\text{F}$. Да се одреди напонот на кондензаторот во овој случај, да се нацрта неговиот облик во интервалот $0 \leq t \leq 0,1$ и да се најде неговата максимална вредност.

Функцијата $E(s)$ ја добиваме со помош на следната наредба (претходно ја пишуваме и наредбата `syms s t`)

```
laplace(12*sin(2*pi*50*t))
```

со што го добиваме следниот одговор

```
ans =
```

```
1200*pi/(s^2+10000*pi^2)
```

од каде што гледаме дека е $E(s) = \frac{1200\pi}{s^2 + 10000\pi^2}$. Со замена на изразот за $E(s)$ во (1.23) и бројните вредности за R и C за Лапласовата трансформација на бараниот напон добиваме

$$U(s) = \frac{1200\pi}{s^2 + 10000\pi^2} \cdot \frac{1}{0,027 \cdot s + 1} \quad (1.24)$$

На крајот останува уште да направиме инверзна Лапласова трансформација на добиениот напон за да го добиеме изразот за неговиот временски тек. Тоа го правиме со помош на наредбата **ilaplace** на следниот начин

```
ilaplace(1200*pi/(s^2+10000*pi^2)/(0.027*s+1))
```

а како резултат добиваме

```
ans =
```

```
1200*pi*(1855425871872000/5013045701485196257*exp(-1000/27*t) -  
1855425871872000/5013045701485196257*cos(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t)  
+18014398509481984000000/34000182891247581175575297592119081*67823405003418  
33^(1/2)*sin(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t))
```

Потоа дефинираме функција со следната наредба

```
u=inline('1200*pi*(1855425871872000/5013045701485196257*exp(-1000/27*t)-
1855425871872000/5013045701485196257*cos(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t)
+18014398509481984000000/34000182891247581175575297592119081*67823405003418
33^(1/2)*sin(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t))')
```

дефинираме интервал за t на пример од 0 до 0,1 секунда со чекор 0,001 секунда на следниот начин

```
t=0:0.001:0.1;
```

На крајот графикот на промената на напонот го добиваме со следната команда

```
plot(t,u(t))
```

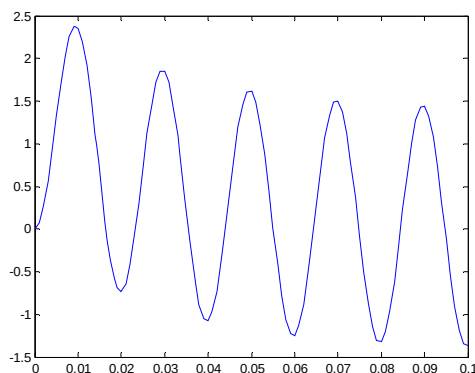
со што ја добиваме сликата 1.6.

Ако на пример сакаме да видиме колку изнесува максималната вредност на напонот едноставно ќе напишеме

```
max(abs(u(t)))
```

со што добиваме

```
ans =
2.3776
```



Слика 1.6. Напон на кондензаторот во RC колото добиен со инверзна Лапласова трансформација при синусен напон на генераторот

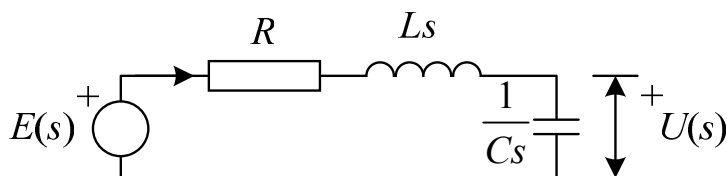
Ако малку ги средиме коефициентите во изразот за $u(t)$ ќе добиеме

$$u(t) = 1200\pi \left(3,7 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-\frac{1000t}{27}} - 3,7 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 314,16t + 4,4 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 314,16t \right). \quad (1.26)$$

но веќе видовме дека и без тоа го добивме бараното решение.

1.2.2. RLC коло

Го разгледуваме RLC колото на сликата 1.5 каде што сите величини се изразени со своите претставници во Лапласов домен.



Слика 1.5. RLC – коло во Лапласов домен

За прикажаното коло според правилото за напонски делител можеме да напишеме:

$$U(s) = E(s) \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = E(s) \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}. \quad (1.27)$$

Нека е зададен режим во кој што напонскиот генератор има константен напон $E = 12 \text{ V}$, а вредностите на елементите во колото се $R = 3,6 \text{ } \Omega$; $L = 0,57 \text{ H}$ и $C = 100 \text{ } \mu\text{F}$. Во таков случај изразот за напонот на кондензаторот ќе биде:

$$U(s) = \frac{12}{s} \frac{1}{57 \cdot 10^{-6} s^2 + 360 \cdot 10^{-6} s + 1}. \quad (1.28)$$

Изразот за временскиот тек на напонот го добиваме со помош на инверзна Лапласова трансформација на следниот начин

```
ilaplace(12/s/(57e-6*s^2+360e-6*s+1))
```

а како резултат добиваме

```
ans =
```

```
-12*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t)*cos(4294967296/65716525762590281
25*41049481941150637129986^(1/2)*t)-
9663676416/6841580323525106188331*41049481941150637129986^(1/2)*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t)*sin(4294967296/65716525762590281
25*41049481941150637129986^(1/2)*t)+12
```

Ако малку ги средиме коефициентите во изразот за $u(t)$ ќе добиеме

$$u(t) = 12 - 12 \cdot e^{-3,16t} \cdot \cos 132,42t - 0,29 \cdot e^{-3,16t} \cdot \sin 132,42t. \quad (1.29)$$

Потоа дефинираме функција со следната наредба

```
u=inline(' -12*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t).*cos(4294967296/6571652576259028
125*41049481941150637129986^(1/2)*t)-
9663676416/6841580323525106188331*41049481941150637129986^(1/2)*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t).*sin(4294967296/6571652576259028
125*41049481941150637129986^(1/2)*t)+12')
```

дефинираме интервал за t на пример од 0 до 1 секунда со чекор 0,01 секунда на следниот начин

```
t=0:0.01:1;
```

На крајот графикот на промената на напонот го добиваме со следната команда

```
plot(t,u(t))
```

со што ја добиваме сликата 1.6.

