



УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“
СКОПЈЕ

ФАКУЛТЕТ ЗА ЕЛЕКТРОТЕХНИКА
И ИНФОРМАЦИСКИ ТЕХНОЛОГИИ

М. Тодоровски
**Компјутерска анализа на
преодни процеси во ЕЕС**

Скопје, мај 2008

1. Основни поими за преодните процеси

Електричен преоден процес претставува нагла промена во состојбата на едно електрично коло при вклучување/исклучување на прекинувачи или при појава на дефект (куси врски) во системот. Преодниот период е обично многу краток, така што делот од времето во кое едно коло работи во преоден процес во споредба со времето во кое работи во стационарен процес е занемарлив. Но сепак, преодните процеси се особено важни затоа што за во тие моменти компонентите на електричните кола се подложени на големи напрегања поради преголемите струи и напони. Овие напрегања може да предизвикаат дефекти на одделни делови од опремата во ЕЕС и застои кај одредени генератори, цели електрични центри или пак прекин во напојувањето на населби/градови во зависност од значењето на колото во кое тие се случиле.

Во денешно време, со примена на компјутерска симулација на преодните процеси во ЕЕС е можно тие целосно да се разберат и да се преземат мерки за нивна елиминација до степен кој што е сосема безопасен.

На почетокот, ќе ги разгледуваме основните принципи за решавање на преодни процеси во електрични кола кои понатаму ќе ги користиме за решавање на сложени проблеми во ЕЕС користејќи ја алатката Simulink од MATLAB.

Секое електрично коло во основа се состои од три типа на елементи:

- Отпорник со отпорност R (Ω),
- Индуктивен елемент (калем) со индуктивност L (H),
- Кондензатор со капацитивност C (F).

Сите делови на ЕЕС, без разлика дали се работи за преносна или дистрибутивна мрежа, индустриски инсталации, инсталации во домаќинствата ги содржат трите основни елементи во помала или поголема мерка. Покрај овие елементи, кои што се линеарни, во електричните кола на ЕЕС постојат и нелинеарни елементи како што се намотките поставени на железни јадра (нелинеарна крива на магнетизирање) кои ги има во сите електрични машини, како и некои нелинеарни отпорници како на пример одводниците на пренапони.

Во стационарен режим на работа еден од основните три елементи доминира при претставувањето на секој елемент од ЕЕС. На пример, кај намотките на сите машини/уреди доминира индуктивноста, но во преодните процеси условите може да се променат. Во некои случаи распределената капацитивност на една намотка може да биде значаен фактор во одредувањето на текот на преодниот процес во колото.

Отпорноста, индуктивноста и капацитивноста во едно коло се распределени параметри по областа која што едно коло ја опфаќа, а која во ЕЕС може да биде и од редот на километри. Но сепак, во досегашното проучување на ЕЕС е дојдено до заклучок дека тие можат да бидат претставени со концентрирани параметри без сериозно да се наруши точноста на пресметките. Така ќе постапуваме и ние насекаде во наредните поглавја, освен во некои специјални случаи како што се долгите преносни водови со должини кои се мерат со стотици километри.

Елементите L и C се карактеризираат со нивното својство да складираат енергија во магнето односно електрично поле. Овие енергии зависат од моменталите вредности на струите и напоните и изнесуваат:

$$\frac{1}{2} Li^2 \text{ и } \frac{1}{2} Cu^2.$$

Од друга страна елементот R се карактеризира со тоа што во него се губи енергија која што се претвора во топлина, при што интензитетот со кој таа енергија се губи е еднаков на Ri^2 .

Во стационарен режим при еднонасочна струја, енергијата која што е складирана во индуктивните елементи и кондензаторите е константна, додека при наизменична струја енергијата постојано се префрла помеѓу индуктивните елементи и кондензаторите во ритам со фреквенцијата на која што работи колото следејќи ги падовите и порастите на напоните и струите во колото по синусен закон. Овој трансфер на енергија е проследен и со губитоци на енергија која што зависи од големината на активните отпорности R кои што постојат во колото.

Кога во едно коло настанува нагла промена, во него се појавува прераспределба на енергиите во елементите така што тие ќе одговараат на новонастанатата состојба во колото. Прераспределбата на енергијата не може да се случи моментално поради две причини:

1. За да се промени магнетната енергија кај индуктивните елементи потребна е промена на струјата di на која и се спротивставува индуцирна електромоторна сила со вредност $L \frac{di}{dt}$. Тоа значи дека ако во еден калем сакаме моментално да ја промениме струјата ($dt = 0$) ќе биде потребно да примениме бесконечно голем напон кој што е неизводливо да се постигне. Поради тоа, во калемите не е можна нагла промена на струјата, односно тие имаат својство да се спротивставуваат на промената на струјата во нив.
2. За да се промени енергија на електричното поле кај кондензаторите потребна е промена на напонот du . Тоа значи дека на кондензаторот треба да му се промени количеството електрицитет за вредност $dQ = Cdu$ во временскиот интервал dt што значи низ него ќе протече струја $i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du}{dt}$. Тоа значи дека ако во еден кондензатор сакаме моментално да го промениме напонот ($dt = 0$) ќе биде потребно да имаме бесконечно голема струја која исто така не е можно да се постигне. Поради тоа, кај кондензаторите не е можна нагла промена на напонот, односно тие имаат својство да се спротивставуваат на промената на напонот.

Прераспределбата на енергијата при промени во колото се извршува во одредено конечно време при што секогаш е запазен законот за зачувување на енергијата. Тоа значи дека зголемувањето и намалувањето на енергијата во одделни елементи од колото мора да биде во рамнотежа со приливот на енергија во колото (од изворите) и губењето на енергија во активните отпори.

1.1. Решавање на електрични кола со диференцијални равенки

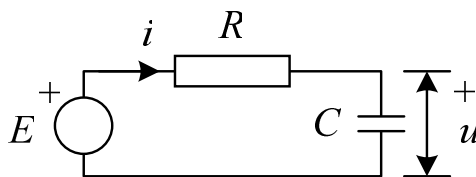
За да се реши едно електрично коло е потребно да се напишат равенки според Кирхофовите закони и равенки кои даваат врска помеѓу напоните и струите на одделните елементи од колото. За трите споменати основни елементи тие равенки се:

- $u = Ri$ за отпорник,
- $u = L \frac{di}{dt}$ за индуктивен елемент (калем),
- $i = C \frac{du}{dt}$ за кондензатор.

Имајќи предвид дека кај два елементи врската помеѓу напоните и струите е дадена во диференцијален облик, равенките со кои ќе можеме да го решиме електричното коло ќе бидат диференцијални. Тоа ќе го илустрираме со примери.

1.1.1. RC коло

Го посматраме RC колото на сликата 1.1 кое што е приклучено на генератор со константен напон E . Потребно е да го определиме и нацртаме временскиот тек на напонот $u(t)$.



Слика 1.1. RC – коло

За прикажаното коло можеме да ги напишеме следните равенки:

$$E = u + Ri, \quad (1.1)$$

$$i = C \frac{du}{dt}, \quad (1.2)$$

од каде што следува

$$E = u + RC \frac{du}{dt}, \quad (1.3)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{E - u}{RC} \quad (1.4)$$

Равенката (1.4) можеме да ја решиме со интегрирање со претходно групирање на променливите на следниот начин:

$$\frac{du}{E - u} = \frac{dt}{RC}, \quad (1.5)$$

од каде што добиваме

$$\ln(E - u) = -\frac{t}{RC} + K_1, \quad (1.6)$$

односно

$$u = E - e^{-\frac{t}{RC}} \cdot e^{K_1} = E - K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (1.7)$$

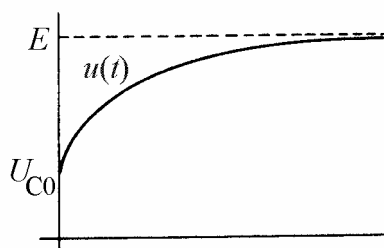
Константата K треба да се одреди од почетните услови во колото, кои во овој случај се задаваат со почетната вредност на напонот на кондензаторот

$$u(0) = U_{C0} = E - K \Rightarrow K = E - U_{C0},$$

со што за конечниот израз за напонот $u(t)$ добиваме

$$u(t) = E - (E - U_{C0})e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (1.8)$$

Промената на напонот на кондензаторот во текот на времето е дадена на сликата 1.2.



Слика 1.2. Промена на напонот на кондензаторот во RC колото

До истиот резултат, но со нумеричка постапка, без добивање на аналитички израз за напонот (1.8.) може да се добие со примена на компјутерска симулација. Овде е важно да се напомене дека диференцијалната равенка што треба да ја решиме треба да биде напишана во обликот (1.4) според кој на левата страна е првиот извод од непознатата, а на десната страна е некаква произволна функција од независната променлива, зависната променлива и останатите параметри.

Овој проблем ќе го решиме со готовата **функција на Matab ode45** (*ordinary differential equations of forth order*) која врши нумеричка интеграција (решавање) на обични диференцијални равенки со помош на познатиот метод Runge-Kutta од 4 ред кога е тој претставен во обликот (1.4).

За таа цел целата процедура ќе ја разбиеме на неколку дела.

Во првиот дел најнапред во Matlab ќе дефинираме **функција RC** напишана во **m-фајлот RC.m**. Нека таа функција има параметри: t , u , R , C и E . При тоа редоследот на параметрите е следниот:

1. прва доаѓа **независната променлива**, која во нашиот случај е времето t . Таа во случајов е **вектор** во кој се сместени временските моменти за кои се прави пресметката на непознатата u при решавањето на диференцијалната равенка,
2. потоа доаѓа векторот на бараното решение (или **матрицата** на решението кај проблемите со повеќе променливи) кој ги содржи вредностите на **променливата (променливите)** пресметани во временските моменти кои се дадени во векторот t ,
3. понатаму се наведуваат **променливите** кои се специфични за дадениот проблем како што се тоа параметрите на колото R , C и E во нашиот случај.

Функцијата RC.m треба да врати **број (вектор со броеви** за случаите со повеќе променливи) кој е еднаков на вредноста на изводот на променливата (променливите) пресметани со актуелните вредности на променливата (променливите).

Функцијата RC треба да биде направена така што во неа треба да биде опишана десната страна од релацијата (1.4).

Изгледот на функцијата RC, т.е. содржината на фајлот е следен:

```
function dudt=RC(t,u,R,C,E)
```

```
dudt=(E-u)/(R*C);
```

Оваа функција треба да биде сместена на диск како **m-фајл** со име **RC.m**

Диференцијалната равенка (1.4) $\frac{du}{dt} = \frac{E-u}{RC}$ се решава со примена на функцијата **ode45** која се повикува на следниот начин.

Нека се посматра конкретен случај кога е $R=1000\ \Omega$; $C = 100\ \mu\text{F}$ и $E = 12\ \text{V} = \text{const.}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 1$. Тогаш програмата со која се врши пресметката изгледа вака:

```
R = 1000;
```

```
C = 100e-6;
```

```
E = 12;
```

```
[t,u] = ode45(@RC, [0, 1], 0, [], R, C, e);
```

Притоа значењето е следното:

[t,u] се вектори кои сакаме да ги добиеме како резултат,

@RC е името на функцијата со која е дефинирана диференцијалната равенка (равенки),

[0, 1] е временскиот интервал за кој сакаме да имаме пресметани вредности на променливите (во овој случај од 0 до 1 s),

0 почетна вредност за променливата (во случај со повеќе променливи тоа ќе биде вектор со почетни вредности,

[] празен вектор со што на функцијата ode45 и задаваме default опции со кои ќе ја решава диференцијалната равенка,

R, C, E се променливи кои се специфични за дадениот проблем.

Дијаграмот $u(t)$ го цртаме со командата:

```
plot(t,u); xlabel('t'); ylabel('u(t)');
```

Целата пресметка ќе ја направиме со помош на програма која ќе ја наречеме ResiRC.m, сместена во соодветен фолдер. Изгледот на оваа програма е следниот

Програма: ResiRC.m

```
R = 1000;
```

```
C = 100e-6;
```

```
E = 12;
```

```
[t,u] = ode45(@RC, [0, 1], 0, [], R, C, E);
```

```
plot(t,u); xlabel('t'); ylabel('u(t)');
```

Нека претпоставиме дека напонот на генераторот од колото 1.1 се менува по синусен закон $E \cdot \sin \omega t$. Во тој случај равенката (1.4) ќе беше

$$\frac{du}{dt} = \frac{E \cdot \sin \omega t - u}{RC}, \quad (1.9)$$

и ќе беше далеку покомплицирана за решавање. Затоа во овој случај ќе го прикажеме само решението добиено со примена на MATLAB.

Во овој случај ќе направиме нова функција RC1 во датотека RC1.m во која што ќе ја напишеме релацијата (1.9)

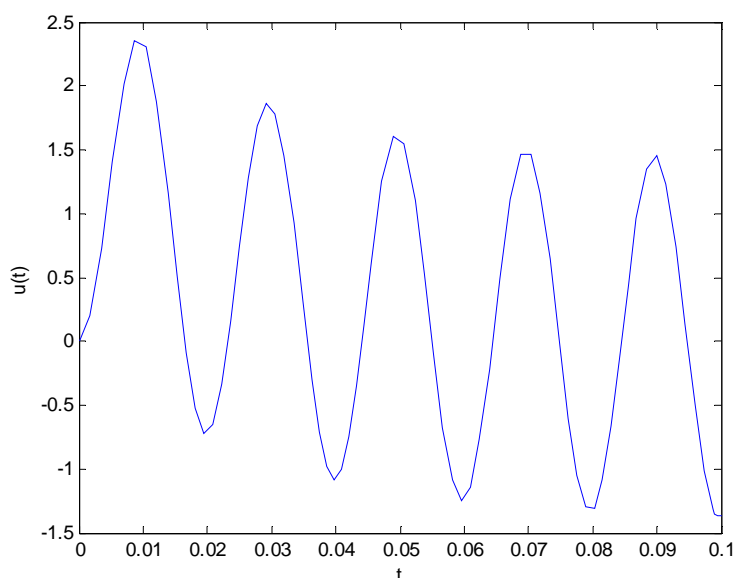
Изгледот на функцијата RC1, т.е. содржината на фајлот е следен:

```
function dudt=RC1(t,u,R,C,E,omega)
dudt=(E*sin(omega*t)-u)/(R*C);
```

Нека се посматра конкретен случај кога е $R=1000\ \Omega$; $C=27\ \mu\text{F}$ и $E=12\ \text{V}$ и нека е $f=50\ \text{Hz}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 0,1$. Тогаш програмата со која се врши пресметката (RC1.m) ќе изгледа вака:

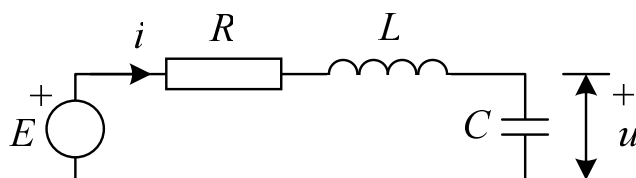
```
R = 1000;
C = 27e-6;
E = 12;
omega = 2*pi*50;
[t,u] = ode45(@RC1, [0, 0.1], 0, [], R, C, E, omega);
plot(t,u); xlabel('t'); ylabel('u(t)');
```

Временската промена на напонот на кондензаторот е дадена на сликата 1.3 од каде што се забележува дека преодниот процес завршува по 3 периоди.



Слика 1.3. Промена на напонот на кондензаторот во RC колото во случај на синусна промена на напонот на генераторот

1.1.2. RLC-коло



Слика 1.4. RLC – коло

Во овој случај врз основа на сликата 1.4, со примена на II Кирхофов закон можеме да ги пишуваме следните релации:

$$E = u + Ri + L \frac{di}{dt}, \quad (1.10)$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}, \quad (1.11)$$

Од равенки (1.10) и (1.11) можеме да добиеме една диференцијалната равенка на од следниот облик

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u = E. \quad (1.12)$$

Како што е познато од теоријата на електрични кола, одзивот на колото може да се претстави како сума од преодниот и форсираниот одзив на колото, односно:

$$u(t) = u_p(t) + u_f(t) = K_1 e^{-s_1 t} + K_2 e^{-s_2 t} + u_f(t). \quad (1.13)$$

Во равенката (1.13) со $u_p(t)$ е означен преодниот одзив кој што е линерна комбинација од експоненцијали функции од t во кои со s_1 и s_2 се означени сопствените фреквенции на колото односно корените на хомогената диференцијална равенка, а K_1 и K_2 се константи кои што зависат од почетните услови во колото (струја во калемот и напон на кондензаторот). Сопствените фреквенции може да се добијат со решавање на следната квадратна равенка

$$LCs^2 + RCs + 1 = 0. \quad (1.14)$$

чишто корените се $s_{1,2} = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2 C^2 - 4LC}}{2LC} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$ и кои не се еднозначни и може да бидат реални или коњугирано комплексни во зависност од параметрите на колото. Доколку корените се реални напонот ќе се менува по експоненцијален закон, а ако се коњугирано комплексни тој ќе се менува осцилаторно.

За форсираниот одзив, кој што е константна вредност затоа што генераторот е со константен напон, можеме да напишеме $\frac{du_f}{dt} = 0$ и $\frac{d^2 u_f}{dt^2} = 0$ па според (1.12) добиваме

$$u_f(t) = E. \quad (1.15)$$

Земајќи дека во моментот $t = 0$ напонот на кондензаторот е U_{C0} тргнувајќи од релацијата (1.13), која што сега го има обликот $u(t) = K_1 e^{-s_1 t} + K_2 e^{-s_2 t} + E$, ќе важи

$$K_1 + K_2 = U_{C0} - E, \quad (1.16)$$

Нека почетната струја во калемот во моментот $t = 0$ изнесува I_{L0} тогаш според (1.11) добиваме

$$\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{I_{L0}}{C}. \quad (1.17)$$

Со диференцирање на (1.13) се добива

$$\frac{du}{dt} = -s_1 \cdot K_1 e^{-s_1 t} - s_2 \cdot K_2 e^{-s_2 t}, \quad (1.18)$$

од каде со замена на $t = 0^-$ имајќи ги ја предвид и релацијата (1.17), ќе важи и следното

$$-s_1 \cdot K_1 - s_2 \cdot K_2 = \frac{I_{L0}}{C} \quad (1.19)$$

Конечно, коефициентите K_1 и K_2 може да се добијат со решавање на системот равенки составен од (1.16) и (1.17).

Имајќи ја превид комплицираната форма на аналитичкиот израз кој што би се добил со замена на вредностите за сопствените фреквенции и константите во релацијата (1.13) тука воопшто нема ни да направиме обиде него да го пишуваме туку веднаш ќе преминеме на нумеричко решавање на равенките со примена на MATLAB. проблемот ќе стане уште покомплициран за аналитичко решавање ако напонот на генераторот не е константна величина и се менува на пример по синусен закон.

При решавањето на колото со примена на MATLAB состојбата во колото ќе ја опишеме со помош на две диференцијални равенки од I ред при што за **непознати** ќе ги прогласиме струјата $i(t)$ и напонот на кондензаторот $u=u_C(t)$. Во тој случај ќе биде неопходно системот диференцијални равенки да го напишеме така што на неговата лева страна се наоѓаат првите изводи по непознатите $i(t)$ и $u(t)$ а на десната изразите со кои што тие изводи се пресметуваат. На тој начин, од изразите (1.10) и (1.11) ќе добиеме:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - Ri - u}{L} \quad (1.20)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{i}{C} \quad (1.21)$$

Сега ќе дефинираме функција која што ќе ја наречеме **RLC** и која ќе ја снимиме во датотеката **RLC.m**:

```
function dydt=RLC(t,y,R,L,C,E)
dydt=[
    (E-R*y(1)-y(2))/L
    y(1)/C
];
```

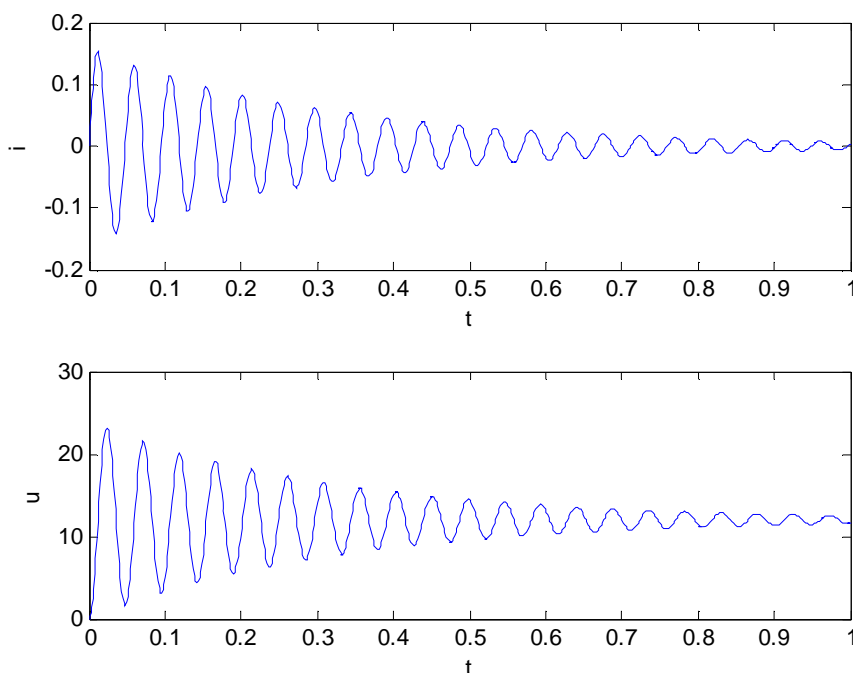
Во неа независна променлива е времето t додека непозната е променливата y која е всушност матрица со две колони. Првата колона од y е променливата i , втората колона е променливата u .