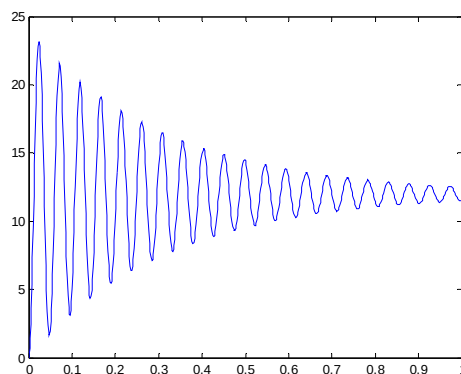
Ако на пример сакаме да видиме колку изнесува максималната вредност на напонот едноставно ќе напишеме

```
max(abs(u(t)))
```

со што добиваме

```
ans =
```

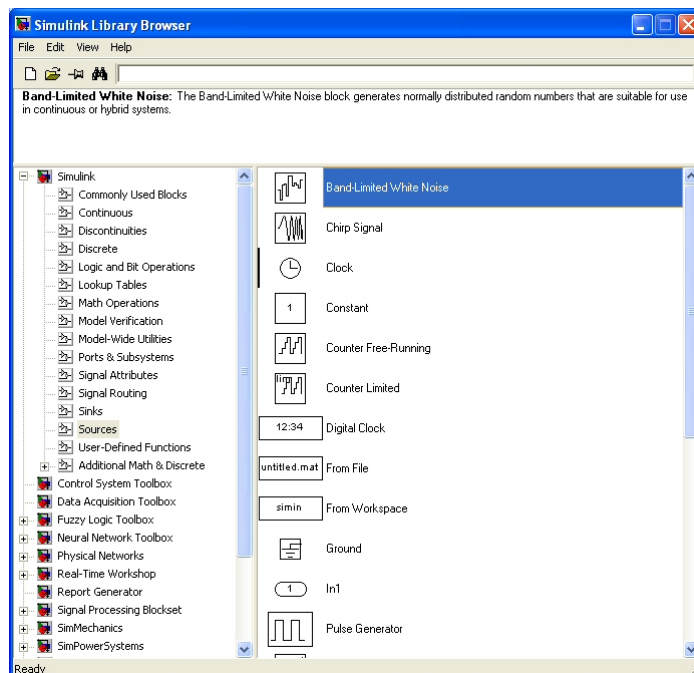
23.1337



Слика 1.6. Напон на кондензаторот во RLC колото добиен со инверзна Лапласова трансформација при синусен напон на генераторот

1.3. Решавање на електрични кола со помош на Simulink

Simulink е модул во MATLAB наменет за симулација на динамички процеси во разни системи со примена на графички начин на работа. Решавање на електрични кола се прави со формирање на модел на колото со користење на готови блокови (графички симболи) со кои се моделираат одделните елементи на колото како што се: напонски и струјни генератори, отпорници, калеми, кондензатори и нелинеарни елементи. Основната предност на работата со Simulink е едноставноста во претставувањето на проблемот кој што треба да се реши и можноста за прикажување на резултатите на повеќе начини. Тој се активира со помош на командата `simulink` која што треба да се напише во командниот простор во MATLAB, со што се добива прозорецот прикажан на сликата 1.7. На сликата се гледаат повеќе блокови од кои е селектиран блокот `Sources` кој содржи повеќе видови извори на сигнали (правоаголни, синусни, импулски итн.) како што се гледа на десната страна од прозорецот.



Слика 1.7. Прозор со основни блокови во Simulink

Примената на Simulink за решавање на електрични кола ќе ја илустрираме преку примери.

Пример 1.1. Да се реши RC колото од точката 1.2.1 со примена на Simulink со користење на преносната функција на колото.

Решение

Како што видовме во примерот со RC колото во точката 1.2.1 напонот на кондензаторот во лапласов домен изнесуваше

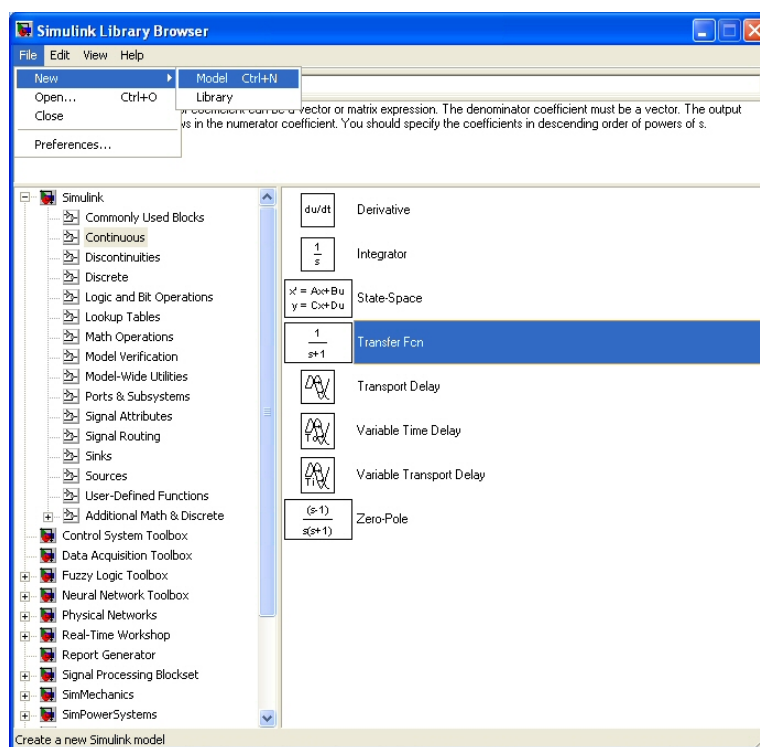
$$U(s) = \frac{1}{0,1s + 1} \cdot E(s) = F(s) \cdot E(s), \quad (1.30)$$

каде што

$$F(s) = \frac{1}{0,1s + 1}, \quad (1.31)$$

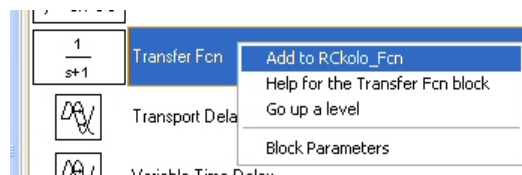
се нарекува преносна функција на колото.

За да извршиме симулација на електрично коло во Simulink користејќи ја неговата преносна функција постапуваме на следниот начин: преку менито File, New, Model (Ctrl+N) (слика 1.8) избираме формирање на нов модел со што добиваме празен прозорец во кој можеме да вметнуваме блокови. Новиот модел го снимаме некаде на дискот на пример под името RCkolo_Fcn.mdl.



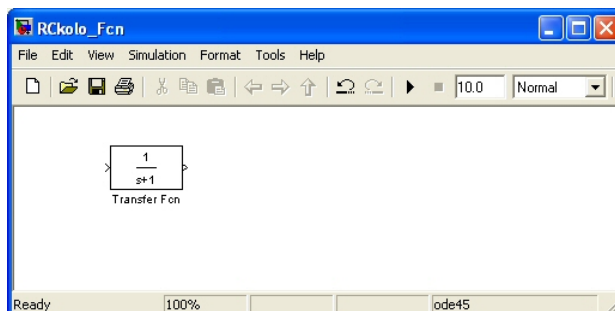
Слика 1.8. Избор за креирање на нов модел на електрично коло

На сликата 1.8 на левата страна е селектирано множеството блокови Continuous во кое што постои блокот Transfer Fcn. Овој блок е потребно да го вметнеме во нашиот модел (RCkolo_Fcn.mdl) така што иконата Transfer Fcn ќе ја повлечеме со глушецот врз прозорецот RCkolo_Fcn.mdl или пак ќе кликнеме врз неа со десниот тастер од глушецот и ќе избереме Add to RCkolo_Fcn како што тоа е прикажано на сликата 1.9.

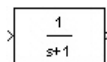


Слика 1.9. Вметнување на блок во одреден модел

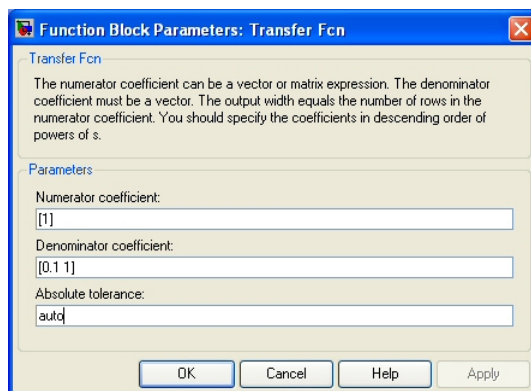
По вметнување на блокот Transfer Fcn во моделот RCKolo_Fcn.mdl тој ќе го добие изгледот како на сликата 1.10.



Слика 1.10. Изглед на моделот RCKolo_Fcn.mdl по вметнувањето на блокот Transfer Fcn

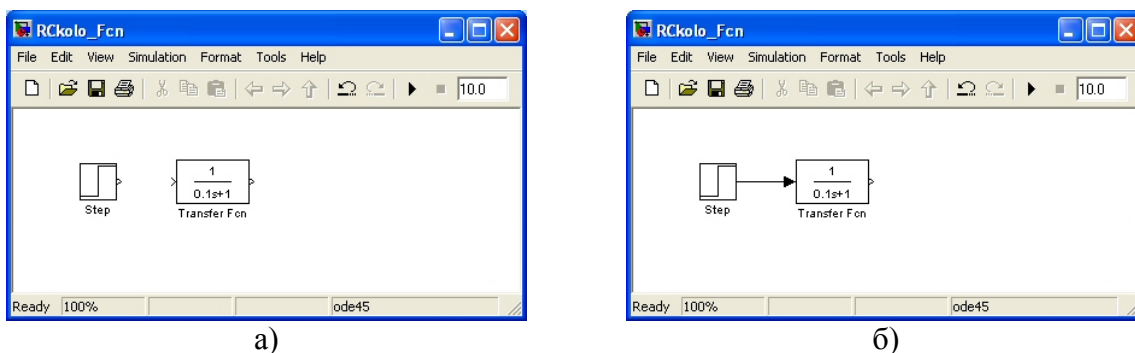


Со двојно кликување врз сликичката Transfer Fcn се отвора дијалогот од сликата 1.11 во кој што се внесуваат коефициентите од полиномите со кои се опишани броителот и именителот од преносната функција. Во нашиот случај тоа се [1] за броителот и [0.1 1] за именителот.



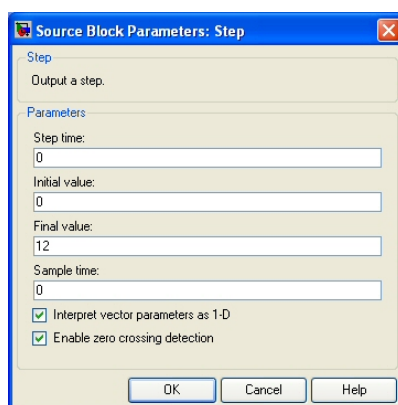
Слика 1.11. Дефинирање на преносната функција

Понатаму, во Simulink го избираме множеството блокови Sources и во моделот RCKolo_Fcn.mdl ја вметнуваме иконата  Step слично како што е тоа покажано на сликата 1.9 со што нашиот модел го добива изгледот од сликата 1.12 а). На сликата 1.12 б) е прикажан истиот модел со оформена врска помеѓу двата вметнати блока. Таа врска можеме да ја нацртаме со помош на глушецот – цртајќи линии или пак да го покажеме првиот блок со глушецот, да притиснеме на тастерот Ctrl на тастатурата и потоа да го покажеме вториот блок со глушецот со што врскава помеѓу нив ќе биде автоматски направена.



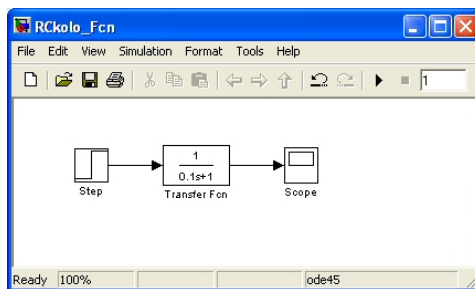
Слика 1.12. Изглед на моделот RCkolo_Fcn.mdl по вметнувањето на блокот Step од множеството Sources

Со двојно кликување на иконата Step се добива дијалогот од сликата 1.13 каде што во полето за Final value задаваме 12, а во полето Step time задаваме вредност 0.