Потоа ќе формираме друга **m-датотека** со назив **ResiRLC.m**. И нејзе ќе ја сместиме на диск во истиот фолдер со датотеката RLC.m. Изгледот на m-датотеката **ResiRLC.m** е дадена во следниот дел.

```
R = 3.6; L = 0.57; C = 100e-6; E = 12;
[t,y] = ode45(@RLC, [0 1], [0 0], [], R, L, C, E);
SUBPLOT(2,1,1), plot(t,y(:,1)); xlabel('t'); ylabel('i');
SUBPLOT(2,1,2), plot(t,y(:,2)); xlabel('t'); ylabel('u');
```

Проблемот ќе го решиме со повикување на програмата **ResiRLC**. Како резултат ќе добиеме формирање на векторот-редица t со вкупно $n = 633$ **дискретни моменти** (големината на n ја одлучува алогритмот) во коишто се пресметувани вредностите на променливите y_1 и y_2 т.е. струјата i и напонот u . Променливите ќе бидат сместени во матрицата y којшто претставува матрица со n редици и со две колони. Притоа во првата колона на матрицата y се сместени дискретните вредности за струјата i , додека во втората – дискретните вредности за напонот u . Овие вредности можеме да ги видиме ако на работниот простор (Workspace) кликнеме два пати на иконата со која е опишана матрицата y .

Како резултат се добиваат и два графика на ист екран, т.е. иста страница. На едниот е прикажана променливата y_1 , т.е. зависноста $i(t)$, а на другата променливата y_2 , т.е. зависноста $u(t)$.



Слика 1.5 Струја во калемот и напон на кондензаторот во RLC колото

Нека претпоставиме дека напонот на генераторот од колото 1.4 се менува по синусен закон $E \cdot \sin \omega t$. Во тој случај равенката (1.4) ќе беше

$$\frac{di}{dt} = \frac{E \sin \omega t - Ri - u}{L}, \quad (1.22)$$

Додека равенката (1.21) останува иста.

Во овој случај ќе направиме нова функција RLC1 во датотека RLC1.m во која што ќе ги напишеме релацијата (1.22) и (1.21)

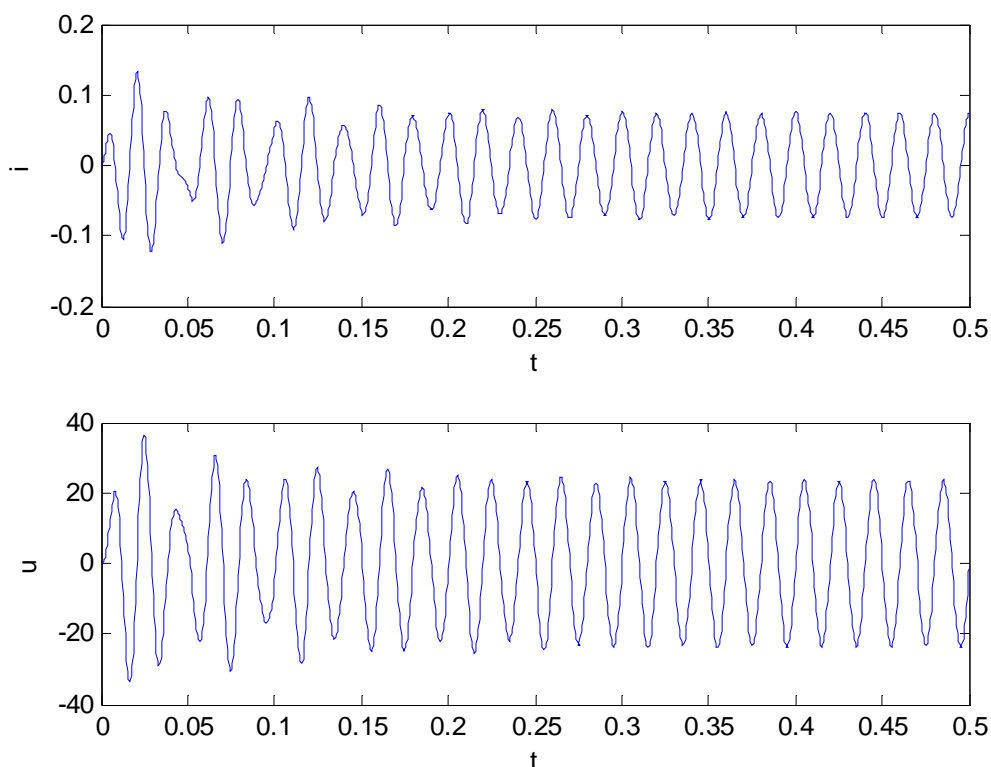
Изгледот на функцијата RLC1, т.е. содржината на фајлот е следен:

```
function dydt=RLC1(t,y,R,L,C,E,omega)
dydt=[
    (E*sin(omega*t)-R*y(1)-y(2))/L
    y(1)/C
];
```

Нека се посматра конкретен случај кога е $R=10 \, \Omega$; $L=0,5 \, \text{H}$, $C=10 \, \mu\text{F}$ и $E=12 \, \text{V}$ и нека е $f=50 \, \text{Hz}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 0,5$. Тогаш програмата со која се врши пресметката (RLC1.m) ќе изгледа вака:

```
R = 10;
L = 0.5;
C = 10e-6;
E = 12;
omega = 2*pi*50;
[t,y] = ode45(@RLC1, [0 0.5], [0 0], [], R, L, C, E, omega);
SUBPLOT(2,1,1), plot(t,y(:,1)); xlabel('t'); ylabel('i');
SUBPLOT(2,1,2), plot(t,y(:,2)); xlabel('t'); ylabel('u');
```

Временската промена на напонот на кондензаторот и струјата во калемот е дадена на сликата 1.6 каде што во првите моменти се забележуваат осцилации со фреквенција различна од 50 Hz.



Слика 1.3. Струја во калемот и напон на кондензаторот во RLC колото во случај на синусна промена на напонот на генераторот

1.2. Решавање на електрични кола со Лапласова трансформација

При решавањето на електрични кола со примена на Лапласовата трансформација сите елементи се заменуваат со своите операциони импеданции. Почетните услови во колото, т.е. почетните струи во калемите и напоните на кондензаторите се заменуваат со идеални струјни и напонски генератори со константни вредности кои исто така се трансформираат во Лапласов домен. Освен тоа, кај сите напонски и струјни генераторите во колото е потребно да се направи Лапласова трансформација на временските функции со кои што тие се зададени. Со решавање на колото во Лапласов домен добиваме решение за одреден напон или струја кое што исто така е во Лапласов домен, а конечното решение во кое бараната величина ќе биде дадена со израз за нејзиниот временски тек ќе го добиме со примена на инверзната Лапласова трансформација. Овде, сите трансформации ќе ги правиме со примена на MATLAB каде што ќе користиме готови функции за тоа.

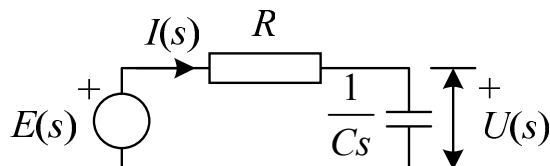
За трите основни елементи во електричните кола операционите импеданции се:

- $Z = R$ за отпорник,
- $Z = Ls$ за индуктивен елемент (калем),
- $Z = \frac{1}{Cs}$ за кондензатор.

Постапката за решавање на едно коло со примена на Лапласовата трансформација ќе ја илустрираме со примери.

1.2.1. RC коло

Го разгледуваме RC колото на сликата 1.4 каде што сите величини се изразени со своите претставници во Лапласов домен.



Слика 1.4. RC – коло во Лапласов домен

За прикажаното коло според правилото за напонски делител можеме да напишеме:

$$U(s) = E(s) \frac{\frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = E(s) \frac{1}{RCs + 1}. \quad (1.23)$$

Во изразот (1.23) се појавува функцијата $E(s)$ која што е Лапласова трансформација на временскиот облик на напонот на генераторот $E(t)$ кој што во овој случај е константна вредност независна од времето и изнесува 12 V. Според тоа, за да ја добиеме функцијата $E(s)$ треба да направиме Лапласова трансформација на функцијата $E(t) = 12$. За таа цел ќе ја користиме командата **laplace** од MATLAB која што работи со тнр. симболички променливи. Симболичките променливи во MATLAB се дефинираат со наредбата **syms** која што на програмот му кажува дека некој знак или знаци не треба да го/ги гледа според неговата бројна вредност туку со него/нив да оперира симболички како што на пример ние сме научени да оперираме симболички со променливите x и y кога решаваме некој математички проблем.

При решавањето на електрични кола единствени симболички променливи кои ќе ни требаат се s и t . Поради тоа во MATLAB пишуваме

```
syms s t
```

Функцијата $E(s)$ ја добиваме со помош на следната наредба

```
laplace(12*t^0)
```

во која имаме напишано дека е $E(t) = 12t^0$, што всушност е идентично со $E(t) = 12$ но за да командата **laplace** да функционира неа мора да и да се даде симболички израз кој зависи од променливата t .

Со извршување на претходната наредба го добиваме следниот одговор

```
ans =
```

```
12/s
```

од каде што гледаме дека е $E(s) = \frac{12}{s}$. Со замена на изразот за $E(s)$ во (1.23) и ако земеме дека е $R=1000 \Omega$ и $C = 100 \mu\text{F}$ за Лапласовата трансформација на бараниот напон добиваме

$$U(s) = \frac{12}{s} \cdot \frac{1}{1000 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot s + 1} = \frac{12}{s \cdot (0,1s + 1)}. \quad (1.24)$$

На крајот останува уште да направиме инверзна Лапласова трансформација на добиениот напон за да го добиеме изразот за неговиот временски тек. Тоа го правиме се помош на наредбата **ilaplace** на следниот начин

```
ilaplace(12/(s*(0.1*s+1)))
```

а како резултат добиваме

```
ans =  
  
24*exp(-5*t)*sinh(5*t)
```

што значи дека за временскиот тек на напонот важи

$$u(t) = 24 \cdot e^{-5t} \cdot \sinh 5t = 24 \cdot e^{-5t} \cdot \frac{e^{5t} - e^{-5t}}{2} = 12(1 - e^{-10t}). \quad (1.25)$$

Средувањето на изразот (1.25) во конечна компактна форма ни се наметна поради нашето долготрајно искуство со математиката, но тука тоа воопшто не ни беше потребно.

При анализата на електричните кола, воопшто не е важно како изгледа изразот за конечното решение, туку е важно каков е обликот на напонот или струјата, која е максималната вредност и во кој момент е постигната, колкава е најголемата брзина на пораст и слично.

Во продолжение ќе покажеме како можеме со примена на MATLAB да го нацртаме временскиот тек на напонот појдувајќи од решението за него кое гласи `24*exp(-5*t)*sinh(5*t)`.

Најнапред ќе дефинираме функција со следната наредба

```
u = inline('24*exp(-5*t).*sinh(5*t)')
```

со што го добиваме следниот резултат

```
u =  
  
Inline function:  
u(t) = 24*exp(-5*t).*sinh(5*t)
```

Потоа дефинираме интервал за t на пример од 0 до 1 секунда со чекор 0,01 секунда на следниот начин

```
t=0:0.01:1;
```

На крајот графикот на промената на напонот го добиваме со следната команда

```
plot(t,u(t))
```

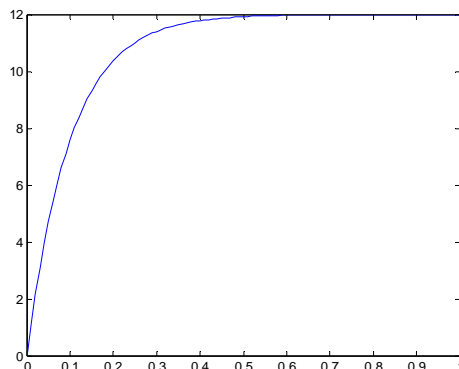
со што ја добиваме сликата 1.5.

Ако на пример сакаме да видиме колку изнесува напонот 150 ms по почетокот на преодниот процес едноставно ќе напишеме

```
u(0.15)
```

со што добиваме

```
ans =  
9.3224
```



Слика 1.5. Напон на кондензаторот во RC колото добиен со инверзна Лапласова трансформација

Нека претпоставиме дека напонот на генераторот од колото 1.4 се менува по синусен закон $E \cdot \sin \omega t$ при што е $E = 12 \text{ V}$ и $f = 50 \text{ Hz}$, додека за останатите параметри имаме $R=1000 \Omega$; $C = 27 \mu\text{F}$. Да се одреди напонот на кондензаторот во овој случај, да се нацрта неговиот облик во интервалот $0 \leq t \leq 0,1$ и да се најде неговата максимална вредност.

Функцијата $E(s)$ ја добиваме со помош на следната наредба (претходно ја пишуваме и наредбата `syms s t`)

```
laplace(12*sin(2*pi*50*t))
```

со што го добиваме следниот одговор

```
ans =
```

```
1200*pi/(s^2+10000*pi^2)
```

од каде што гледаме дека е $E(s) = \frac{1200\pi}{s^2 + 10000\pi^2}$. Со замена на изразот за $E(s)$ во (1.23) и бројните вредности за R и C за Лапласовата трансформација на бараниот напон добиваме

$$U(s) = \frac{1200\pi}{s^2 + 10000\pi^2} \cdot \frac{1}{0,027 \cdot s + 1} \quad (1.24)$$

На крајот останува уште да направиме инверзна Лапласова трансформација на добиениот напон за да го добиеме изразот за неговиот временски тек. Тоа го правиме со помош на наредбата **ilaplace** на следниот начин

```
ilaplace(1200*pi/(s^2+10000*pi^2)/(0.027*s+1))
```

а како резултат добиваме

```
ans =
```

```
1200*pi*(1855425871872000/5013045701485196257*exp(-1000/27*t) -  
1855425871872000/5013045701485196257*cos(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t)  
+18014398509481984000000/34000182891247581175575297592119081*67823405003418  
33^(1/2)*sin(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t))
```

Потоа дефинираме функција со следната наредба

```
u=inline('1200*pi*(1855425871872000/5013045701485196257*exp(-1000/27*t)-
1855425871872000/5013045701485196257*cos(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t)
+18014398509481984000000/34000182891247581175575297592119081*67823405003418
33^(1/2)*sin(1/262144*6782340500341833^(1/2)*t))')
```

дефинираме интервал за t на пример од 0 до 0,1 секунда со чекор 0,001 секунда на следниот начин

```
t=0:0.001:0.1;
```

На крајот графикот на промената на напонот го добиваме со следната команда

```
plot(t,u(t))
```

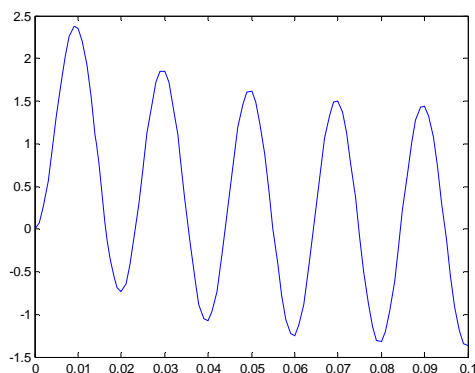
со што ја добиваме сликата 1.6.

Ако на пример сакаме да видиме колку изнесува максималната вредност на напонот едноставно ќе напишеме

```
max(abs(u(t)))
```

со што добиваме

```
ans =
    2.3776
```



Слика 1.6. Напон на кондензаторот во RC колото добиен со инверзна Лапласова трансформација при синусен напон на генераторот

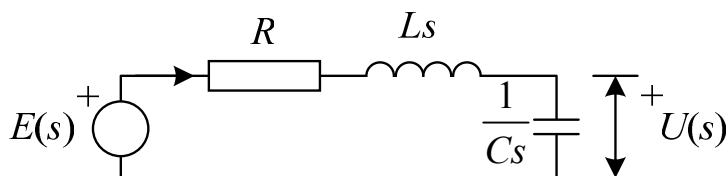
Ако малку ги средиме коефициентите во изразот за $u(t)$ ќе добиеме

$$u(t) = 1200\pi \left(3,7 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-\frac{1000t}{27}} - 3,7 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 314,16t + 4,4 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 314,16t \right). \quad (1.26)$$

но веќе видовме дека и без тоа го добивме бараното решение.

1.2.2. RLC коло

Го разгледуваме RLC колото на сликата 1.5 каде што сите величини се изразени со своите претставници во Лапласов домен.



Слика 1.5. RLC – коло во Лапласов домен

За прикажаното коло според правилото за напонски делител можеме да напишеме:

$$U(s) = E(s) \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = E(s) \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}. \quad (1.27)$$

Нека е зададен режим во кој што напонскиот генератор има константен напон $E = 12 \text{ V}$, а вредностите на елементите во колото се $R = 3,6 \Omega$; $L = 0,57 \text{ H}$ и $C = 100 \mu\text{F}$. Во таков случај изразот за напонот на кондензаторот ќе биде:

$$U(s) = \frac{12}{s} \frac{1}{57 \cdot 10^{-6} s^2 + 360 \cdot 10^{-6} s + 1}. \quad (1.28)$$

Изразот за временскиот тек на напонот го добиваме со помош на инверзна Лапласова трансформација на следниот начин

```
ilaplace(12/s/(57e-6*s^2+360e-6*s+1))
```

а како резултат добиваме

```
ans =
-12*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t)*cos(4294967296/65716525762590281
25*41049481941150637129986^(1/2)*t)-
9663676416/6841580323525106188331*41049481941150637129986^(1/2)*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t)*sin(4294967296/65716525762590281
25*41049481941150637129986^(1/2)*t)+12
```

Ако малку ги средиме коефициентите во изразот за $u(t)$ ќе добиеме

$$u(t) = 12 - 12 \cdot e^{-3,16t} \cdot \cos 132,42t - 0,29 \cdot e^{-3,16t} \cdot \sin 132,42t. \quad (1.29)$$

Потоа дефинираме функција со следната наредба

```
u=inline('-12*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t).*cos(4294967296/6571652576259028
125*41049481941150637129986^(1/2)*t)-
9663676416/6841580323525106188331*41049481941150637129986^(1/2)*exp(-
6917529027641081856/2190550858753009375*t).*sin(4294967296/6571652576259028
125*41049481941150637129986^(1/2)*t)+12')
```

дефинираме интервал за t на пример од 0 до 1 секунда со чекор 0,01 секунда на следниот начин

```
t=0:0.01:1;
```

На крајот графикот на промената на напонот го добиваме со следната команда

```
plot(t,u(t))
```

со што ја добиваме сликата 1.6.