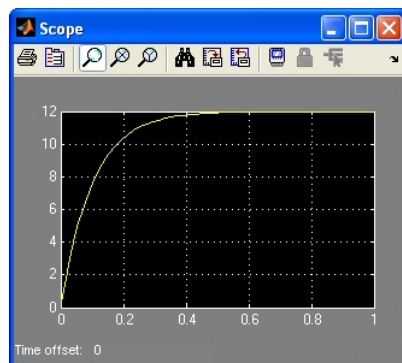
Слика 1.13. Дефинирање на параметрите на блокот Step

На крајот, во Simulink го избираме множеството блокови Sinks и во моделот RCkolo_Fcn.mdl ја вметнуваме иконата  Scope (осцилоскоп) со што нашиот модел го добива изгледот од сликата 1.14.



Слика 1.14. Конечен изглед на моделот RCkolo_Fcn.mdl

Симулацијата се активира со кликување на сликичката  при што во полето десно од неа е внесено време од 1 s како време до кое ќе се прави симулацијата. Резултатот од симулацијата може да се види со двојно кликување врз осцилоскопот при што се добива сликата 1.15.



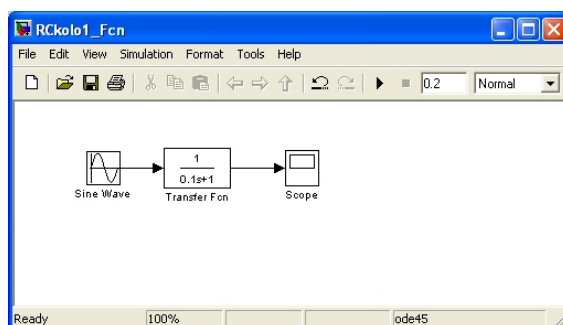
Слика 1.15. Излезен напон од колото RC

□ □ □

Пример 1.2. Да се реши RC колото од примерот 1.1 за случај кога напонот на генераторот се менува по синусен закон со фреквенција од 50 Hz и има амплитуда од 12 V.

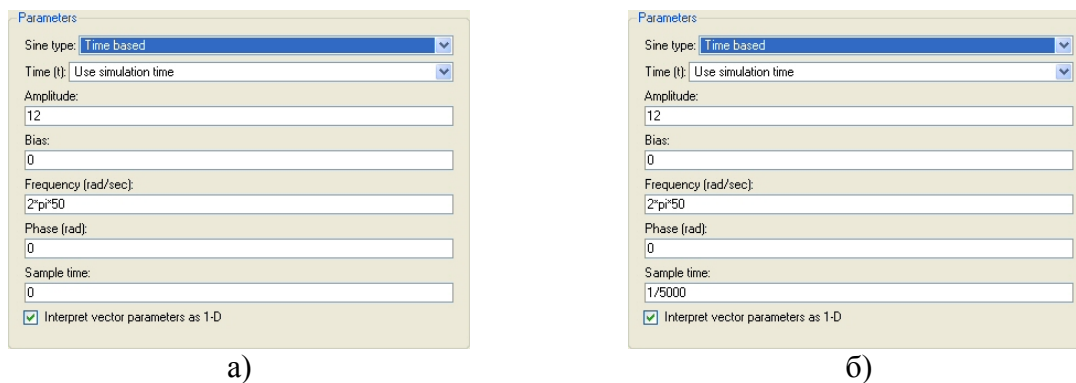
Решение

Во овој случај од моделот Rckolo1_Fcn.mdl го снимаме на дискот под име Rckolo1_Fcn.mdl и во него го бришеме елементот  Step. Понатаму, во Simulink го избираме множеството блокови Sources и во моделот Rckolo1_Fcn.mdl ја вметнуваме иконата  Sine Wave и ја поврзуваме со блокот за преносната функција со што моделот го добива изгледот од сликата 1.16.

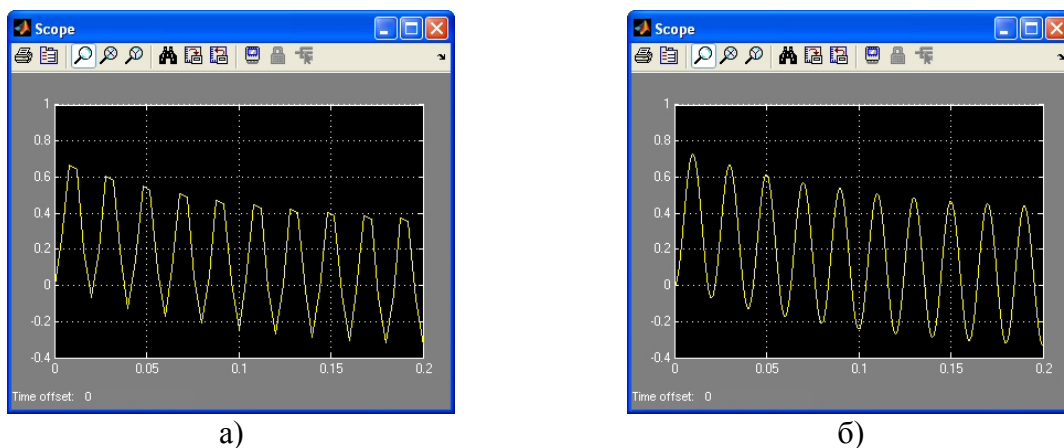


Слика 1.16. Изглед на моделот Rckolo1_Fcn.mdl

Нагодувањата во новопоставениот блок во моделот ги правиме со двојно кликување врз него со што го добиваме дијалогот од сликата 1.17 каде што се дадени два начини на негово пополнување. И во двата случаја за амплитудата е внесено 12, а за фреквенцијата $2\pi \cdot 50$. Во случајот под а) за sample time е внесено 0, додека во случајот под б) е внесено 1/5000 (тоа е временски чекор со кој е направена дискретизација на синусната функција). Во првиот случај сме избрале да нема дискретизација на синусната функција туку таа да биде пресметувана за секој временски момент кој што ќе се појави во симулацијата, додека во вториот случај сме избрале да имаме дискретизација на функцијата со чекор 1/5000 што значи дека сакаме синусоидата да ни биде претставена со 100 точки во една периода. Резултатите за двата случаја се прикажани на сликата 1.18, каде што се забележува дека приказот на кривата е далеку подобар во случајот под б). Тоа е така затоа што во првиот случај симулацијата е направена со променлива временски чекор кој што прескокнал некои битни точки од синусоидата и таа е претставена со искршена линија. Додека во вториот случај кривите се претставени со 100 точки по периода и се значително помазни.