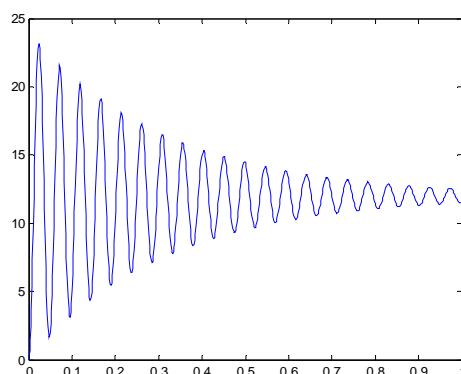
Ако на пример сакаме да видиме колку изнесува максималната вредност на напонот едноставно ќе напишеме

```
max(abs(u(t)))
```

со што добиваме

```
ans =
```

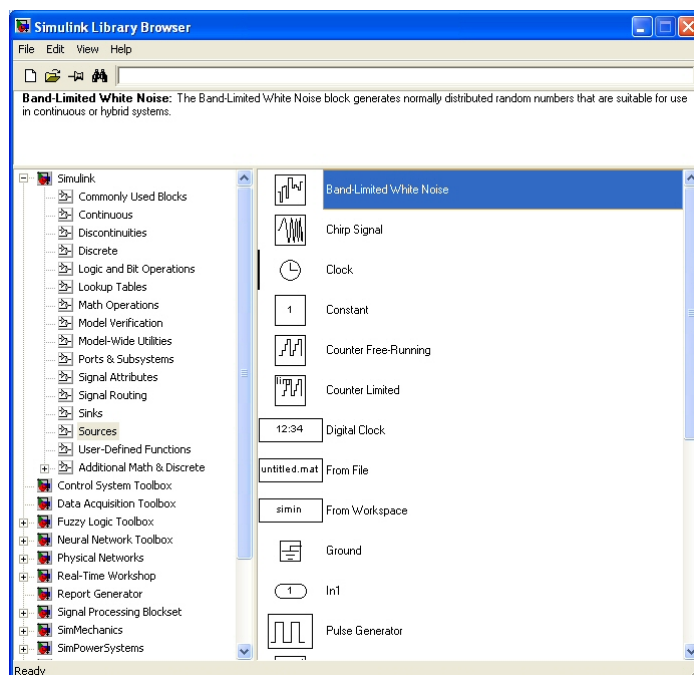
23.1337



Слика 1.6. Напон на кондензаторот во RLC колото добиен со инверзна Лапласова трансформација при синусен напон на генераторот

1.3. Решавање на електрични кола со помош на Simulink

Simulink е модул во MATLAB наменет за симулација на динамички процеси во разни системи со примена на графички начин на работа. Решавање на електрични кола се прави со формирање на модел на колото со користење на готови блокови (графички симболи) со кои се моделираат одделните елементи на колото како што се: напонски и струјни генератори, отпорници, калеми, кондензатори и нелинеарни елементи. Основната предност на работата со Simulink е едноставноста во претставувањето на проблемот кој што треба да се реши и можноста за прикажување на резултатите на повеќе начини. Тој се активира со помош на командата `simulink` која што треба да се напише во командниот простор во MATLAB, со што се добива прозорецот прикажан на сликата 1.7. На сликата се гледаат повеќе блокови од кои е селектиран блокот `Sources` кој содржи повеќе видови извори на сигнали (правоаголни, синусни, импулски итн.) како што се гледа на десната страна од прозорецот.



Слика 1.7. Прозор со основни блокови во Simulink

Примената на Simulink за решавање на електрични кола ќе ја илустрираме преку примери.

Пример 1.1. Да се реши RC колото од точката 1.2.1 со примена на Simulink со користење на преносната функција на колото.

Решение

Како што видовме во примерот со RC колото во точката 1.2.1 напонот на кондензаторот во лапласов домен изнесуваше

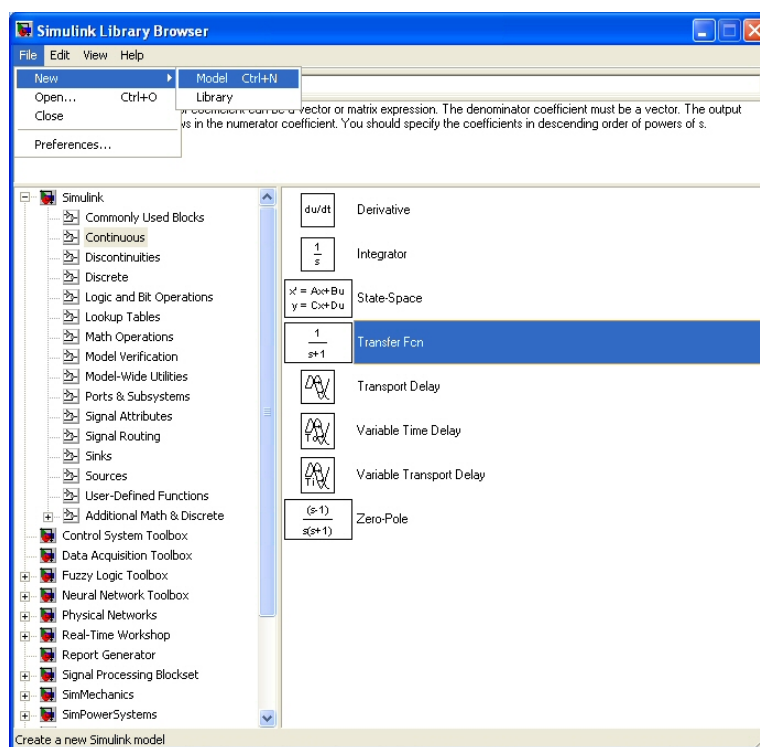
$$U(s) = \frac{1}{0,1s + 1} \cdot E(s) = F(s) \cdot E(s), \quad (1.30)$$

каде што

$$F(s) = \frac{1}{0,1s + 1}, \quad (1.31)$$

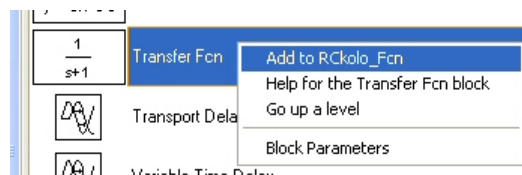
се нарекува преносна функција на колото.

За да извршиме симулација на електрично коло во Simulink користејќи ја неговата преносна функција постапуваме на следниот начин: преку менито File, New, Model (Ctrl+N) (слика 1.8) избираме формирање на нов модел со што добиваме празен прозорец во кој можеме да вметнуваме блокови. Новиот модел го снимаме некаде на дискот на пример под името RCkolo_Fcn.mdl.



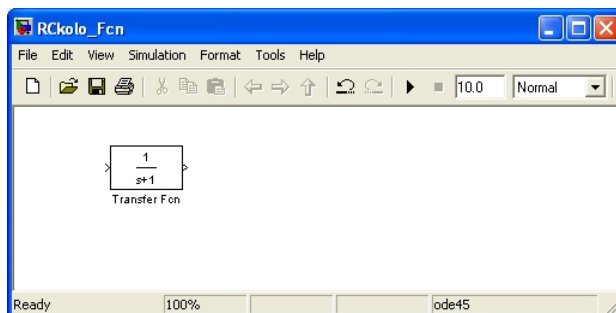
Слика 1.8. Избор за креирање на нов модел на електрично коло

На сликата 1.8 на левата страна е селектирано множеството блокови Continuous во кое што постои блокот Transfer Fcn. Овој блок е потребно да го вметнеме во нашиот модел (RCkolo_Fcn.mdl) така што иконата Transfer Fcn ќе ја повлечеме со глушецот врз прозорецот RCkolo_Fcn.mdl или пак ќе кликнеме врз неа со десниот тастер од глушецот и ќе избереме Add to RCkolo_Fcn како што тоа е прикажано на сликата 1.9.

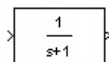


Слика 1.9. Вметнување на блок во одреден модел

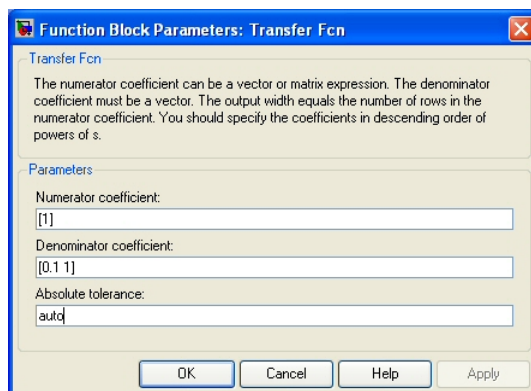
По вметнување на блокот Transfer Fcn во моделот RCKolo_Fcn.mdl тој ќе го добие изгледот како на сликата 1.10.



Слика 1.10. Изглед на моделот RCKolo_Fcn.mdl по вметнувањето на блокот Transfer Fcn



Со двојно кликување врз сликичката Transfer Fcn се отвора дијалогот од сликата 1.11 во кој што се внесуваат коефициентите од полиномите со кои се опишани броителот и именителот од преносната функција. Во нашиот случај тоа се [1] за броителот и [0.1 1] за именителот.



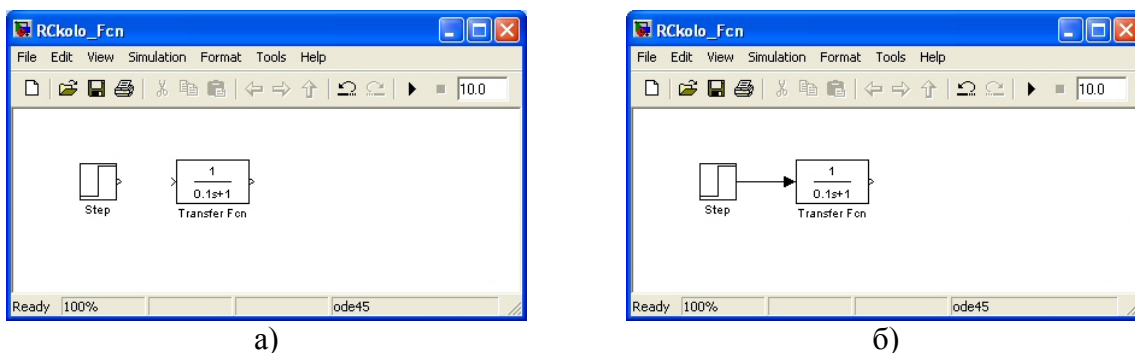
Слика 1.11. Дефинирање на преносната функција

Понатаму, во Simulink го избираме множеството блокови Sources и во моделот



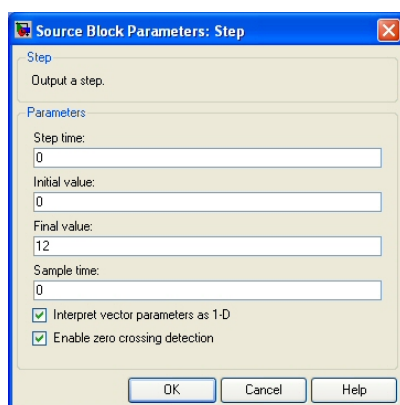
Step

RCKolo_Fcn.mdl ја вметнуваме иконата слично како што е тоа покажано на сликата 1.9 со што нашиот модел го добива изгледот од сликата 1.12 а). На сликата 1.12 б) е прикажан истиот модел со оформена врска помеѓу двата вметнати блока. Таа врска можеме да ја нацртаме со помош на глушецот – цртајќи линии или пак да го покажеме првиот блок со глушецот, да притиснеме на тастерот Ctrl на тастатурата и потоа да го покажеме вториот блок со глушецот со што врскава помеѓу нив ќе биде автоматски направена.




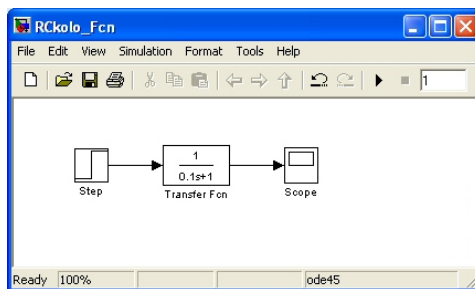
Слика 1.12. Изглед на моделот RCkolo_Fcn.mdl по вметнувањето на блокот Step од множеството Sources

Со двојно кликување на иконата Step се добива дијалогот од сликата 1.13 каде што во полето за Final value задаваме 12, а во полето Step time задаваме вредност 0.




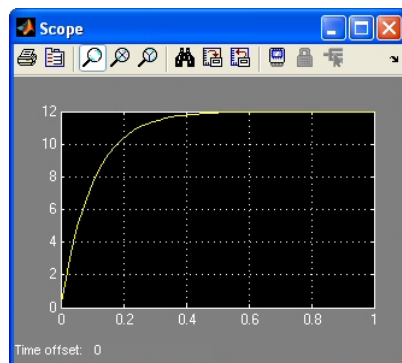
Слика 1.13. Дефинирање на параметрите на блокот Step

На крајот, во Simulink го избираме множеството блокови Sinks и во моделот RCkolo_Fcn.mdl ја вметнуваме иконата  Scope (осцилоскоп) со што нашиот модел го добива изгледот од сликата 1.14.



Слика 1.14. Конечен изглед на моделот RCkolo_Fcn.mdl

Симулацијата се активира со кликување на сликичката  при што во полето десно од неа е внесено време од 1 s како време до кое ќе се прави симулацијата. Резултатот од симулацијата може да се види со двојно кликување врз осцилокопот при што се добива сликата 1.15.





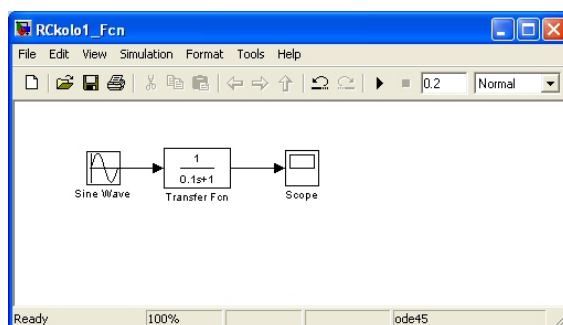
Слика 1.15. Излезен напон од колото RC

□ □ □

Пример 1.2. Да се реши RC колото од примерот 1.1 за случај кога напонот на генераторот се менува по синусен закон со фреквенција од 50 Hz и има амплитуда од 12 V.

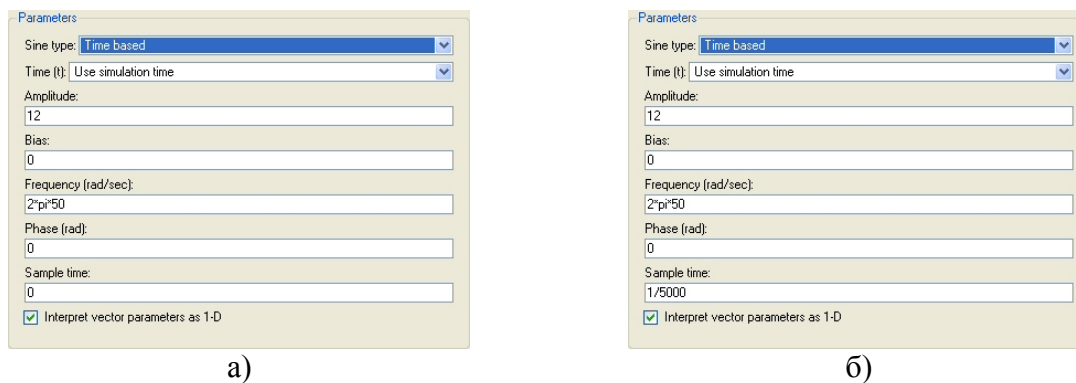
Решение

Во овој случај од моделот Rckolo1_Fcn.mdl го снимаме на дискот под име Rckolo1_Fcn.mdl и во него го бришеме елементот  Step. Понатаму, во Simulink го избираме множеството блокови Sources и во моделот Rckolo1_Fcn.mdl ја вметнуваме иконата  Sine Wave и ја поврзуваме со блокот за преносната функција со што моделот го добива изгледот од сликата 1.16.

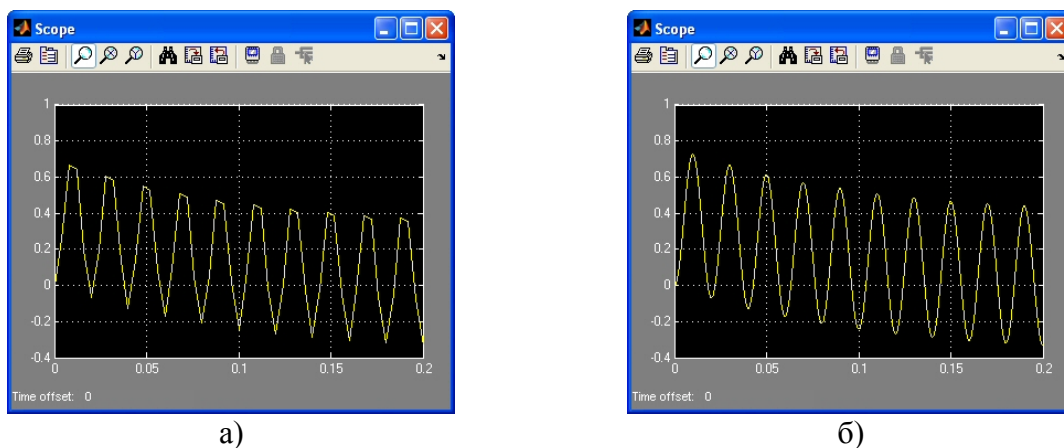


Слика 1.16. Изглед на моделот Rckolo1_Fcn.mdl

Нагодувањата во новопоставениот блок во моделот ги правиме со двојно кликување врз него со што го добиваме дијалогот од сликата 1.17 каде што се дадени два начини на негово пополнување. И во двата случаја за амплитудата е внесено 12, а за фреквенцијата $2\pi \cdot 50$. Во случајот под а) за sample time е внесено 0, додека во случајот под б) е внесено 1/5000 (тоа е временски чекор со кој е направена дискретизација на синусната функција). Во првиот случај сме избрале да нема дискретизација на синусната функција туку таа да биде пресметувана за секој временски момент кој што ќе се појави во симулацијата, додека во вториот случај сме избрале да имаме дискретизација на функцијата со чекор 1/5000 што значи дека сакаме синусоидата да ни биде претставена со 100 точки во една периода. Резултатите за двата случаја се прикажани на сликата 1.18, каде што се забележува дека приказот на кривата е далеку подобар во случајот под б). Тоа е така затоа што во првиот случај симулацијата е направена со променлива временски чекор кој што прескокнал некои битни точки од синусоидата и таа е претставена со искршена линија. Додека во вториот случај кривите се претставени со 100 точки по периода и се значително помазни.



Слика 1.17. Нагледување на блокот за синусна функција од моделот Rckolo1_Fcn.mdl



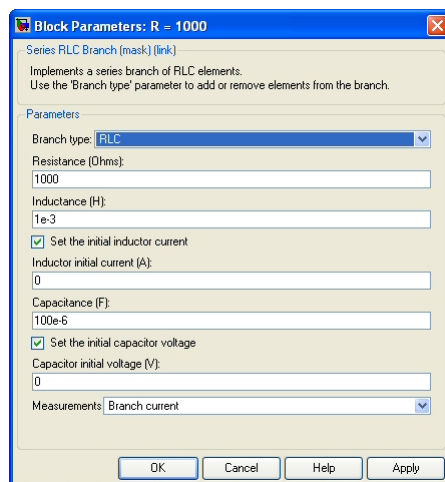
Слика 1.18. Излезен напон од моделот Rckolo1_Fcn.mdl

□ □ □

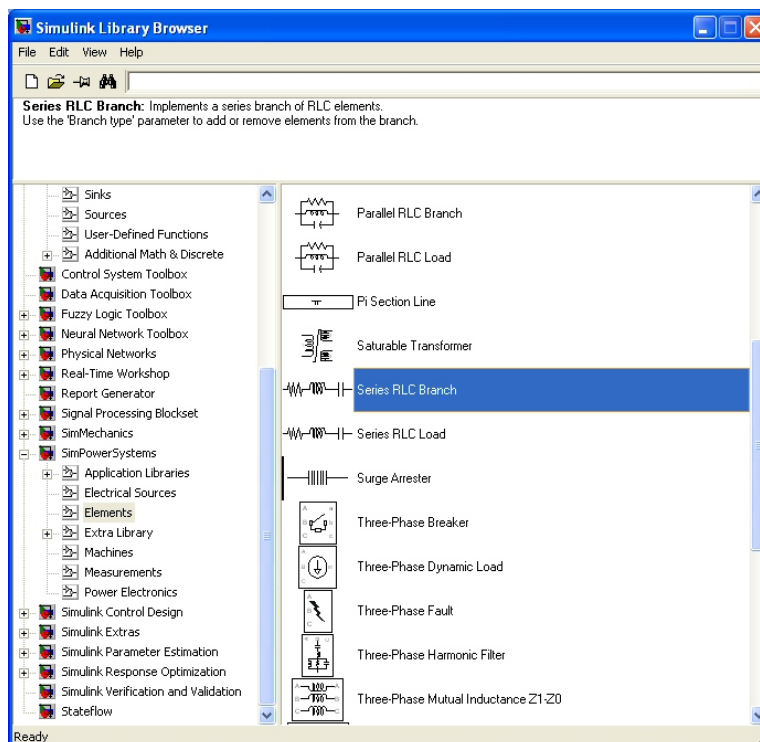
Пример 1.2. Да се реши RC колото од точката 1.2.1 со користење на елементи од множеството SimPowerSystems.

Решение

На сликата 1.20 на левата страна е селектирано множеството блокови SimPowerSystems од каде што го бираме подмножеството Elements и во него го бираме блокот Series RLC Branch кој што претставува редна RLC врска. Доколку во некој модел вметнеме ваков блок, а потоа двојно кликнеме врз него ќе се појави дијалогот од сликата 1.19.

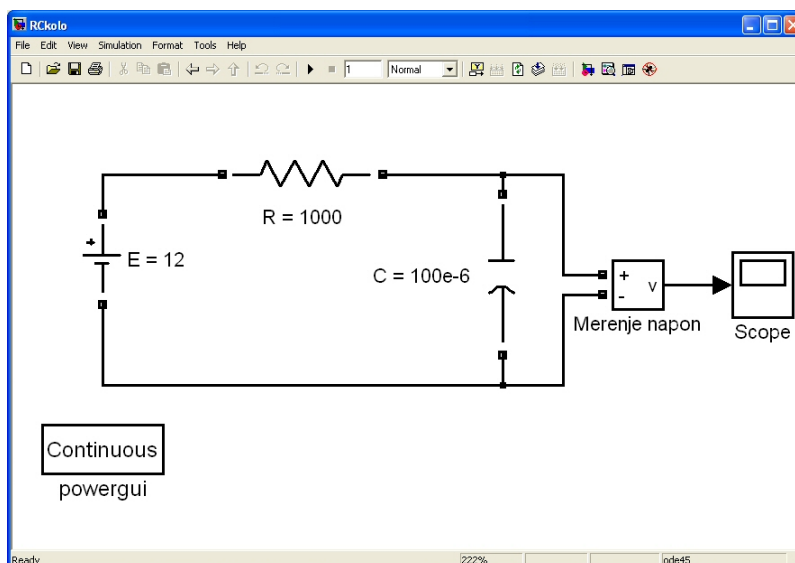


Слика 1.19. Параметри на блокот RLC





Слика 1.20. Избор на блок Series RLC Branch од множеството SimPowerSystems

Како што може да се забележи на сликата 1.19 можно е да се одбере типот на сервиската RLC гранка со селекција на една од опциите од паѓачкото мени Branch type при што може да се одбере RLC, R, L, C, RC, RL, LC и Open circuit. Тоа значи дека нашето RC коло можеме да го решиме така што во моделот ќе вметнеме една сервиска RLC гранка и ќе одбереме таа да биде од типот RC. Но тоа нема да го направиме така затоа што во тој случај нема да имаме пристап до средишната точка на RC гранката (спојот помеѓу R и C) со што нема да имаме можност да го измериме напонот на кондензаторот кој се бара како решение од колото. Поради тоа, во моделот ќе внесеме две RLC гранки при што едната ќе биде од типот R, а другата од типот C и ќе ги поврземе редно. Во дијалогот за параметрите на двете гранки ќе ги внесеме вредноста на отпорноста и капацитетот, а кај кондензаторот ќе го означиме полето Set initial capacitor voltage и ќе внесеме вредност 0 (кондензаторот е празен пред почетокот на симулацијата). Изгледот на комплетниот модел е даден на сликата 1.21 и е снимен под името RCkolo.mdl.

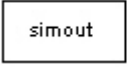


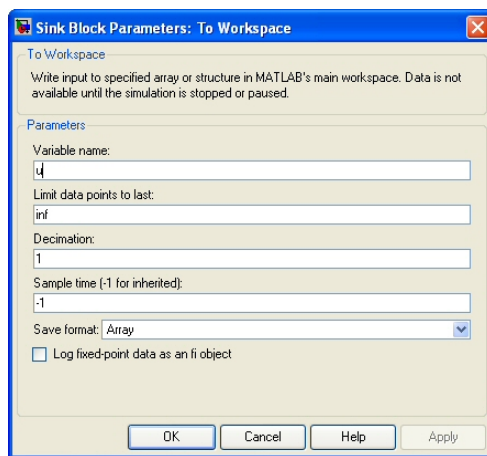
Слика 1.21. Изглед на моделот RCkolo.mdl

Елементот  DC Voltage Source се наоѓа во Electrical Sources од множеството блокови SimPowerSystems и тој претставува напонски генератор со константен напон (во случајов 12 V што се внесува преку дијалогот кој се добива до двојно кликување врз симболот), додека

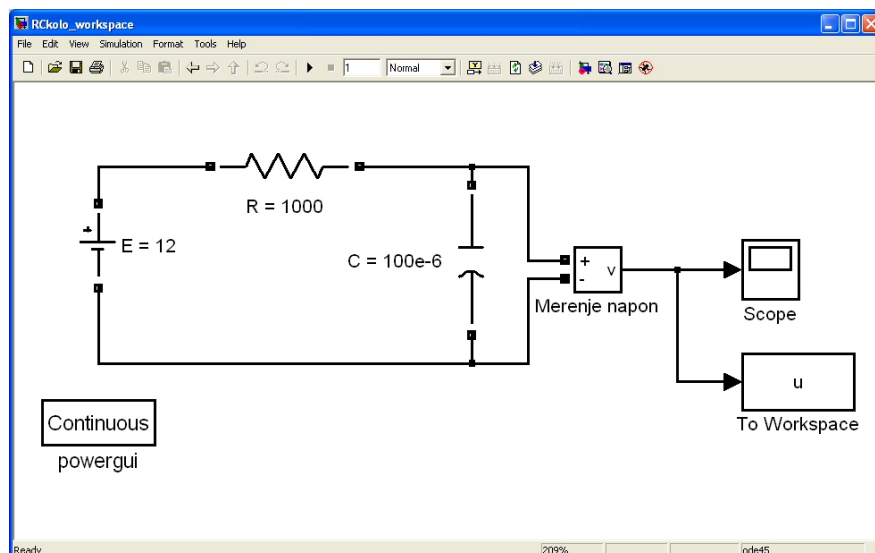
елементот  Voltage Measurement се наоѓа во Measurements во SimPowerSystems и тој е наменет за мерења напон во некој дел од колото и негово претворање во сигнал кој може да се прикаже на осцилоскоп. Како што може да се види на сликата 1.21 кај овие елементи стои текстот E = 12 и Merenje napon наместо DC Voltage Source и Voltage Measurement. Промената на овие текстови може да се направи откако елементот ќе се внесе во моделот со едноставно пишување врз текстот кој што е автоматски внесен со внесувањето на елементот (DC Voltage Source и Voltage Measurement).

Со активирање на симулацијата резултатот на осцилокопот е напонот на кондензаторот и тој го има истиот изглед како на сликата 1.15.

Освен тоа е можно резултатот да се добие и како вектор од броеви доколку во моделот се вметне елементот  To Workspace кој што се наоѓа во Sinks под од множеството Simulink. Со двојно кликување врз овој елемент се добива дијалогот од сликата 1.22 во кој што во полето Variable name имаме внесено u, а во полето Save format имаме одбрано Array. Изгледот на вака дополнетиот модел е даден на сликата 1.23, а тој е снимен под името RCkolo_workspace.mdl. Со активирање на симулацијата го добиваме истиот приказ на осцилокопот, но сега резултатот го добиваме како вектор со броеви под името u кој што се наоѓа во Workspace (работната меморија на MATLAB) и можеме дополнително да го обработуваме или префрламе во други програми како на пример во Excel заради цртање на график кој можеме да го форматираме многу полесно и подобро отколку во MATLAB.



Слика 1.22. Параметри на блокот To Workspace



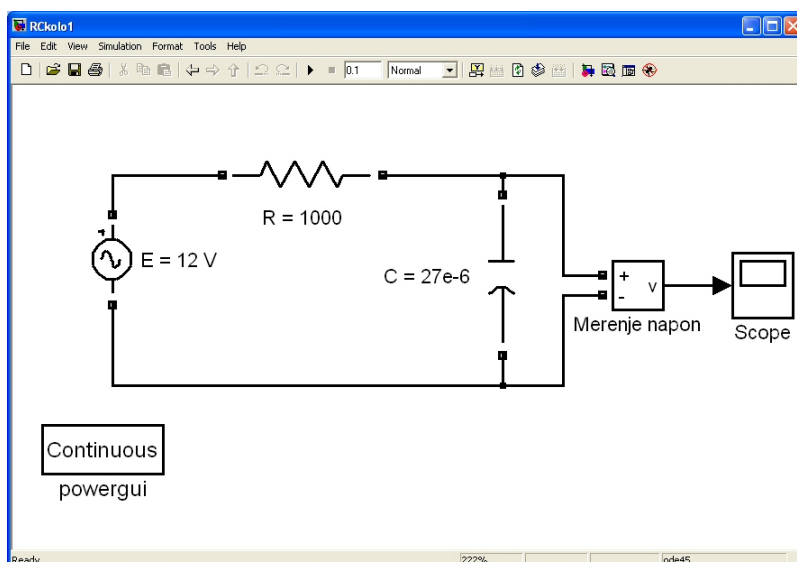
Слика 1.23. Изглед на моделот RCkolo_workspace.mdl

□ □ □

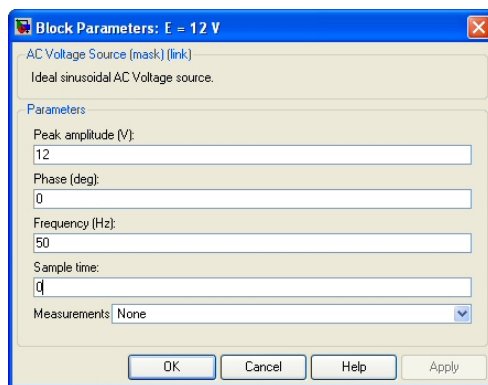
Пример 1.3. Да се реши RC колото за случајот кога е $R = 1000 \Omega$; $C = 27 \mu\text{F}$ и $E = 12 \text{ V}$ и нека е $f = 50 \text{ Hz}$ и нека е потребно решението за бараниот напон u да го добиеме во интервалот $0 \leq t \leq 0,1$.

Решение

Моделот на колото за овој случај е даден во RCkolo1.mdl чиј што изглед е прикажан на сликата 1.24 каде што може да се види дека тука е вметнат напонски генератор со синусен облик кој што се наоѓа во Electrical Sources од множеството блокови SimPowerSystems. Параметрите на овој генератор се задаваат преку дијалогот прикажан на сликата 1.25 каде што за амплитудата на напонот е внесено 12, а за фреквенцијата 50. Со активирање на симулацијата се добива идентичен резултат како на сликата 1.3.



Слика 1.24. Изглед на моделот RCkolo1.mdl



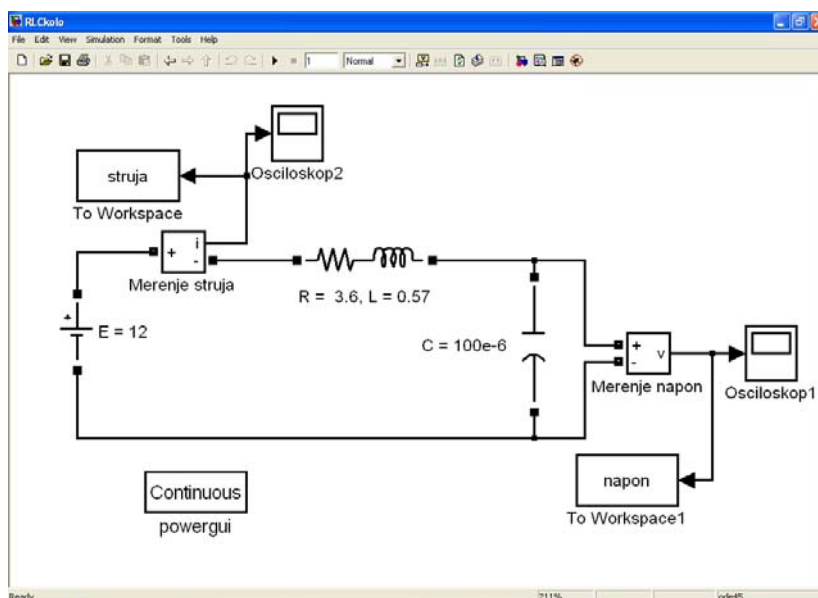
Слика 1.25. Параметри на блокот за синусен напонски генератор

□ □ □

Пример 1.4. Едно RLC коло е поврзано на напонски генератор со константен напон од 12 V. Параметрите на колото се $R = 3,6 \, \Omega$; $L = 0,57 \, \text{H}$ и $C = 100 \, \mu\text{F}$. Потребно е да се одреди обликот на струјата во калемот и напонот на кондензаторот во интервалот $0 \leq t \leq 1$. Потоа да се одредат максималната вредност на струјата и напонот како и вкупната енергија која ќе се ослободи во вид на топлина во отпорникот.

Решение

Моделот на колото за овој случај е даден во RLCKolo.mdl чиј што изглед е прикажан на сликата 1.26. Колото е составено од две сериски RLC гранки од кои едната е од типот RL, а другата од типот C. Тука повторно не е користена само една RLC гранка за да имаме пристап до двата краја од кондензаторот за да можеме да го измериме бараниот напон. На сликата 1.26 можеме да забележиме дека е вметнат блок за мерење на струја заедно со уште еден осцилоскоп кој што ја прикажува измерената струја. Блокот за мерење на струја се наоѓа во Measurements во SimPowerSystems. Сигналите од двата осцилоскопи се поврзани и за блокови од типот To Workspace со што во работниот простор во MATLAB (Workspace) се формираат два вектори struja и napon кои што ги содржат бројните вредности на струјата и напонот.

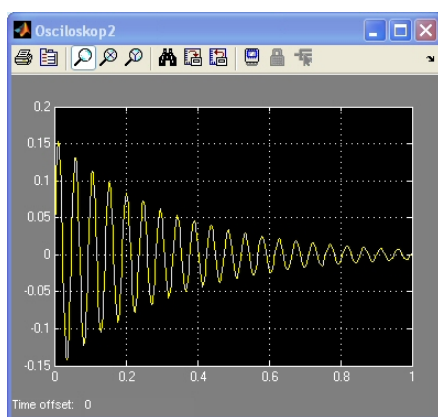


Слика 1.26. Изглед на моделот RLCKolo.mdl

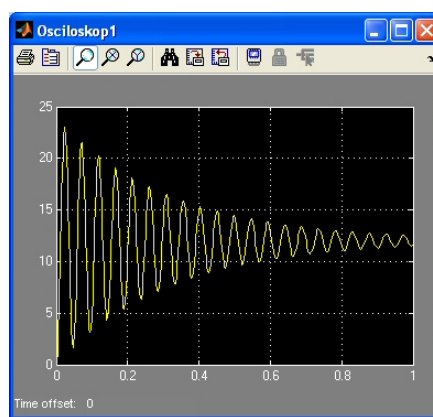
По активирањето на симулацијата на осцилоскопите ги добиваме резултатите кои се прикажани на сликата 1.27. Во исто време бројните вредности на струјата и напонот се запишани во векторите *struja* и *napon*, така што бараните максимални вредности можеме да ги добиеме на со пишување на следните наредби во командниот простор во MATLAB:

```
>> max(abs(struja))
ans =
    0.1532
>> max(abs(napon))
ans =
    23.0639
```

што значи дека максималната вредност на струјата во колото изнесува 0,1532 A; додека максималната вредност на напонот на кондензаторот изнесува 23,0639 V.



а) Струја во калемот



б) Напон на кондензаторот

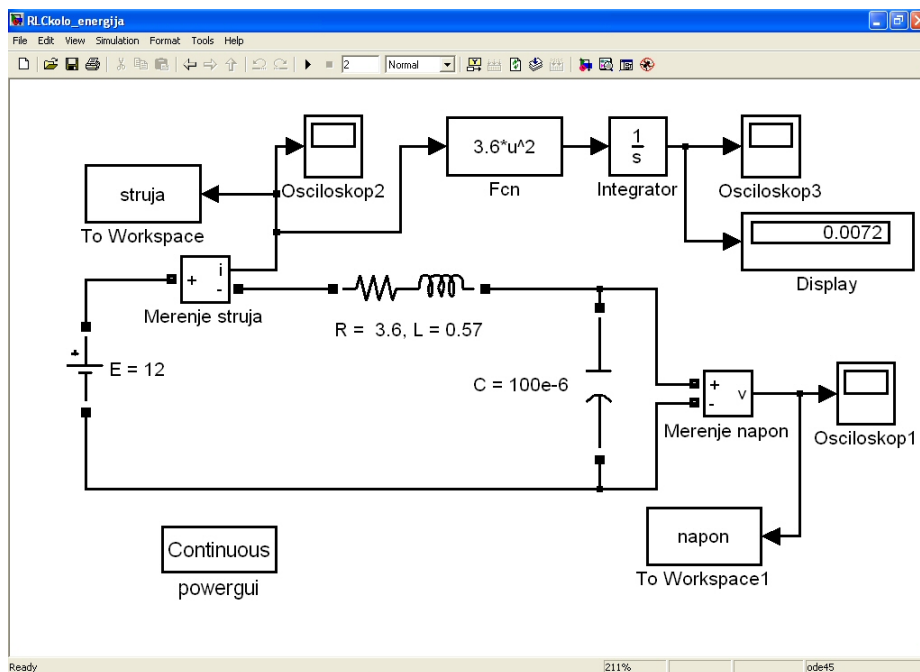
Слика 1.27. Резултати од моделот RLCKolo.mdl

Топлинската енергија ослободена во отпорникот може да се пресмета со следниот израз

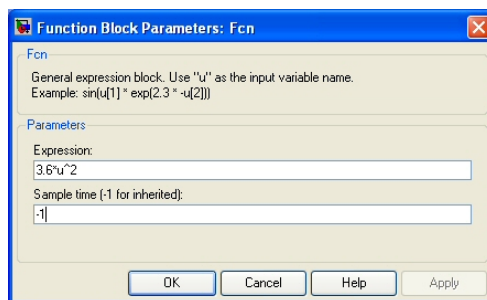
$$W = R \cdot \int_0^1 i^2(t) dt = 3,6 \cdot \int_0^1 i^2(t) dt, \quad (1.32)$$

кој што ние тука нема да го решаваме аналитички или нумерички, туку ќе користиме блокови од Simulink кои ќе ги направат бараните операции. Моделот кој што тоа го прави е даден во RLCKolo_energija.mdl и е прикажан на сликата 1.28.

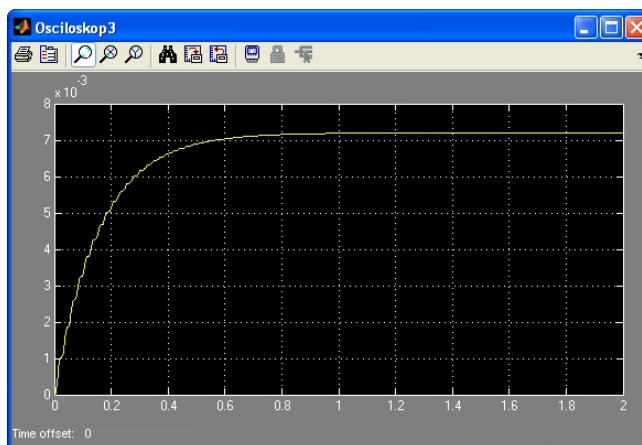
Сигналот кој што излегува од блокот за мерење на струјата прво се праќа во блокот Fcn (User-Defined Functions од библиотеката Simulink) во кој што е дефинирана математичка функција $3.6 \cdot u^2$ како што тоа е прикажано на сликата 1.29 која е добиена со двојно кликување врз блокот Fcn. Функцијата која што таму се пишува секогаш како параметар треба да ја има буквата *u* и во нашиот случај таа ја пресметува величината која што влегува во интегралот во (1.32). Потоа, сигналот кој што излегува од блокот Fcn се интегрира со блокот Integrator кој што можеме да го најдеме во Continuous од библиотеката Simulink. Вредноста на интегралот ја прикажуваме на блокот Display кој што се можеме да го најдеме во Sinks од библиотеката Simulink. Покрај тоа резултатот од интегрирањето го прикажуваме и на третиот осцилоскоп каде што ја добиваме вредноста на ослободената енергија со текот на времето, при што на крајот од симулациониот период ја добиваме вкупната ослободена топлина во отпорникот (слика 1.30). Вредноста на таа топлина е 0,0072 J и таа може да се отчита од дисплејот.