Слика 1.17. Нагледување на блокот за синусна функција од моделот Rckolo1_Fcn.mdl



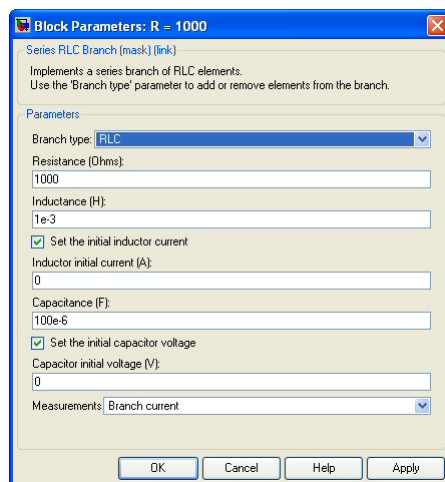
Слика 1.18. Излезен напон од моделот Rckolo1_Fcn.mdl

□ □ □

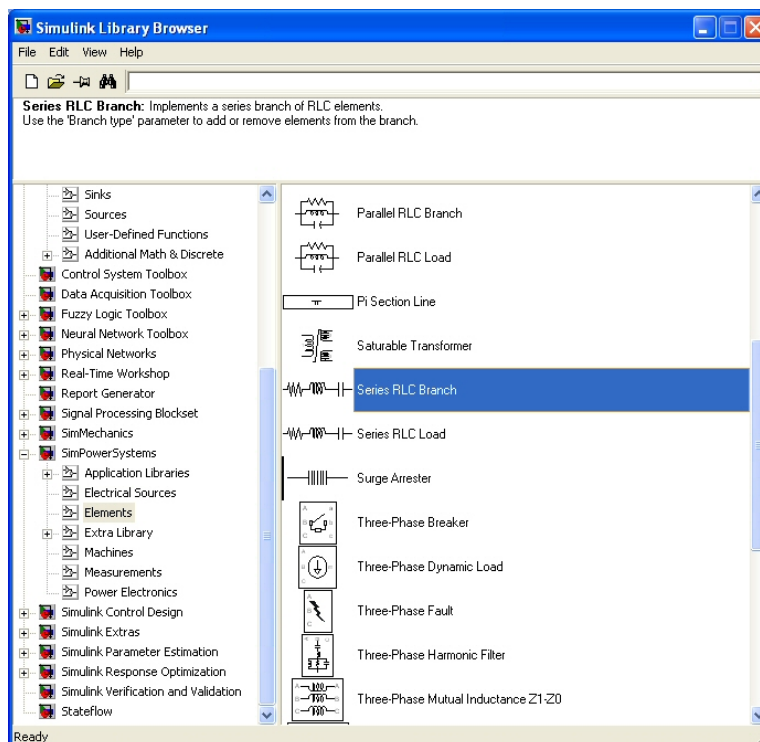
Пример 1.2. Да се реши RC колото од точката 1.2.1 со користење на елементи од множеството SimPowerSystems.

Решение

На сликата 1.20 на левата страна е селектирано множеството блокови SimPowerSystems од каде што го бираме подмножеството Elements и во него го бираме блокот Series RLC Branch кој што претставува редна RLC врска. Доколку во некој модел вметнеме ваков блок, а потоа двојно кликнеме врз него ќе се појави дијалогот од сликата 1.19.

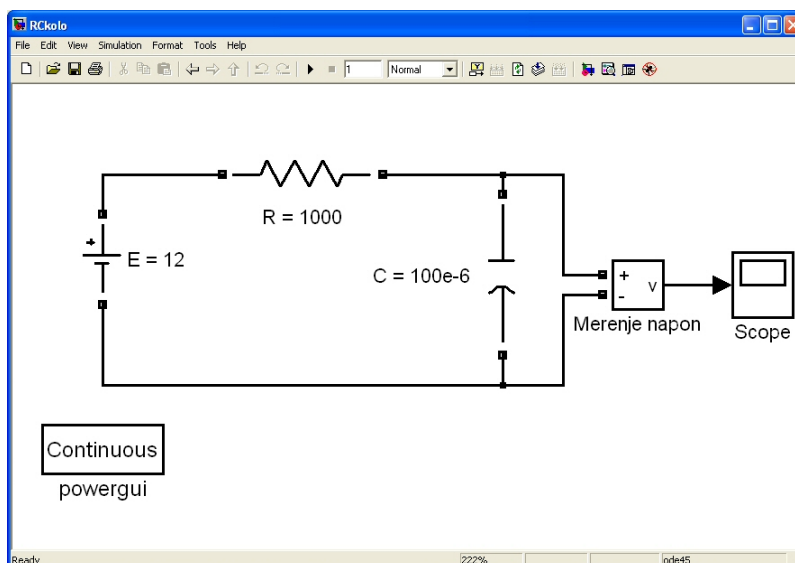


Слика 1.19. Параметри на блокот RLC



Слика 1.20. Избор на блок Series RLC Branch од множеството SimPowerSystems

Како што може да се забележи на сликата 1.19 можно е да се одбере типот на сервиската RLC гранка со селекција на една од опциите од паѓачкото мени Branch type при што може да се одбере RLC, R, L, C, RC, RL, LC и Open circuit. Тоа значи дека нашето RC коло можеме да го решиме така што во моделот ќе вметнеме една сервиска RLC гранка и ќе одбереме таа да биде од типот RC. Но тоа нема да го направиме така затоа што во тој случај нема да имаме пристап до средишната точка на RC гранката (спојот помеѓу R и C) со што нема да имаме можност да го измериме напонот на кондензаторот кој се бара како решение од колото. Поради тоа, во моделот ќе внесеме две RLC гранки при што едната ќе биде од типот R, а другата од типот C и ќе ги поврземе редно. Во дијалогот за параметрите на двете гранки ќе ги внесеме вредноста на отпорноста и капацитетот, а кај кондензаторот ќе го означиме полето Set initial capacitor voltage и ќе внесеме вредност 0 (кондензаторот е празен пред почетокот на симулацијата). Изгледот на комплетниот модел е даден на сликата 1.21 и е снимен под името RCkolo.mdl.