Слика 1.28. Изглед на моделот RLCKolo_energija.mdl



Слика 1.29. Дефинирање на функција во блокот Fcn

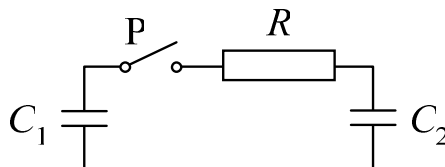


Слика 1.30. Временска зависност на ослободената топлина во отпорникот

□ □ □

Домашна задача бр. 1. За колото од сликата 1.31 познати се следните параметри $C_1 = 60 \mu\text{F}$, $C_2 = 40 \mu\text{F}$, додека вредноста на отпорноста на отпорникот е дадена во табелата 1.1. Познато е дека во моментот $t = 0$ кога доаѓа до затворање на прекинувачот Р кондензаторот C_1 содржел полнеж $Q_1 = 1 \text{ C}$, додека кондензаторот C_2 бил празен. Да се определи:

- ослободената енергијата во отпорникот R ,
- максималната вредност на струјата,
- крајната вредност на енергијата акумулирана во кондензаторот C_2 ,
- крајната вредност на напонот на кондензаторот C_1 .



Слика 1.31

Табела 1.1. Вредност на отпорноста R

Бр.	Студент	$R (\Omega)$
1	Алили Елвир	5
2	Анѓелова Слаѓана	10
3	Василевски Бојан	15
4	Ѓелов Лазар	20
5	Грендев Миле	25
6	Јосифовски Стевче	30
7	Камчева Марика	35
8	Карадаков Сашко	40

Бр.	Студент	$R (\Omega)$
9	Карамачоски Драган	7
10	Ласков Александар	12
11	Митровски Дарко	17
12	Наков Киро	22
13	Спасова Марјана	27
14	Станков Петре	32
15	Тренов Методи	37
16	Цветковски Димитар	42

Издадена на 14.3.2008, рок за предавање до 28.3.2008.

2. Преодни процеси во еднофазни кола

Пример 2.1. Во една трафостаница на 110 kV собирници доаѓа до трифазна куса врска. Трафостаницата е доволно далеку од генераторите во системот така што може да се смета дека еквивалентната реактанција за директен систем не се менува со текот на времето (нема разлика помеѓу субтранзиентен, транзиентен и траен период). Вредноста на струјата на куса врска во трајниот период изнесува $I_{K3} = 10$ kA и е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот изнесува $X/R = 3,5$. Да се нацрта обликот на струјата на куса врска за првите 5 периоди за случаите кога кусата врска настанува во момент кога вредноста на напонот е еднаква на

а) нула,

б) половина од максималната вредност на напонот,

в) максималната вредност на напонот,

За сите три случаи да се одреди максималната (ударната) вредност на струјата.

Решение

Вредноста на струјата на трифазна куса врска изнесува

$$I_{K3} = \frac{U_n}{\sqrt{3}X}, \quad (2.1)$$

од каде што следува

$$X = \frac{U_n}{\sqrt{3}I_{K3}} = \frac{110}{\sqrt{3} \cdot 10} = 6,351 \, \Omega. \quad (2.2)$$

Од условот на задачата за активната отпорност на системот добиваме

$$R = \frac{X}{3,5} = 1,815 \, \Omega, \quad (2.3)$$

додека за индуктивноста на калемот чија што реактанција изнесува X добиваме

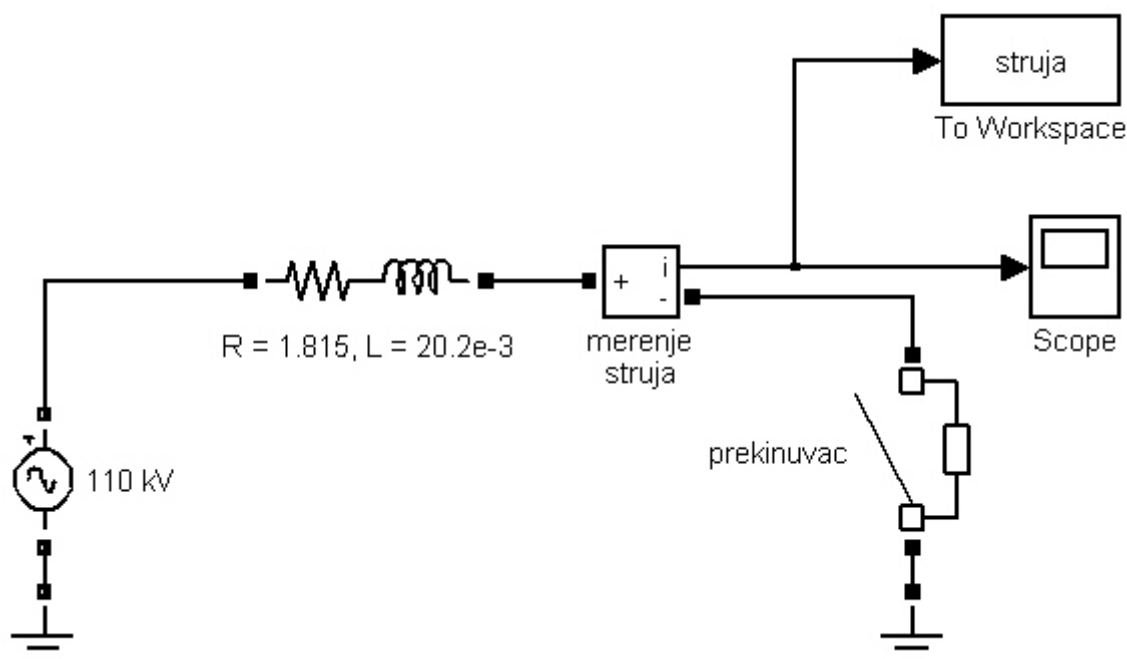
$$L = \frac{X}{\omega} = \frac{6,351}{100\pi} = 20,2 \, \text{mH}. \quad (2.4)$$

Моделот на колото според кое што ќе ја симулираме појавата на куса врска е Primer2_1.mdl и неговиот изглед е даден сликата 2.1. Колото е составено од една RLC гранка од типот RL чии што параметри се пресметани со (2.3) и (2.4). Напонскиот генератор е со фреквенција од 50 Hz, фазен агол еднаков на нула и максимална вредност на напонот еднаква на $110e3/\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$. Со последниот израз прво е пресметан фазниот напон (делење со $\sqrt{3}$) знаејќи дека линискиот е 110 kV (110e3), а потоа е помножено со $\sqrt{2}$ за да се добие неговата максимална вредност.

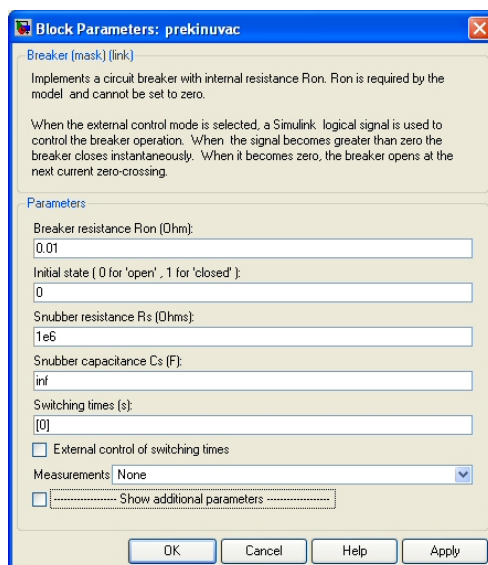
Прекинувачот кој што е вметнат во колото се наоѓа во Elements во SimPowerSystems. Тој во овој случај мора да има паралелен отпорник со него затоа што се наоѓа во серија со калем. Вредноста на тој отпорник се внесува во полето Snubber resistance и таа обично е голема вредност која што тука е еднаква на 1 M Ω . Со двојно кликување врз него се добива дијалогот од сликата 2.2 каде што се задени параметрите на прекинувачот. Како што се гледа на сликата опцијата Extern control of switching times не е селектирана со што ни се дава можност сами да зададеме времиња во кои што прекинувачот ќе ја промени својата состојба. Почетната состојба на прекинувачот се задава во полето Initial state (во овој случај тоа е 0, што значи дека тој е исклучен) додека временските моменти во кои што тој ќе ја промени состојбата се дадени во полето Switching times каде што се задава вектор со временски моменти во

секунди. Тука е зададен векторот $[0]$ што значи дека прекинувачот само еднаш ќе ја промени својата состојба и тоа во времето $t = 0$ s. Доколку на пример сакавме тој да се исклучи во моментот $t = 0,12$ s тогаш ќе требаше да го зададеме следниот вектор $[0 \ 0.12]$. За случајот под б) го задаваме векторот $[0.02/12]$ затоа што напонот ја постигнува половината од својата вредност на $1/12$ од периодата ($\arcsin(0,5) = 30^\circ$, што е $1/12$ од 360°), додека за случајот под в) го задаваме векторот $[0.02/4]$ затоа што максималната вредност на напонот се постигнува на $1/4$ од периодата.

Бидејќи се бара обликот на струјата да го добиеме за првите 5 периоди за крајното време на симулацијата внесуваме 0.1 (5×0.02 s), а бараниот резултат го прикажуваме на осцилоскоп и го праќаме во работниот простор во MATLAB во променливата *struja* при што кај Save format е избрано Array.



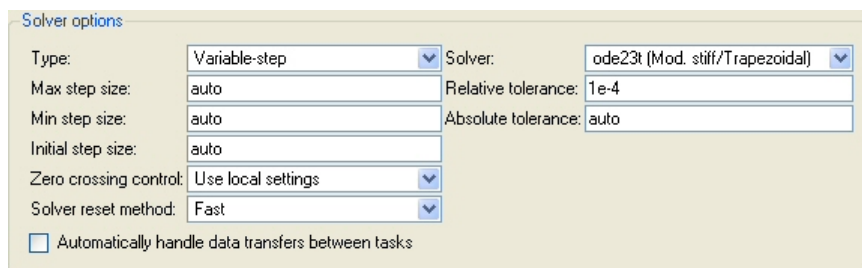
Слика 2.1. Модел за симулација на трифазна куса врска



Слика 2.2. Параметри на блокот за прекинувач

Во колата кои што содржат прекинувачи препорачливо е да се користи методата `ode23t` за решавање на преодниот процес. За тоа да го направиме е потребно од прозорецот `Primer2_1.mdl` од менито `Simulation` да избереме `Configuration parameters` со што ја добиваме сликата 2.3 каде што во полето `Solver` избираме `ode23t`. Во спротивно во командниот простор во MATLAB ќе ја добиеме следната порака:

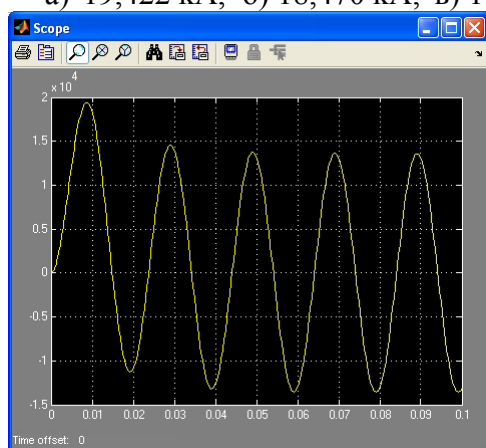
Warning: You have required continuous-time simulation of a system containing switches or nonlinear elements. The `ode23t` variable-step stiff solver is recommended in order to get best accuracy and simulation performance. ...



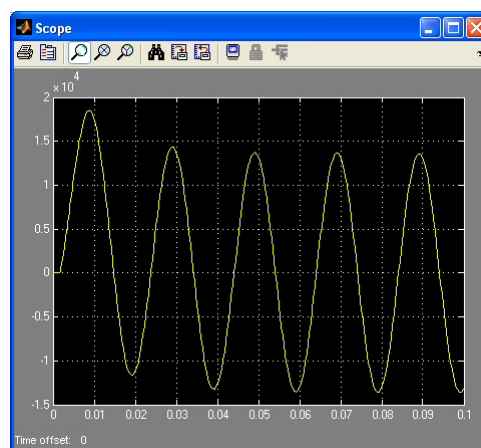
Слика 2.3. Избор на метод за решавање на преодниот процес

Резултатите од симулацијата се прикажани на сликата 2.4, додека бараните максимални вредности на струјата можеме да ги добиеме со пишување на наредбата `max(abs(struja))` во командниот простор во MATLAB со што добиваме

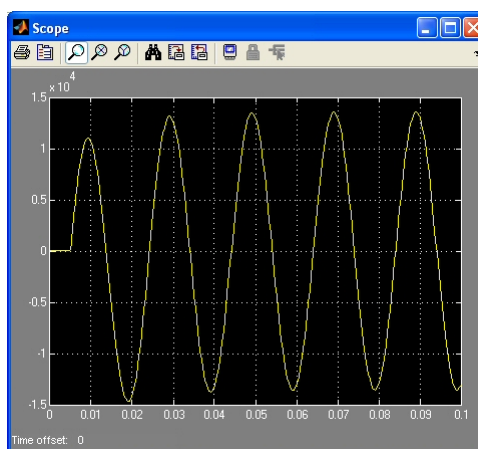
а) 19,422 kA, б) 18,470 kA, в) 14,636 kA.



а)



б)

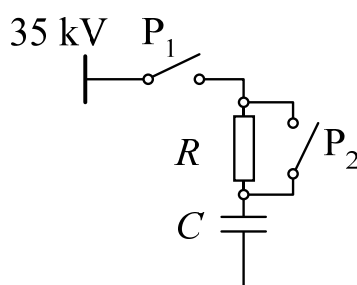


в)

Слика 2.4. Облици на струјата на куса врска

Пример 2.2. Во една трафостаница на 35 kV се вклучува кондензаторска батерија со номинална моќност од 18 MVA. Вредноста на струјата на куса врска во трафостаницата изнесува $I_{K3} = 25$ kA и е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот изнесува $X/R = 1$. Кондензаторската батерија се вклучува со помош на прекинувачот P_1 преку отпорникот R во моментот кога напонот во трафостаницата има максимална вредност. По време од 0,1 s прекинувачот P_2 се затвора со што отпорникот се премостува и кондензаторската батерија е директно приклучена на напон (слика 2.5). Да се одреди обликот на струјата и напонот на кондензаторот за првите 10 периоди, како и нивните максимални вредности за случаите кога отпорноста на отпорникот изнесува

- а) 30 Ω ,
- б) 0 Ω .



Слика 2.5. Приклучување на кондензатор преку отпорник

Решение

Еквивалентната реактанција на системот преку кој што се напојува трафостаницата е

$$X = \frac{U_n}{\sqrt{3}I_{K3}} = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 25} = 0,808 \Omega. \quad (2.5)$$

додека за индуктивноста на калемот чија што реактанција изнесува X добиваме

$$L = \frac{X}{\omega} = \frac{0,808}{100\pi} = 2,6 \text{ mH}. \quad (2.6)$$

Од условот на задачата за активната отпорност на системот добиваме

$$R = X = 0,808 \Omega. \quad (2.7)$$

Номиналната реактивна моќност на кондензаторската батерија можеме да ја пресметаме на следниот начин

$$Q = 3\omega C \left(\frac{U_n}{\sqrt{3}} \right)^2 = \omega C U_n^2, \quad (2.8)$$


од каде што следува

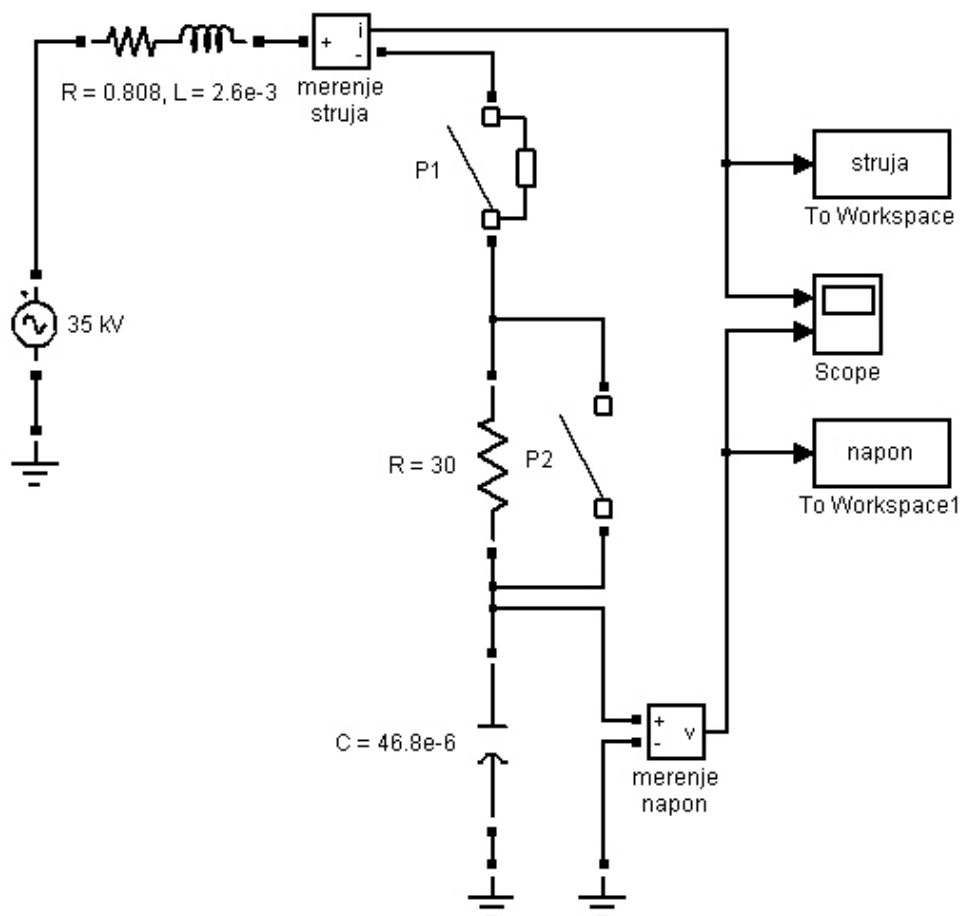
$$C = \frac{Q}{\omega U_n^2} = \frac{18}{100\pi \cdot 35^2} = 46,8 \mu\text{F}. \quad (2.9)$$

Моделот на колото според кое што ќе го симулираме вклучувањето на кондензаторската батерија е Primer2_2.mdl и неговиот изглед е даден на сликата 2.6. Параметрите на пасивните елементи во колото се претходно дадени или пресметани додека напонскиот генератор е со фреквенција од 50 Hz, фазен агол еднаков на нула и максимална вредност на напонот еднаква на $35e3/\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$.

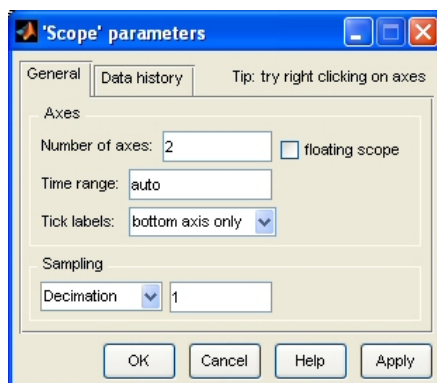
Почетната состојба на двата прекинувачи е 0, додека временските моменти во кои што тие ќе ја променат состојбата се $[0.02/4]$ за прекинувачот P_1 и $[0.02/4+0.1]$ за прекинувачот P_2 .

Бидејќи се бара обликот на струјата да го добиеме за првите 10 периоди за крајното време на симулацијата внесуваме 0.2 (10×0.02 s), а бараниот резултат го прикажуваме на осцилоскоп и го праќаме во работниот простор во MATLAB во променливите струја и напон при што кај Save format е избрано Array.

Во овој случај осцилокопот има два влеза. За тоа да го постигнеме на прозорецот од осцилокопот кликуваме на иконата  (втора од лево) со што го добиваме прозорецот од сликата 2.7 каде што во полето Number of axes внесуваме 2.



Слика 2.6. Модел за симулација на вклучување на кондензаторска батерија



Слика 2.7. Дефинирање повеќе оски на еден осцилоскоп (повеќе влезови)

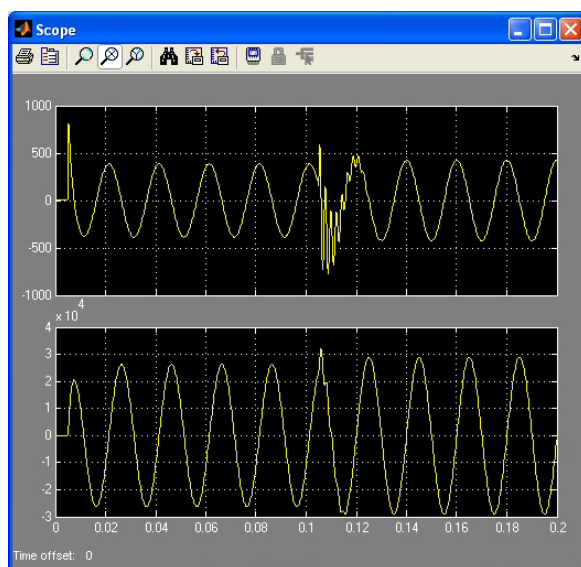
Случајот под б) можеме да го симулираме со истото коло од сликата 2.6 со тоа што во него за вредноста на отпорникот R ќе внесеме многу мала вредност како на пример $30e-5$.

Резултатите од симулацијата се прикажани на сликите 2.8 и 2.9, додека бараните максимални вредности на струјата можеме да ги добиеме со пишување на наредбата $\max(\text{abs}(\text{struja}))$ и $\max(\text{abs}(\text{napon}))$ во командниот простор во MATLAB со што добиваме

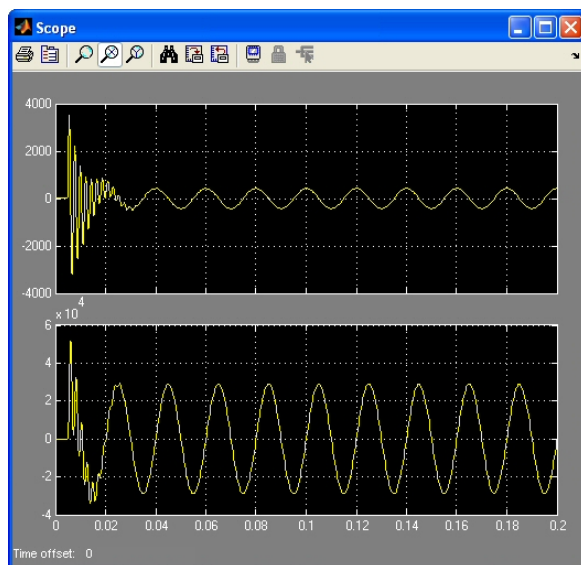
а) 814 A и 31,998 kV, б) 3503 A и 51,689 kV.

Во случајот под а) се забележува уште еден преоден процес во моментот кога се затвора прекинувачот P_2 и тоа со доста поголема фреквенција во однос на основната, додека во случајот под б) високофреквентниот преоден процес е на самиот почеток веднаш по вклучувањето на прекинувачот P_1 . Фреквенцијата со која што се одвива преодниот процес изнесува

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,6 \cdot 10^{-3} \cdot 46,8 \cdot 10^{-6}}} = 456 \text{ Hz}.$$



Слика 2.8. Струја и напон на кондензаторот за случајот а) $R = 30 \Omega$



Слика 2.9. Струја и напон на кондензаторот за случајот б) $R = 0 \Omega$

Максималната вредност на номиналната струја во кондензаторот изнесува

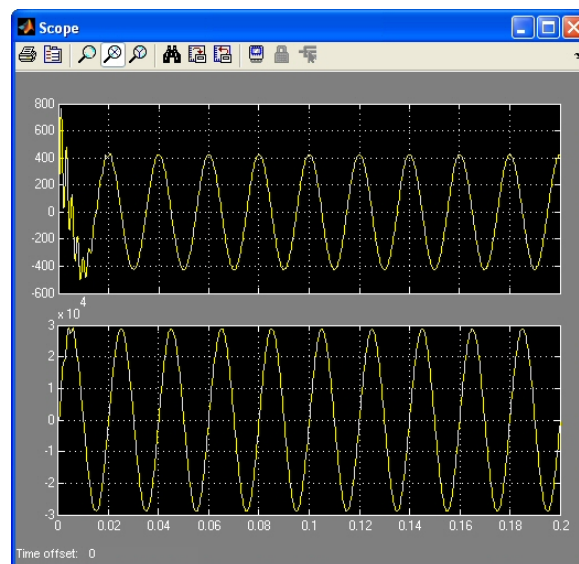
$$I_{n,\max} = \sqrt{2} \frac{Q}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \sqrt{2} \frac{18000}{\sqrt{3} \cdot 35} = 420 \text{ A},$$

додека максималната вредност на номиналниот напонот на кондензаторот е

$$U_{n,\max} = \sqrt{2} \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \frac{35}{\sqrt{3}} = 28,577 \text{ kV}.$$

Според тоа во случајот под а) максималната вредност на струјата во преодниот процес е 1,94 пати поголема од номиналната, додека максималната вредност на напонот е 12% поголема од номиналната. Во случајот под б) максималната вредност на струјата е 8,34 пати поголема од номиналната, додека максималната вредност на напонот е 81% поголема од номиналната.

Еден од начините да се избегне големата струја при вклучување на кондензаторската батерија без примена на отпорник е да се изврши контролирано вклучување на прекинувачот P_1 во моментот кога напонот на собирниците во трафостаницата е 0. За да го симулираме таквиот начин на пуштање во векторот со временските моменти во кои прекинувачот P_1 ќе ја ја промени состојбата внесуваме [0] бидејќи во тој момент напонот има вредност 0. Резултатот од симулацијата е прикажан на сликата 2.10 а максималните вредности на струјата и напонот изнесуваат 760 A (3,2 пати поголема од номиналната) и 29,039 kV (2% поголем од номиналниот).



Слика 2.10. Струја и напон на кондензаторот за случајот кога тој се вклучува без отпорник во момент кога напонот на собирниците е нула

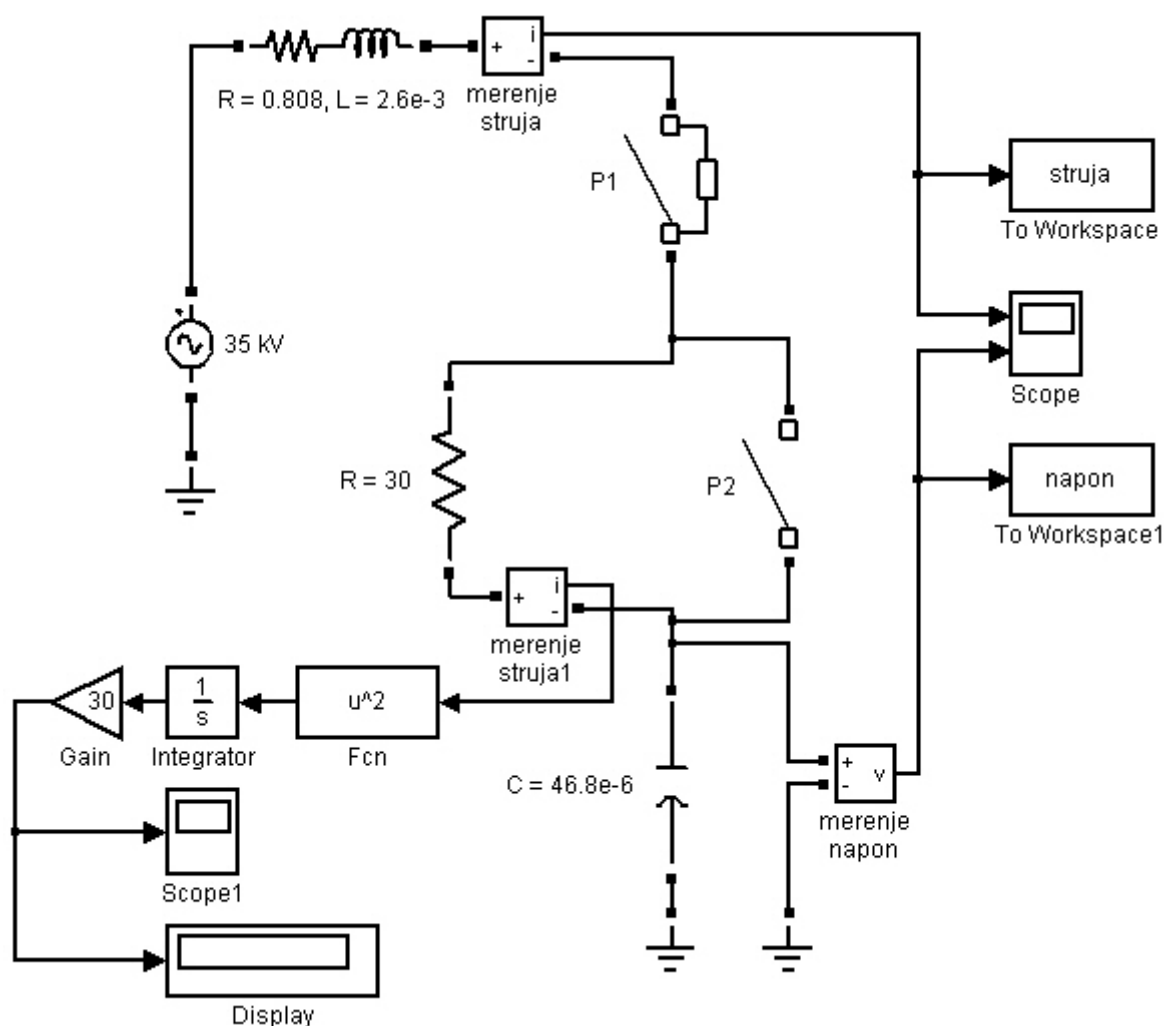
□ □ □

Пример 2.3. За случајот а) од примерот 2.2 да се пресмета количината на ослободена топлина во отпорникот R за време на пуштањето на кондензаторската батерија. Потоа да се одреди напречниот пресек и должината на проводникот од кој што треба да се направи бараниот отпорник така што тој во преодниот процес да ја зголеми својата температура за најмногу 100°C . Отпорникот треба да се направи од нерѓосувачки челик со специфичниот топлински капацитет $c = 500 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$, специфичен електричен отпор $\rho = 0,72 \text{ }\mu\Omega\text{m}$ и густина $g = 7900 \text{ kg/m}^3$.

Решение

Моделот на колото е Primer2_3.mdl и неговиот изглед е даден на сликата 2.11. Во овој случај додаден е уште еден елемент за мерење на струјата во серија со отпорникот R , а потоа слично како во примерот 1.4 пресметан е интегралот $30 \int i^2(t) dt$. Прво сигналот на струјата е квадриран, потоа е интегриран и на крајот е помножен со 30 со

помош на блокот  кој што се наоѓа во Math Operations во Simulink (блок Gain).



Слика 2.11. Модел за одредување на ослободената топлина во отпорникот R

По извршувањето на симулацијата на дисплејот ја добиваме крајната вредност на ослободената топлина во отпорникот која што изнесува 237,3 kJ.

Доколку на едно тело му се зголеми температурата за $\Delta\theta$ степени, тогаш топлината која што во него ќе се акумулира зависи од неговата маса m и специфичниот топлински капацитет c на следниот начин

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta, \quad (2.10)$$

од каде што следува

$$m = \frac{Q}{c \cdot \Delta\theta} = \frac{237,3 \cdot 10^3}{500 \cdot 100} = 4,746 \text{ kg}. \quad (2.11)$$

Знаејќи ја густината на материјалот за потребниот волумен добиваме

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{4,746}{7900} = 6,01 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3. \quad (2.12)$$

Волуменот на жицата од која што е направен отпорникот можеме да го пресметаме со помош на должината l и напречниот пресек S

$$V = l \cdot S, \quad (2.13)$$

а неговиот активен отпор е

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (2.14)$$

Со замена на (2.13) во (2.14) добиваме

$$R = \rho \frac{V}{S^2}, \quad (2.15)$$

со што за пресекот на жицата имаме

$$S = \sqrt{\frac{\rho V}{R}} = \sqrt{\frac{0,72 \cdot 10^{-6} \cdot 6,01 \cdot 10^{-4}}{30}} = 3,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 3,8 \text{ mm}^2, \quad (2.16)$$

Потребната должина на жицата изнесува

$$l = \frac{V}{S} = \frac{6,01 \cdot 10^{-4}}{3,8 \cdot 10^{-6}} = 158,2 \text{ m}. \quad (2.16)$$

□ □ □

Пример 2.4. Разгледуваме енергетски трансформатор со следните параметри 110/35 kV/kV, 31,5 MVA, $u_k = 12\%$ и $P_{\text{Cun}} = 200 \text{ kW}$. Во моментот $t = 35 \text{ ms}$ на секундарната страна на трансформаторот настанува трифазна куса врска која што се исклучува во моментот $t = 235 \text{ ms}$. Да се одреди обликот на напонот секундарната страна на трансформаторот по исклучувањето на кусата врска (во американската литература тој е познат под името transient recovery voltage, а во англиската како transient restriking voltage). Да се смета дека вкупниот капацитет спрема земја на секундарната намотка на трансформаторот изнесува 11 nF, а еквивалентната отпорност и индуктивност на напојниот ЕЕС е занемарливо мала (ЕЕС со бесконечна моќност). Да се одреди коефициентот на пренапон кој што е дефиниран како однос на максималниот напон во преодниот процес и максималниот напон во нормален работен режим.

Решение

Моделот на колото според кое што ќе го симулираме ислучувањето на куса врска на крајот од водот е Primer2_4.mdl и неговиот изглед е даден на сликата 2.13.

Напонскиот генератор е со фреквенција од 50 Hz, фазен агол еднаков на нула и максимална вредност на напонот еднаква на $35e3/\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$, додека редната RL гранка ја симулира еквивалентната отпорност и индуктивност на трансформаторот. Параметрите на R и L се внесени со следните изрази $0.2 \cdot (35/31.5)^2$ (што изнесува $0,247 \Omega$) и $0.12 \cdot 35^2 / 31.5 / (100 \cdot \pi)$ (што изнесува $14,9 \text{ mH}$).

Почетната состојба на прекинувачот P е 0, а временските моменти во кои што тој ќе ја промени состојбата се $[35e-3 \ 235e-3]$. Прекинувачот во затворена положба има отпор од $0,1 \Omega$.

Обликот на напонот ќе го прикажеме до времето од 1 s, а бараниот резултат го прикажуваме на осцилоскоп и го праќаме во работниот простор во MATLAB во променливите напон при што кај Save format е избрано Array.

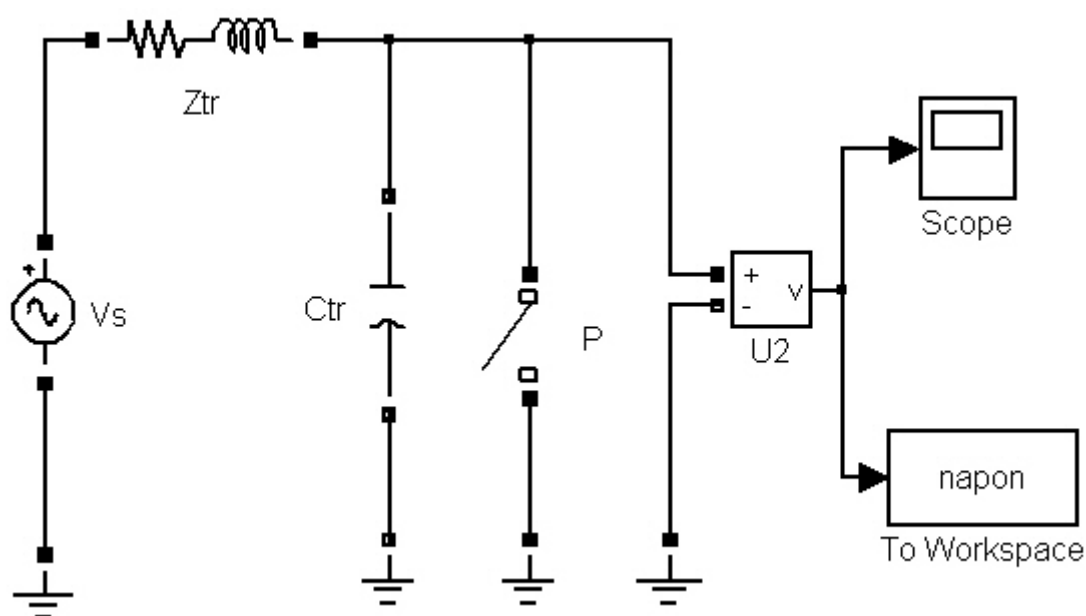
Резултатите од симулацијата се прикажани на сликите 2.14 и 2.15, додека бараната максимална вредност на напонот можеме да ги добиеме со пишување на наредбата $\max(\text{abs}(\text{napon}))$ во командниот простор во MATLAB со што добиваме $69,37 \text{ kV}$.

Коефициентот на пренапон за овој случај изнесува

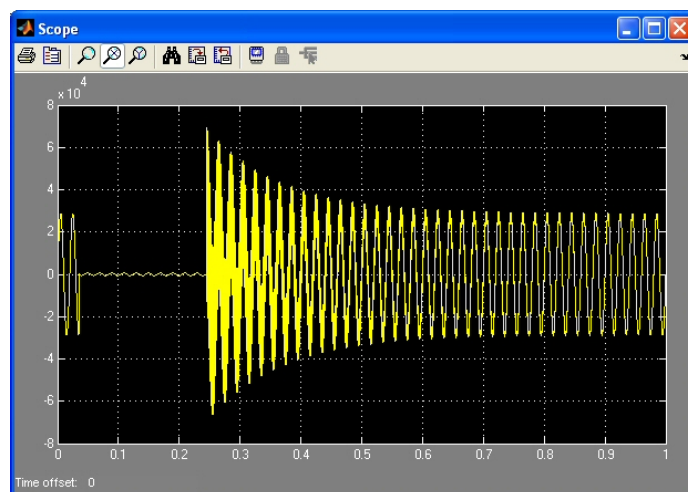
$$k = \frac{69,37}{\sqrt{2} \frac{35}{\sqrt{3}}} = 2,43.$$

Како што може да се забележи од сликите 2.14 и 2.15 напонот по исклучувањето на кусата врска се состои од напон со фреквенција од 50 Hz врз кој е суперпониран друг напон со многу повисока фреквенција. Таа фреквенција изнесува:

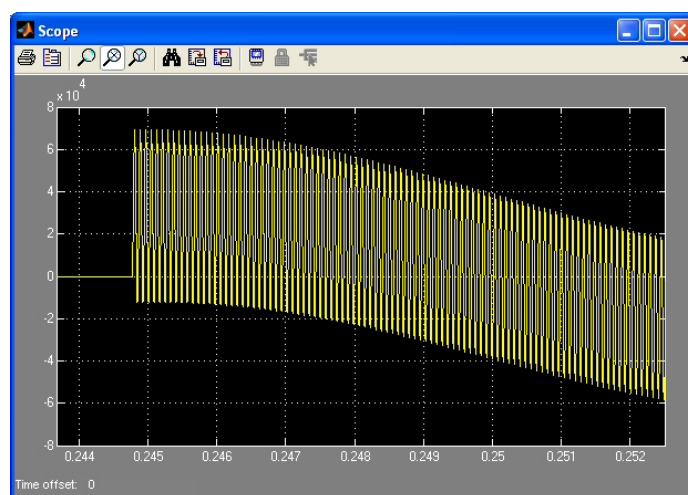
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{14,9 \cdot 10^{-3} \cdot 11 \cdot 10^{-9}}} = 12,451 \text{ kHz}.$$



Слика 2.13. Модел за симулација на исклучување на куса врска на секундарна страна на трансформатор



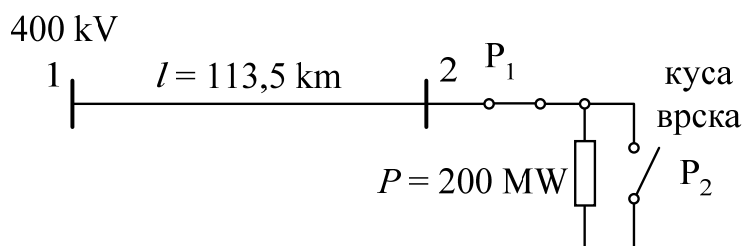
Слика 2.14. Напон на секундарната страна на трансформаторот по исклучувањето на кусата врска



Слика 2.15. Крива на напонот на секундарната страна на трансформаторот зумирана околу момент 235 ms

□ □ □

Пример 2.5. Разгледуваме 400 kV вод со должина 113,5 km кој што на крајот е оптоварен со чисто активна моќност од 200 MW (слика 2.16). Водот е со следните надолжни параметри: $r = 0,03 \, \Omega/\text{km}$, $x = 0,34 \, \Omega/\text{km}$ и $b = 3,26 \, \mu\text{S}/\text{km}$. Напонот на собирниците 1 изнесува 400 kV, а вредноста на струјата на трифазна куса врска во истите собирници изнесува $I_{K3} = 16 \, \text{kA}$ и е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот изнесува $X/R = 10$. Во моментот $t = 35 \, \text{ms}$ настанува трифазна куса врска на крајот од водот (прекинувачот P_2 се затвора). Кусата врска се исклучува со помош на прекинувачот P_1 кој што го исклучува потрошувачот во моментот $t = 100 \, \text{ms}$. Да се одреди обликот на напонот на крајот на водот по исклучувањето на кусата врска. Да се одреди коефициентот на пренапон кој што е дефиниран како однос на максималниот напон во преодниот процес и максималниот напон во нормален работен режим.