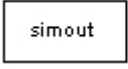


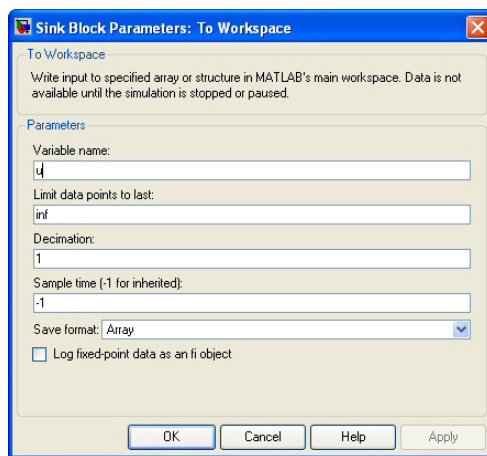
Слика 1.21. Изглед на моделот RCkolo.mdl

Елементот  DC Voltage Source се наоѓа во Electrical Sources од множеството блокови SimPowerSystems и тој претставува напонски генератор со константен напон (во случајов 12 V што се внесува преку дијалогот кој се добива до двојно кликување врз симболот), додека

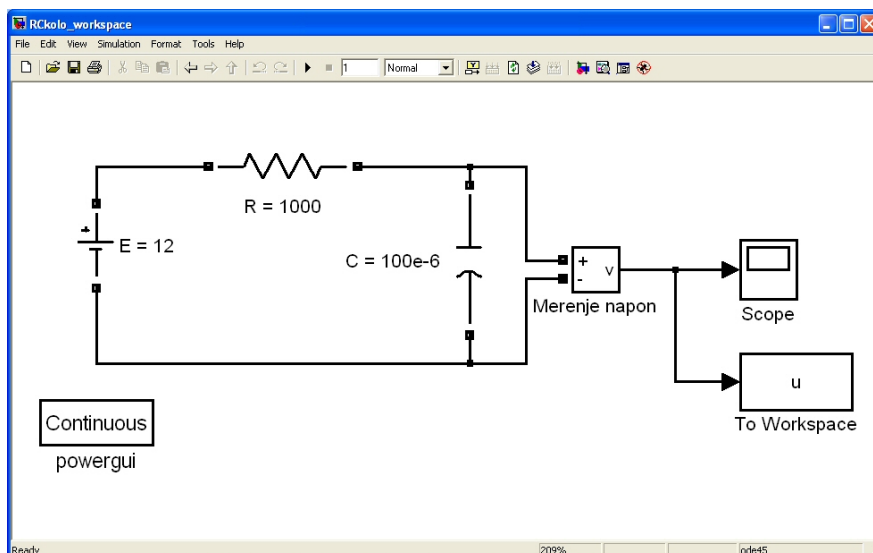
елементот  Voltage Measurement се наоѓа во Measurements во SimPowerSystems и тој е наменет за мерења напон во некој дел од колото и негово претворање во сигнал кој може да се прикаже на осцилоскоп. Како што може да се види на сликата 1.21 кај овие елементи стои текстот E = 12 и Merenje napon наместо DC Voltage Source и Voltage Measurement. Промената на овие текстови може да се направи откако елементот ќе се внесе во моделот со едноставно пишување врз текстот кој што е автоматски внесен со внесувањето на елементот (DC Voltage Source и Voltage Measurement).

Со активирање на симулацијата резултатот на осцилокопот е напонот на кондензаторот и тој го има истиот изглед како на сликата 1.15.

Освен тоа е можно резултатот да се добие и како вектор од броеви доколку во моделот се вметне елементот  To Workspace кој што се наоѓа во Sinks под од множеството Simulink. Со двојно кликување врз овој елемент се добива дијалогот од сликата 1.22 во кој што во полето Variable name имаме внесено u, а во полето Save format имаме одбрано Array. Изгледот на вака дополнетиот модел е даден на сликата 1.23, а тој е снимен под името RCkolo_workspace.mdl. Со активирање на симулацијата го добиваме истиот приказ на осцилокопот, но сега резултатот го добиваме како вектор со броеви под името u кој што се наоѓа во Workspace (работната меморија на MATLAB) и можеме дополнително да го обработуваме или префрламе во други програми како на пример во Excel заради цртање на график кој можеме да го форматираме многу полесно и подобро отколку во MATLAB.



Слика 1.22. Параметри на блокот To Workspace



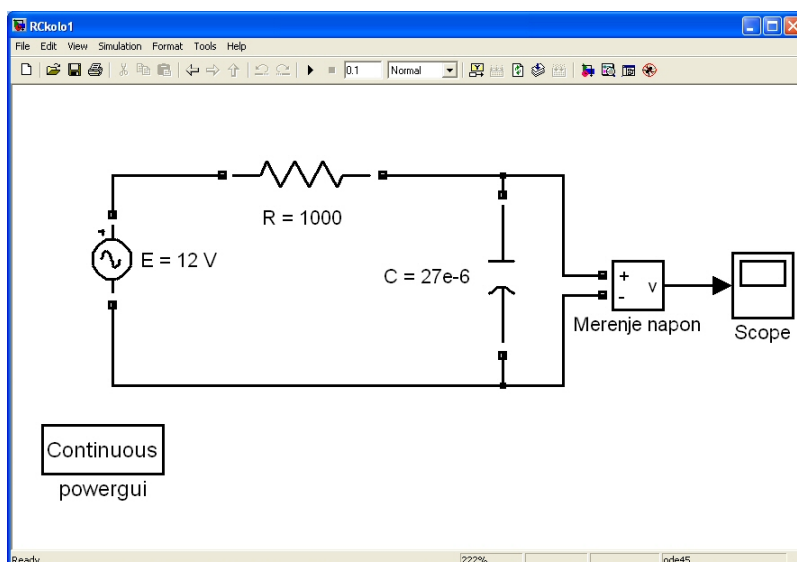
Слика 1.23. Изглед на моделот RCkolo_workspace.mdl

□ □ □

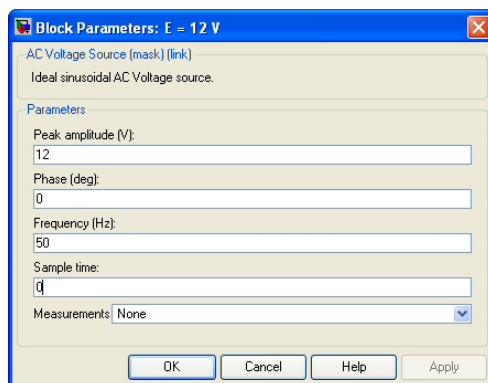
Пример 1.3. Да се реши RC колото за случајот кога е $R = 1000 \, \Omega$; $C = 27 \, \mu\text{F}$ и $E = 12 \, \text{V}$ и нека е $f = 50 \, \text{Hz}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 0,1$.

Решение

Моделот на колото за овој случај е даден во RCkolo1.mdl чиј што изглед е прикажан на сликата 1.24 каде што може да се види дека тука е вметнат напонски генератор со синусен облик кој што се наоѓа во Electrical Sources од множеството блокови SimPowerSystems. Параметрите на овој генератор се задаваат преку дијалогот прикажан на сликата 1.25 каде што за амплитудата на напонот е внесено 12, а за фреквенцијата 50. Со активирање на симулацијата се добива идентичен резултат како на сликата 1.3.



Слика 1.24. Изглед на моделот RCkolo1.mdl



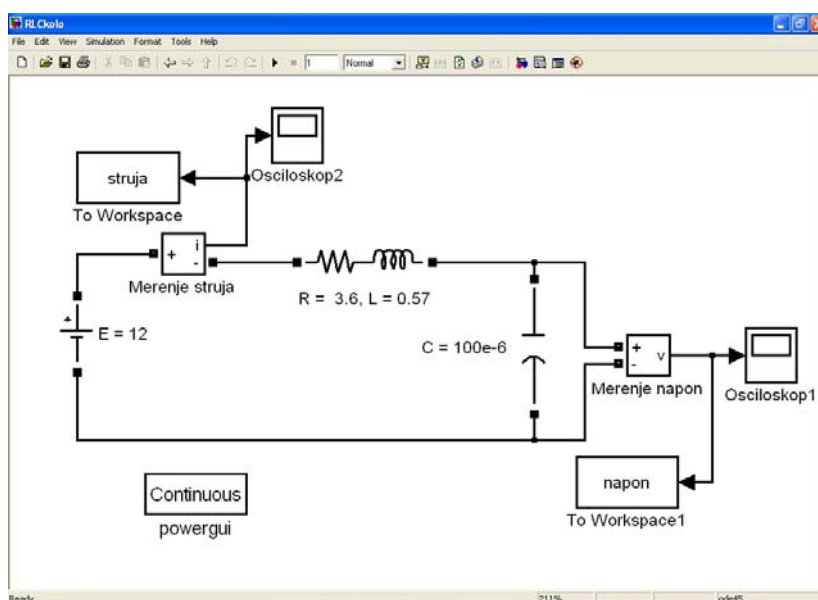
Слика 1.25. Параметри на блокот за синусен напонски генератор

□ □ □

Пример 1.4. Едно RLC коло е поврзано на напонски генератор со константен напон од 12 V. Параметрите на колото се $R = 3,6 \, \Omega$; $L = 0,57 \, \text{H}$ и $C = 100 \, \mu\text{F}$. Потребно е да се одреди обликот на струјата во калемот и напонот на кондензаторот во интервалот $0 \leq t \leq 1$. Потоа да се одредат максималната вредност на струјата и напонот како и вкупната енергија која ќе се ослободи во вид на топлина во отпорникот.

Решение

Моделот на колото за овој случај е даден во RLCKolo.mdl чиј што изглед е прикажан на сликата 1.26. Колото е составено од две сериски RLC гранки од кои едната е од типот RL, а другата од типот C. Тука повторно не е користена само една RLC гранка за да имаме пристап до двата краја од кондензаторот за да можеме да го измериме бараниот напон. На сликата 1.26 можеме да забележиме дека е вметнат блок за мерење на струја заедно со уште еден осцилоскоп кој што ја прикажува измерената струја. Блокот за мерење на струја се наоѓа во Measurements во SimPowerSystems. Сигналите од двата осцилоскопи се поврзани и за блокови од типот To Workspace со што во работниот простор во MATLAB (Workspace) се формираат два вектори struja и napon кои што ги содржат бројните вредности на струјата и напонот.

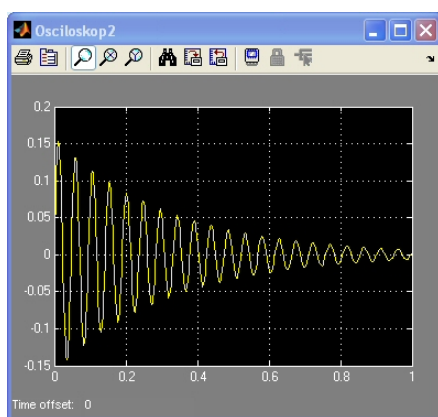


Слика 1.26. Изглед на моделот RLCKolo.mdl

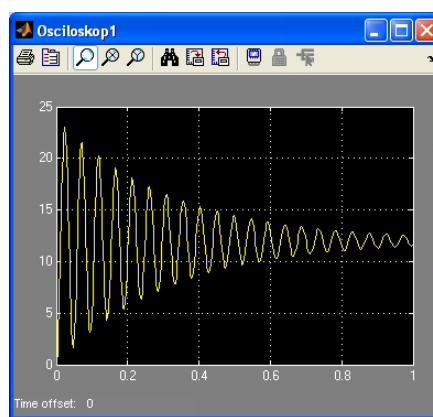
По активирањето на симулацијата на осцилоскопите ги добиваме резултатите кои се прикажани на сликата 1.27. Во исто време бројните вредности на струјата и напонот се запишани во векторите *struja* и *napon*, така што бараните максимални вредности можеме да ги добиеме на со пишување на следните наредби во командниот простор во MATLAB:

```
>> max(abs(struja))
ans =
    0.1532
>> max(abs(napon))
ans =
   23.0639
```

што значи дека максималната вредност на струјата во колото изнесува 0,1532 A; додека максималната вредност на напонот на кондензаторот изнесува 23,0639 V.