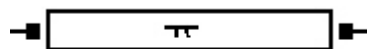


Слика 2.16. Куса врска на крај од вод

Решение

Моделот на колото според кое што ќе го симулираме ислучувањето на куса врска на крајот од водот е Primer2_5.mdl и неговиот изглед е даден на сликата 2.17.

Напонскиот генератор е со фреквенција од 50 Hz, фазен агол еднаков на нула и максимална вредност на напонот еднаква на $400e3/\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$, додека редната RL гранка ја симулира еквивалентната отпорност и индуктивност на јазелот 1 во кој што е приклучен водот. Параметрите на R и L се внесени со следните изрази $400/\sqrt{3}/16/(100 \cdot \pi)/10$ и $400/\sqrt{3}/16/(100 \cdot \pi)$.



Елементот **Vod** го симулира 400 kV вод и тој се наоѓа во Elements од SimPowerSystems (блок Pi Section Line). Неговите надолжни параметри се R, L и C од кои R е дадено во самата задача, а L и C ги пресметуваме со следните изрази $0.34/(100 \cdot \pi)$ и $3.26e-6/(100 \cdot \pi)$. Освен тоа за водот треба да се внесе и неговата должина (113,5 km) и фреквенцијата (50 Hz).

Потрошувачот е симулиран со Series RLC load кој што се наоѓа во Elements од SimPowerSystems. Неговите параметри се внесуваат во дијалогот прикажан на сликата 2.18. Во него се внесуваат номиналниот напон $400e3/\sqrt{3}$, активната моќност $200e6/3$ (поделено е со 3 затоа што тука работиме со еднофазна претстава на водот), додека вредностите за реактивната моќност (индуктивна и капацитивна) во овој случај се 0.

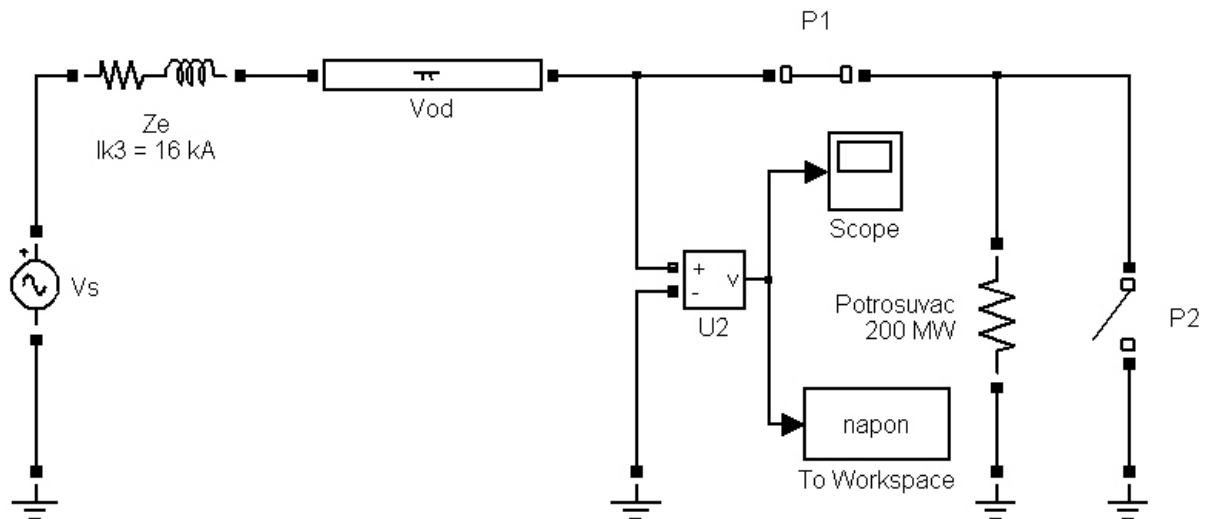
Почетната состојба на прекинувачот P_1 е 1, а на прекинувачот P_2 е 0. Временските моменти во кои што тие ќе ја променат состојбата се $[35e-3]$ за прекинувачот P_2 и $[100e-3]$ за прекинувачот P_1 . Прекинувачот P_2 во затворена положба има отпор од 1 Ω .

Обликот на напонот ќе го прикажеме до времето од 0,5 s, а бараниот резултат го прикажуваме на осцилоскоп и го праќаме во работниот простор во MATLAB во променливите парон при што кај Save format е избрано Array.

Резултатите од симулацијата се прикажани на сликите 2.19 и 2.20, додека бараната максимална вредност на напонот можеме да ги добиеме со пишување на наредбата `max(abs(napov))` во командниот простор во MATLAB со што добиваме 643,3 kV.

Коефициентот на пренапон за овој случај изнесува

$$k = \frac{643,3}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,97.$$



Слика 2.17. Модел за симулација на исклучување на куса врска на крајот од еден вод

Parameters

Nominal voltage Vn (Vrms):
400e3/sqrt(3)

Nominal frequency fn (Hz):
50

Active power P (W):
200e6/3

Inductive reactive power QL (positive var):
0

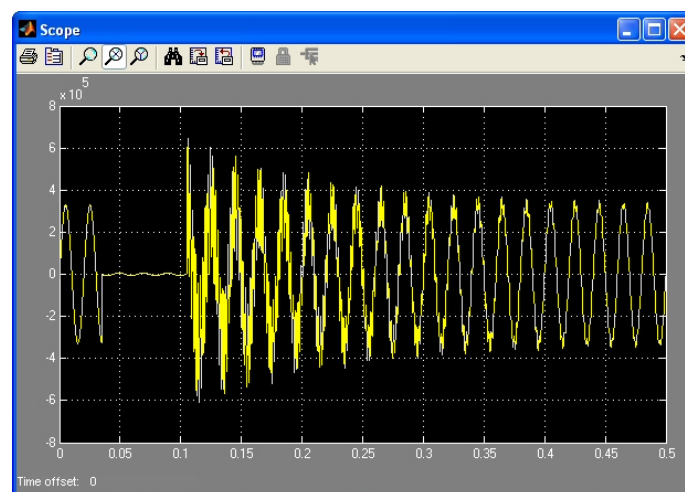
Capacitive reactive power Qc (negative var):
0

☐ Set the initial capacitor voltage
Capacitor initial voltage (V):
0

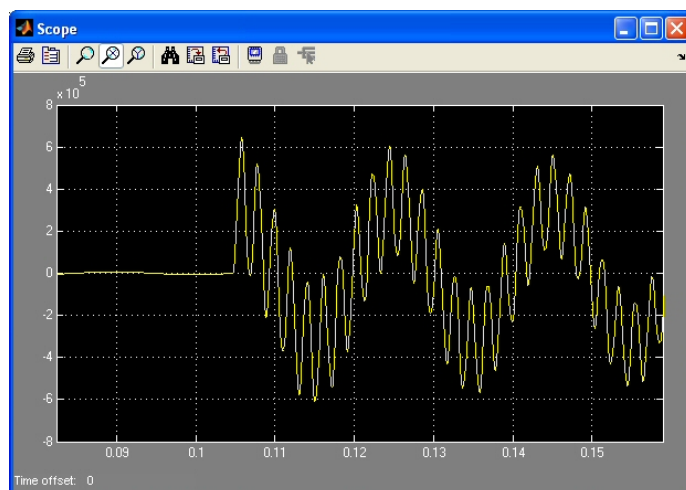
☐ Set the initial inductor current
Inductor initial current (A):
0

Measurements: None

Слика 2.18. Дијалог за внесување параметри на потрошувач претставен со редна RLC гранка



Слика 2.19. Напон на крајот на водот по исклучувањето на кусата врска



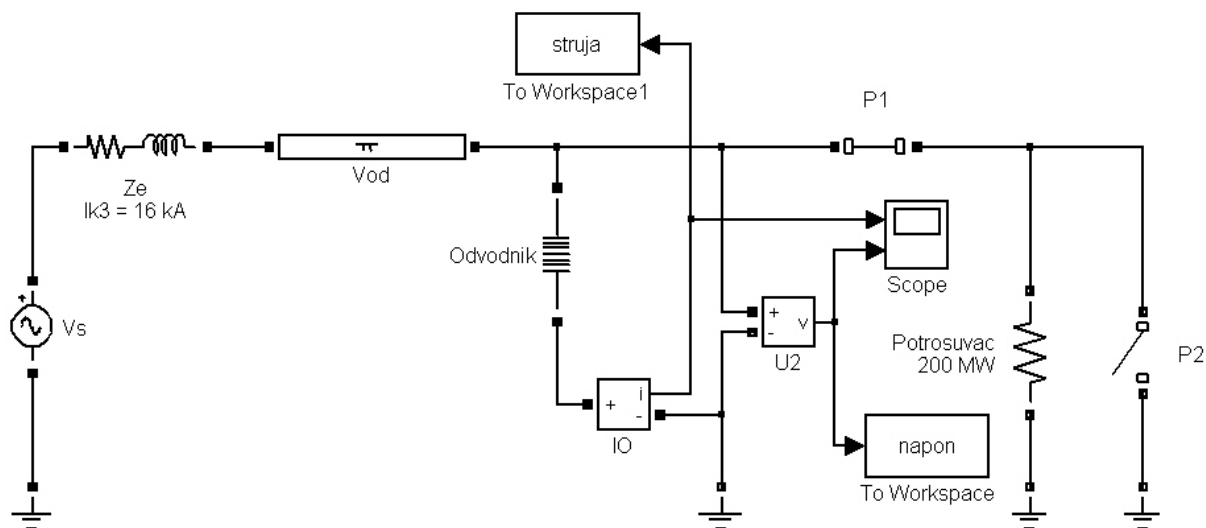
Слика 2.20. Крива на напонот на крајот на водот зумирана околу момент 100 ms

□ □ □

Пример 2.6. Да се реши примерот 2.5 за случајот кога на крајот на водот е поставен одводник на пренапони со кој што се постигнува коефициентот на пренапон да изнесува 1,3.

Решение

Моделот на колото за овој случај е Primer2_6.mdl и неговиот изглед е даден на сликата 2.21. Во него се е идентично како во Primer2_5.mdl само што тука има додадено одводник на пренапон на крајот од водот. Во серија со одводникот е поставен блок за мерење на струјата во одводникот која што се покажува на осцилоскоп и се праќа во работниот простор во MATLAB во векторот *struja*.

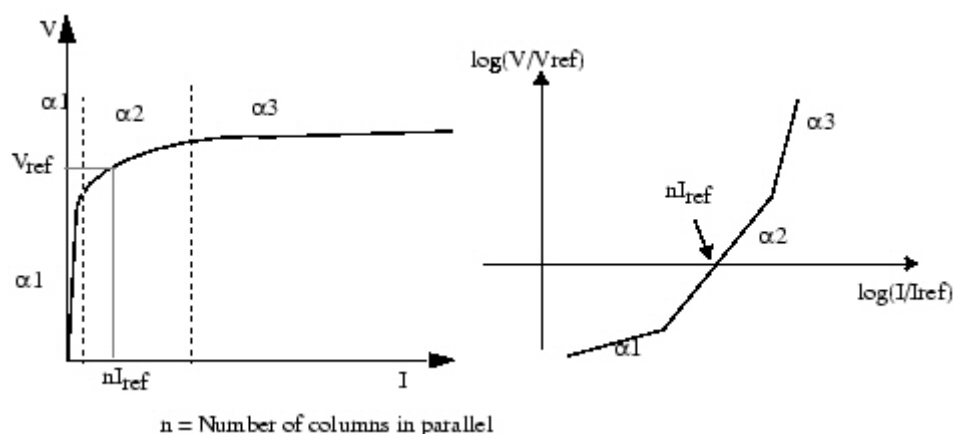


Слика 2.21. Модел за симулација на исклучување на куса врска на крајот од еден вод штитен од пренапони со помош на одводник на пренапони

Одводникот на пренапони се наоѓа во Elements од SimPowerSystem (блок Surge Arrester). Тој е нелинеарен отпорник (метал-оксиден) кој е наменет за заштита од пренапони. Во случаите каде што е потребна поголема моќност на одводниците тие се поврзуваат во паралела во заедничко порцеланско куќиште. Нелинеарната U-I карактеристика на одводникот е моделирана како комбинација од 3 експоненцијални функции од обликот

$$\frac{U}{U_{ref}} = k_i \left(\frac{I}{I_{ref}} \right)^{\alpha_i} \quad (2.17)$$

Референтниот напон (напонот на заштита) се добива кога низ одводникот тече референтната струја (обично 500 или 1000 А). На сликата 2.22 е прикажана U-I карактеристика на одводникот при што на левата страна е дадена во линеарен размер на оските, а на десната страна во логаритамски. Параметрите на одводникот се внесуваат преку дијалогот даден на сликата 2.23 каде што за референтниот напон е внесено $1.3 \cdot 400\sqrt{3} / \sqrt{2}$ додека сите останати параметри се земени според податоците дадени во самиот MATLAB и кои се однесуваат само на еден тип одводници на пренапон.



Слика 2.22. U-I карактеристика на одводник на пренапони

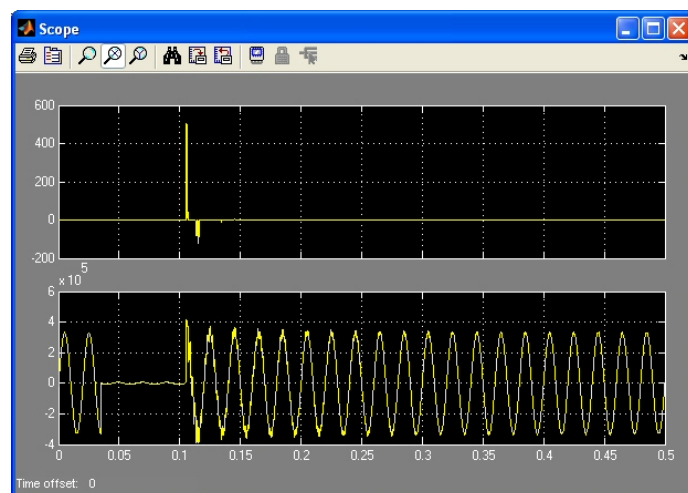
Parameters	
Protection voltage Vref[V]:	<input type="text" value="1.3*400e3/sqrt(3)*sqrt(2)"/>
Number of columns:	<input type="text" value="2"/>
Reference current per column Iref[A]:	<input type="text" value="500"/>
Segment 1 characteristics [k1 alpha1]:	<input type="text" value="[.955 50]"/>
Segment 2 characteristics [k2 alpha2]:	<input type="text" value="[1.0 25]"/>
Segment 3 characteristics [k3 alpha3]:	<input type="text" value="[.9915 16.5]"/>
Measurements	<input type="button" value="None"/>
<input type="checkbox"/> Show additional parameters	

Слика 2.23. Дијалог за внесување параметри на одводник на пренапони

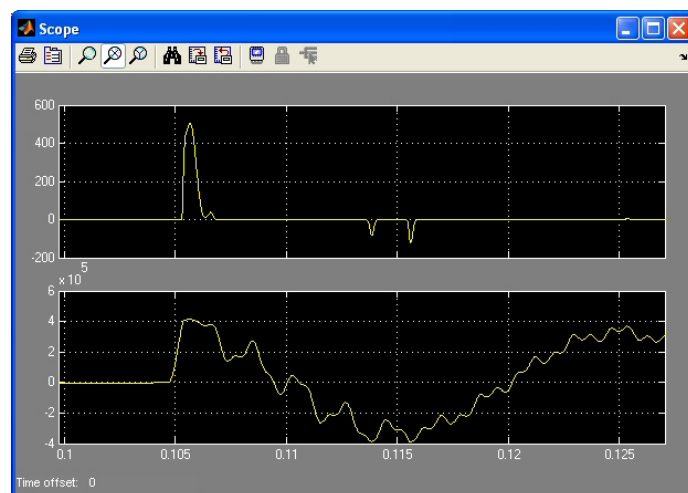
Резултатите од симулацијата се прикажани на сликите 2.24 и 2.25, додека бараната максимални вредност на напонот можеме да ги добиеме со пишување на наредбата `max(abs(напон))` во командниот простор во MATLAB со што добиваме 413,1 kV. Од сликите се забележува дека во првите неколку моменти по исклучувањето на кусата врска, кога напонот е најголем, одводникот на пренапони проведува со што ги елиминира превисоките напони одведувајќи струја во земјата.

Коефициентот на пренапон за овој случај изнесува

$$k = \frac{413,1}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,26.$$



Слика 2.24. Струја во одводникот и напон на крајот на водот по исклучувањето на кусата врска



Слика 2.25. Криви на струјата во одводникот и напонот на крајот на водот зумирани околу моментот 100 ms

□ □ □

Домашна задача бр. 2. Во табелата 2.1, за секој студент, е даден редниот број на задачата која што треба да се реши. Задачите се дадени во прилог.

Табела 2.1.

Бр.	Студент	Задача	Бр.	Студент	Задача
1	Алили Елвир	3.1	9	Карамачоски Драган	4.2
2	Анѓелова Слаѓана	3.3	10	Ласков Александар	4.3
3	Василевски Бојан	3.4	11	Митровски Дарко	4.6
4	Ѓелов Лазар	3.7	12	Наков Киро	4.7
5	Грендев Миле	3.8	13	Спасова Марјана	4.8
6	Јосифовски Стевче	3.9	14	Станков Петре	4.9
7	Камчева Марика	3.12	15	Тренов Методи	4.10
8	Карадаков Сашко	4.1	16	Цветковски Димитар	4.13

Издадена на 19.3.2008, рок за предавање до 2.4.2008.

- 3.1** Viewed from the point of fault, a three-phase system can be represented by an ideal three-phase, 13.8 kV (rms) generator, with a series impedance of $(0.02 + j0.43) \Omega/\text{phase}$. The system is solidly grounded. A fault-to-ground occurs on one phase when the instantaneous voltage is 3.5 kV and declining. Calculate the approximate value of the first and second peaks of the fault current.

Calculate approximately the maximum force/meter on the phase and ground buses at a point where they run parallel, 20 cm apart.

3.2

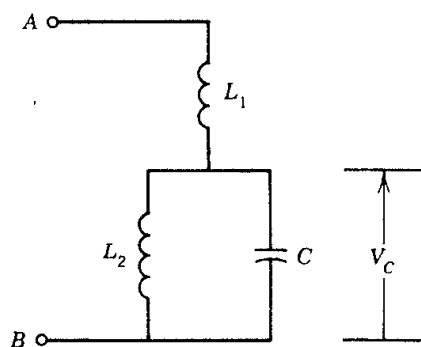


Fig. 3P.1.

Without formal analysis involving differential equations, determine the voltage V_C across the capacitor in Fig. 3P.1 when

- A step of voltage, V , is applied at the terminals A and B from an infinite bus
 - A ramp of current, $I't$, is injected from a current source into the terminals A and B
- 3.3** Figure 3P.2 shows two capacitor banks, C_1 and C_2 , in a substation. C_1 is energized, but C_2 is discharged. The three-phase, 60 Hz ratings of the banks are: C_1 , 5 MVA; C_2 , 3 MVA, on a 13.8 kV base. The source has a short circuit rating of 20 kA rms at 13.8 kV. The inductance of the loop between C_1 and C_2 , represented by L_2 is $30 \mu\text{H}$.