а) Струја во калемот



б) Напон на кондензаторот

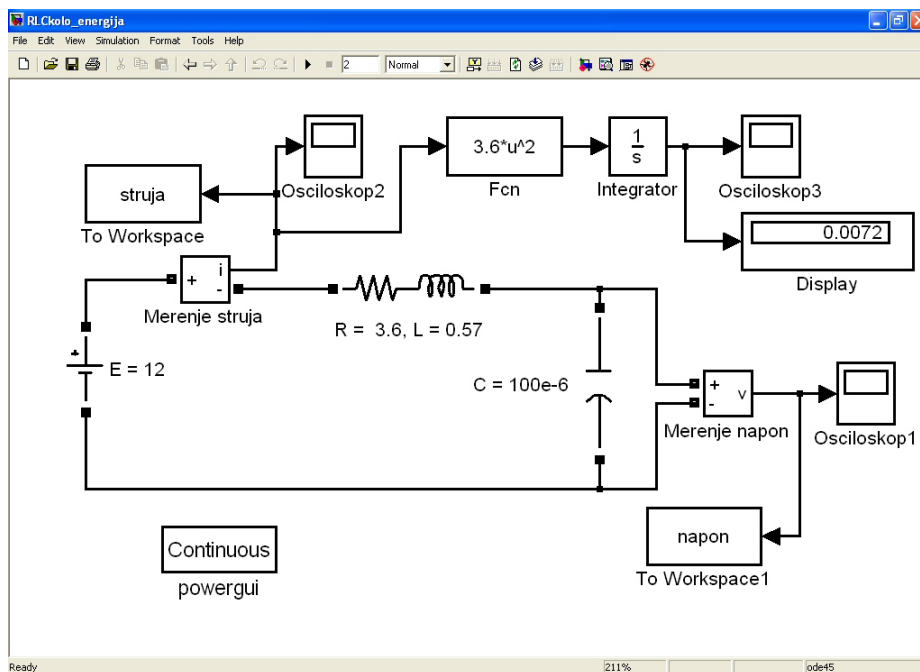
Слика 1.27. Резултати од моделот RLCKolo.mdl

Топлинската енергија ослободена во отпорникот може да се пресмета со следниот израз

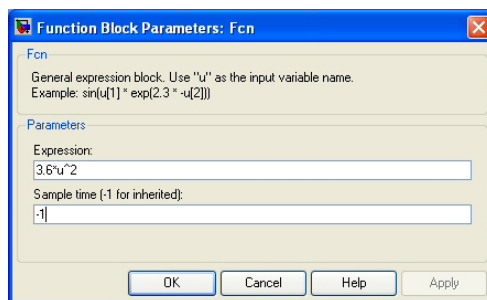
$$W = R \cdot \int_0^1 i^2(t) dt = 3,6 \cdot \int_0^1 i^2(t) dt, \quad (1.32)$$

кој што ние тука нема да го решаваме аналитички или нумерички, туку ќе користиме блокови од Simulink кои ќе ги направат бараните операции. Моделот кој што тоа го прави е даден во RLCKolo_energija.mdl и е прикажан на сликата 1.28.

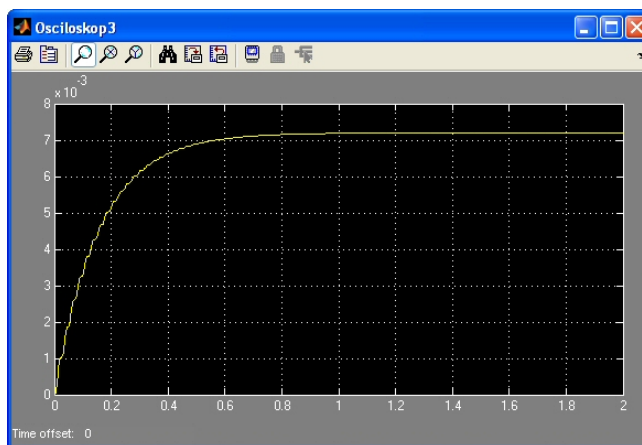
Сигналот кој што излегува од блокот за мерење на струјата прво се праќа во блокот Fcn (User-Defined Functions од библиотеката Simulink) во кој што е дефинирана математичка функција $3.6 \cdot u^2$ како што тоа е прикажано на сликата 1.29 која е добиена со двојно кликување врз блокот Fcn. Функцијата која што таму се пишува секогаш како параметар треба да ја има буквата *u* и во нашиот случај таа ја пресметува величината која што влегува во интегралот во (1.32). Потоа, сигналот кој што излегува од блокот Fcn се интегрира со блокот Integrator кој што можеме да го најдеме во Continuous од библиотеката Simulink. Вредноста на интегралот ја прикажуваме на блокот Display кој што се можеме да го најдеме во Sinks од библиотеката Simulink. Покрај тоа резултатот од интегрирањето го прикажуваме и на третиот осцилоскоп каде што ја добиваме вредноста на ослободената енергија со текот на времето, при што на крајот од симулациониот период ја добиваме вкупната ослободена топлина во отпорникот (слика 1.30). Вредноста на таа топлина е 0,0072 J и таа може да се отчита од дисплејот.



Слика 1.28. Изглед на моделот RLCKolo_energija.mdl



Слика 1.29. Дефинирање на функција во блокот Fcn

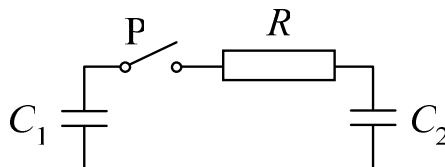


Слика 1.30. Временска зависност на ослободената топлина во отпорникот

□ □ □

Домашна задача бр. 1. За колото од сликата 1.31 познати се следните параметри $C_1 = 60 \mu\text{F}$, $C_2 = 40 \mu\text{F}$, додека вредноста на отпорноста на отпорникот е дадена во табелата 1.1. Познато е дека во моментот $t = 0$ кога доаѓа до затворање на прекинувачот Р кондензаторот C_1 содржел полнеж $Q_1 = 1 \text{ C}$, додека кондензаторот C_2 бил празен. Да се определи:

- ослободената енергијата во отпорникот R ,
- максималната вредност на струјата,
- крајната вредност на енергијата акумулирана во кондензаторот C_2 ,
- крајната вредност на напонот на кондензаторот C_1 .



Слика 1.31

Табела 1.1. Вредност на отпорноста R

Бр.	Студент	$R (\Omega)$
1	Алили Елвир	5
2	Анѓелова Слаѓана	10
3	Василевски Бојан	15
4	Ѓелов Лазар	20
5	Грендев Миле	25
6	Јосифовски Стевче	30
7	Камчева Марика	35
8	Карадаков Сашко	40

Бр.	Студент	$R (\Omega)$
9	Карамачоски Драган	7
10	Ласков Александар	12
11	Митровски Дарко	17
12	Наков Киро	22
13	Спасова Марјана	27
14	Станков Петре	32
15	Тренов Методи	37
16	Цветковски Димитар	42

Издадена на 14.3.2008, рок за предавање до 28.3.2008.