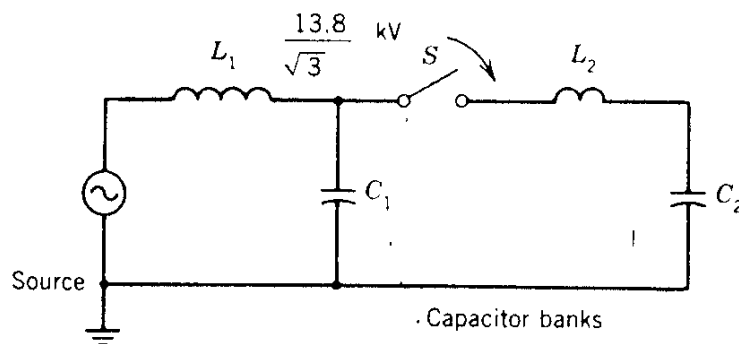


Fig. 3P.2.

Calculate the peak transient voltage that will appear on C_2 and the peak transient current that will flow in L_1 , if the switch S is closed at the peak of the voltage cycle. Point out any assumptions you make.

3.4

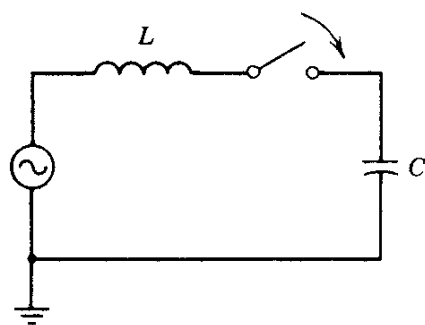


Fig. 3P.3.

Figure 3P.3 represents one phase of a three-phase, 69 kV circuit, containing a source and a capacitor bank C , which is rated at 15 MVA/phase. $L = 60 \mu\text{H}$.

Calculate:

- The peak voltage that can be attained by C when the switch is closed and C has an initial voltage of +40 kV, recognizing that the closing can take place at any point in the cycle
- The time it will take for C to reach this voltage
- The peak current during the operation
- The steady state rms current passing through the switch after the transient has subsided (any practical circuit would contain some damping)

3.5

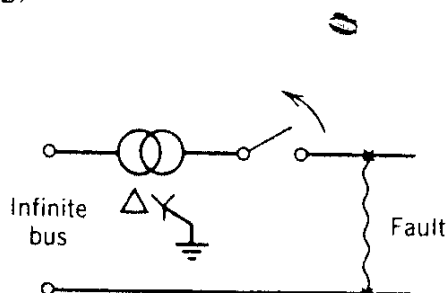


Fig. 3P.4.

A line to ground fault occurs as indicated in Fig. 3P.4, close to the secondary terminals of a 230/34.5 kV transformer. The transformer has a three-phase rating of 100 MVA; it has 0.1 pu reactance on this base.

Calculate:

- The fault current
- The time to peak of the transient recovery voltage when the circuit breaker opens to interrupt the fault current. A value of 12.7 nF can be assumed for the effective capacitance per phase of the transformer secondary winding.

3.6

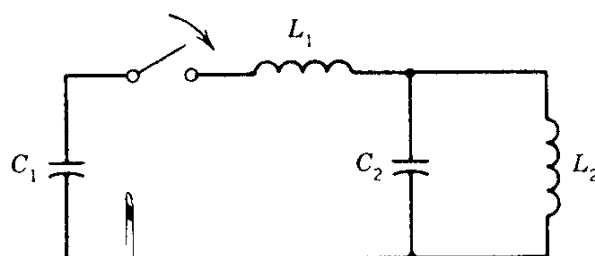


Fig. 3P.5.

The capacitor C_1 in Fig. 3P.5 is initially charged to $V_{C_1}(0)$; C_2 is uncharged. Show that when the switch is closed, the voltage across C_2 is of the form

$$V_{C_2}(t) = AV_{C_1}(0)\{\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t\}$$

Determine the constants A , ω_1 , and ω_2 .

3.7

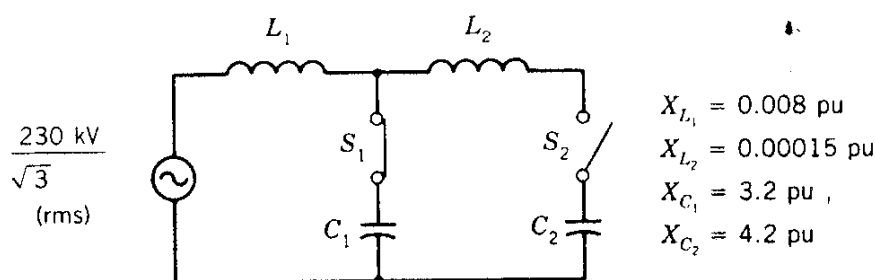


Fig. 3P.6.

The circuit in Fig. 3P.6 represents one phase of a three-phase installation in which capacitors can be connected to, or removed from, a 230 kV bus. The reactances are based on 250 MVA, three-phase.

The switch S_1 has been closed for some time. The switch S_2 is closed when the supply voltage of this phase is 20° beyond its peak

and C_2 is completely discharged. Compute the lowest voltage and the highest voltage that the point P attains during the transient disturbance that follows the closing of S_2 .

- 3.8** A 138 kV/13.8 kV, 20 MVA, three-phase transformer has a reactance of 10% and a resistance of 0.4%. Calculate to a reasonably close approximation the peak fault current in the low voltage winding, under the worst conditions, if a three-phase fault occurs at the low voltage terminals. For the purpose of the calculation the impedance of the source can be considered negligible.

If the fault current is interrupted by a circuit breaker on the high voltage side of the transformer, and if the capacitance per phase of this winding is 5200 pF, determine the frequency of the transient recovery voltage seen by the breaker.

- 3.9** Refer again to Problem 3.8. Let us now assume that the impedance of the 138 kV source is not negligible and that it has the same X/R ratio as the transformer itself. Let us further state that a symmetrical fault on the 138 kV bus would develop a fault current of 18 kA rms.

Determine the frequency and relative magnitude of the transient recovery voltage of the circuit breaker when it interrupts the fault described in Problem 3.2.

Assume that the stray capacitance on the source side of the breaker is 12,000 pF.

3.10

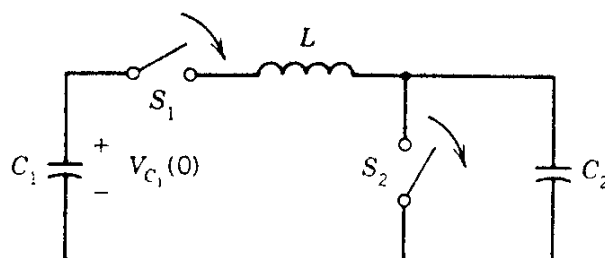


Fig. 3P.7.

The circuit shown in Fig. 3P.7 is designed for “synthetically” testing circuit breakers, i.e., making a meaningful test on a breaker without a power system or large test generator. The circuit breaker under test, S_2 , is initially closed. The test starts by closing S_1 (this will probably be some kind of triggered gap), which causes C_1 , which has been previously charged, to discharge through S_2 and the reactor L . The contacts of S_2 are opened soon after this current starts to flow. S_2 arcs until current zero, at which time, if interruption occurs, the circuit automatically applies a transient recovery voltage across S_2 .

It is required to test a breaker with a peak current of 15 kA at 60 Hz, and then apply a TRV with a peak of 20 kV at 900 Hz. What

should be the values of C_1 , C_2 , and L , and to what initial voltage should C_1 be charged?

Make a sketch showing:

- The current through S_2
- The voltage on C_1 before and after current zero
- The TRV

3.11 If the X/R ratio of the transformer in Problem 3.5 is 12, calculate the peak value of the fault current if the fault occurs when the voltage is 70° past its peak.

3.12

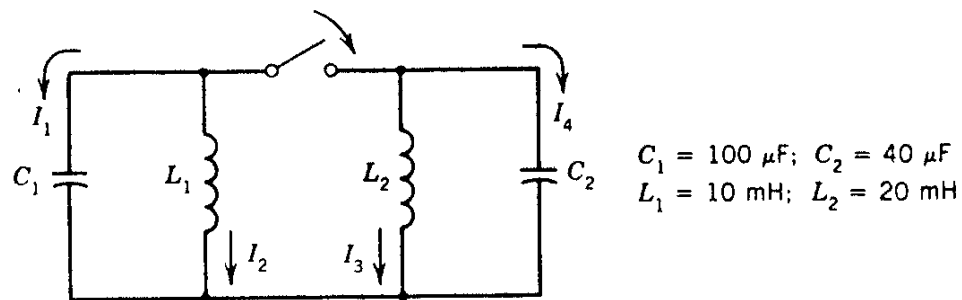


Fig. 3P.8.

C_2 and L_2 in Fig. 3P8 are oscillating; C_2 and P_2 are de-energized. The switch is closed when $V_{C_1} = 0$ and $I_2 = 500 \text{ A}$. Calculate:

- Peak voltage reached on C_2
- Peak current reached in L_2
- Frequency of the current in L_1
- Maximum voltage on C_1 prior to closing the switch

- 4.1** A 13.8 kV, 60 Hz, single phase transformer takes a current of 2.8 A rms (assumed sinusoidal) at a power factor 0.15 when energized on no load at its rated voltage. When disconnecting the transformer under these conditions, a circuit breaker chops 2 A. Calculate the peak of the voltage transient that ensues *due to the chop*. The effective winding capacitance is 2.5×10^{-9} F.

4.2

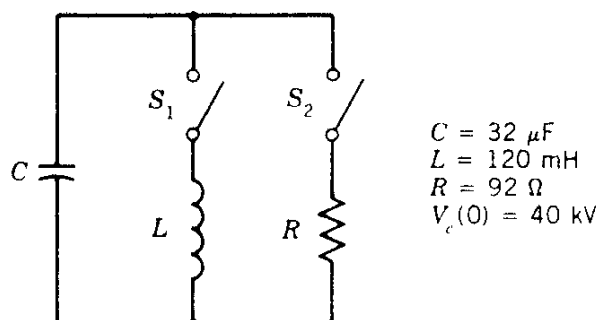


Fig. P4.1.

The switch S_1 in Fig. P4.1 is closed first, followed 5 ms later by the closing of switch S_2 . Determine the current in each branch at the instant S_2 closes. Determine the current in L at this time if S_1 and S_2 are closed simultaneously.

4.3

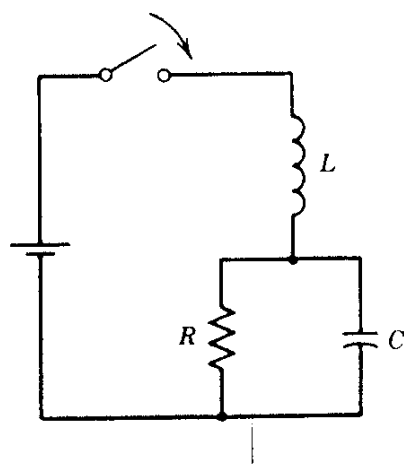


Fig. P4.2.

Derive *operational solutions* for the voltage across C and the current through L , after the switches closed in Fig. P4.2.

- 4.4 Section 4.5 of the text describes how resistors are sometimes used to modify recovery voltages.

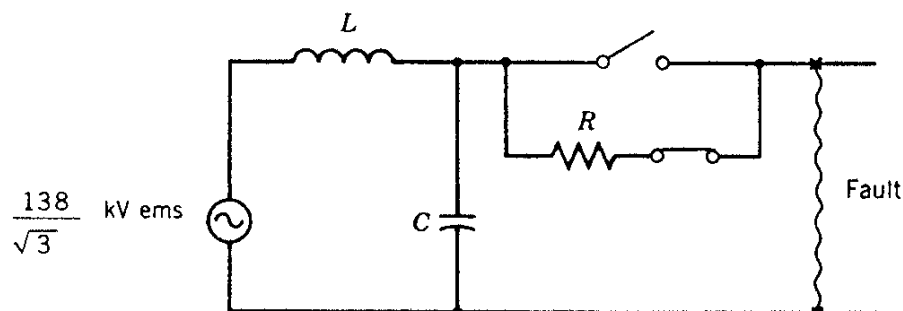


Fig. P4.3.

In the circuit shown in Fig. P4.3 a breaker with an opening resistor is clearing a 28,000 A symmetrical fault. Its resistor is 800Ω , the bus capacitance, $C = 4 \times 10^{-8} \text{ F}$. What will be the peak TRV? If the resistor is in the circuit for two cycles, how much energy will it dissipate?

4.5

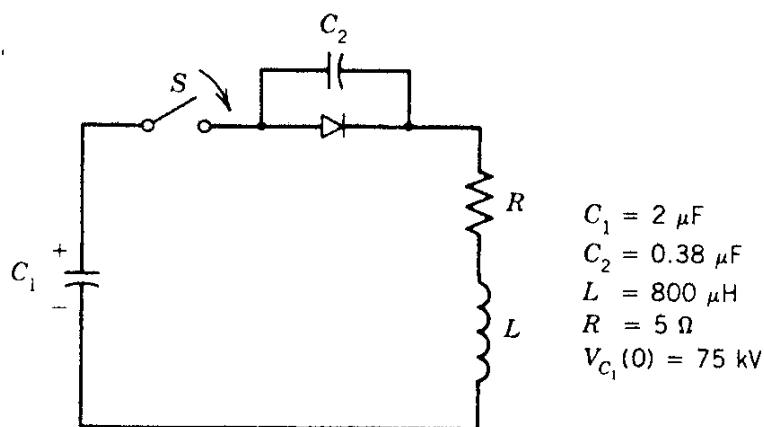


Fig. P4.4.

After the switch is closed in Fig. P4.4, determine the following:

- The maximum energy ever stored in L
- The time before current flows in C_2
- The voltage on C_1 when current starts to flow in C_2
- The highest voltage appearing across C_2

Use the curves of Figs. 4.4, 4.6, and 4.7.

- 4.6 A 138 kV substation is operating with a three-phase 90 MVAR capacitor bank on the bus. A second identical bank (uncharged) is connected in parallel with the first by closing a switch. The source reactance is 2.8Ω at 60 Hz; the inductance of the circuit between the

two banks is $40 \mu\text{H}$. What frequencies would you expect to see in the transient current that would flow in the switch?

If a resistor of 4.4Ω was placed in series with the switch to reduce the inrush current, what percent reduction would you expect in the first peak? It can be assumed that source and capacitor banks have grounded neutrals.

- 4.7 An 8 MVAR, three-phase, 13.8 kV capacitor bank is to be switched against a similar 20 MVAR bank, the 20 MVAR is already energized, the 8 MVAR bank is initially uncharged. A resistor is used in the connection to control the current and transient voltage. The inductance of the loop between the two capacitor banks is $30 \mu\text{H}$. What value should the resistor have if
- The peak current is not to exceed 10 kA
 - The peak voltage on either capacitor is not to exceed 10 kV regardless of the instant when the switching occurs?

4.8

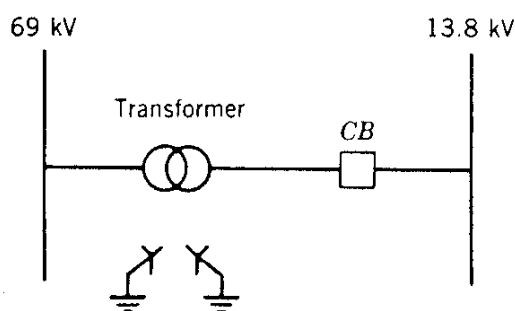


Fig. P4.5.

Figure P4.5 shows a step-down transformer connecting a 69 kV and a 13.8 kV bus. The transformer has 12% reactance and 1% resistance on a 30 MVA base. Its effective capacitance on the L.V. side is 11,000 pF. The impedance of the supply is negligible.

A fault on the L.V. bus is interrupted by opening the circuit breaker (CB). What will be the peak TRV of the circuit breaker? How soon after current interruption will it occur? Assume a symmetrical fault current. Do not waste time solving this problem formally. Use some engineering judgment.

- 4.9 A load on a solidly grounded 13.8 kV, three-phase bus takes 246 kW at a lagging power factor of 0.6. The load can be conveniently represented by a parallel combination of R and L . A capacitor bank, which improves the power factor to 1.0, is connected in parallel with the load. The load and power factor correcting capacitor are switched together, as a unit.

Calculate the peak voltage appearing across the load after it has been disconnected by opening the switch. It may be assumed that the supply impedance is negligible.

4.10

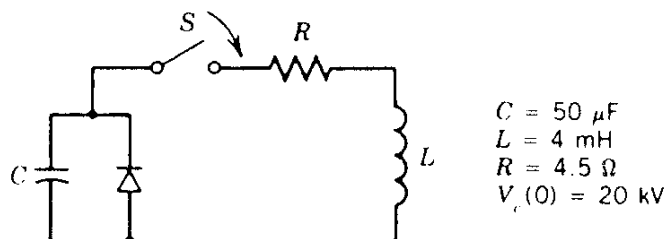


Fig. P4.6.

Calculate the peak current that will flow after the switch S is closed in the above circuit. Compute the value of the current 2 ms after S is closed. Take care to determine exactly when the rectifier becomes active. What fraction of the original stored energy is dissipated in the first 2 ms?

- 4.11** A 60 Hz, single phase, 13.8 kV transformer has a no-load current of $3.5 \angle -83^\circ$ A rms. When it is disconnected from the system by opening the circuit breaker, it is found that the transient voltage appearing across the transformer following current interruption is exactly critically damped. What is the effective capacitance of the transformer?

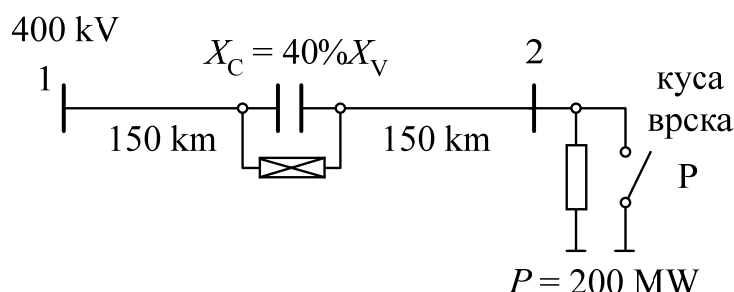
For the purpose of this question the transformer can be treated as a parallel RLC circuit in which the dissipation in the resistor represents the no-load losses.

- 4.12** Select a shunt resistor for the circuit breaker in Problem 3.11 that would reduce the magnitude of the TRV for the fault described by 40%.
- 4.13** A 7000 kVAR, 34.5 kV, solidly grounded capacitor bank, uncharged, is being connected to a similar bank of 10,000 kVAR which is already energized. The inductances between the two banks is $40 \mu\text{H}$. A 5Ω resistor is temporarily inserted in series with the switch to reduce the inrush current. Determine the peak current with and without the resistor, assuming that the closing can occur when the voltage is at its peak.

How much energy will the resistor have to dissipate during such an operation?

Пример 2.7. Разгледуваме 400 kV вод со должина од 300 km и надолжни параметри: $r = 0,03 \, \Omega/\text{km}$, $x = 0,34 \, \Omega/\text{km}$ и $b = 3,26 \, \mu\text{S}/\text{km}$. Тој на средината е компензиран со реден кондензатор чија што реактанција изнесува 40% од реактанцијата на водот. Кондензаторот се штити од пренапони при куси врски на водот со паралелно поставен одводник на пренапони кој има референтен напон од 100 kV (слика 2.26). Водот на крајот е оптоварен со чисто активна моќност од 200 MW. Напонот на собирниците 1 изнесува 400 kV, а вредноста на струјата на трифазна куса врска на истите собирници изнесува $I_{\text{кз}} = 16 \, \text{kA}$ и е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот изнесува $X/R = 10$. Во моментот $t = 100 \, \text{ms}$ настанува трифазна куса врска на крајот од водот (прекинувачот P се затвора). Кусата врска се исклучува со помош на истиот прекинувачот во моментот $t = 150 \, \text{ms}$. Да се одреди обликот на напонот на редниот кондензатор и струјата во одводникот, како и нивните максимални вредности на напонот за следните два случаја

- редниот кондензатор е штитен со одводник на пренапони,
- редниот кондензатор е без заштита.



Слика 2.26. Куса врска на крај од редно компензиран вод

Решение

Моделот е даден во Primer2_7a.mdl и Primer2_7b.mdl, а неговиот изглед е прикажан на сликата 2.27. Параметрите на сите елементи во колото се еднакви со соодветните параметри од примерот 2.5 и 2.6 и се внесуваат на идентичен начин.

Од условот во задачата за реактанцијата на кондензаторот добиваме

$$X_C = 0,4 \cdot X_V = 0,4 \cdot 0,34 \cdot 300 = 40,8 \, \Omega, \quad (2.18)$$

од каде што за неговиот капацитет имаме

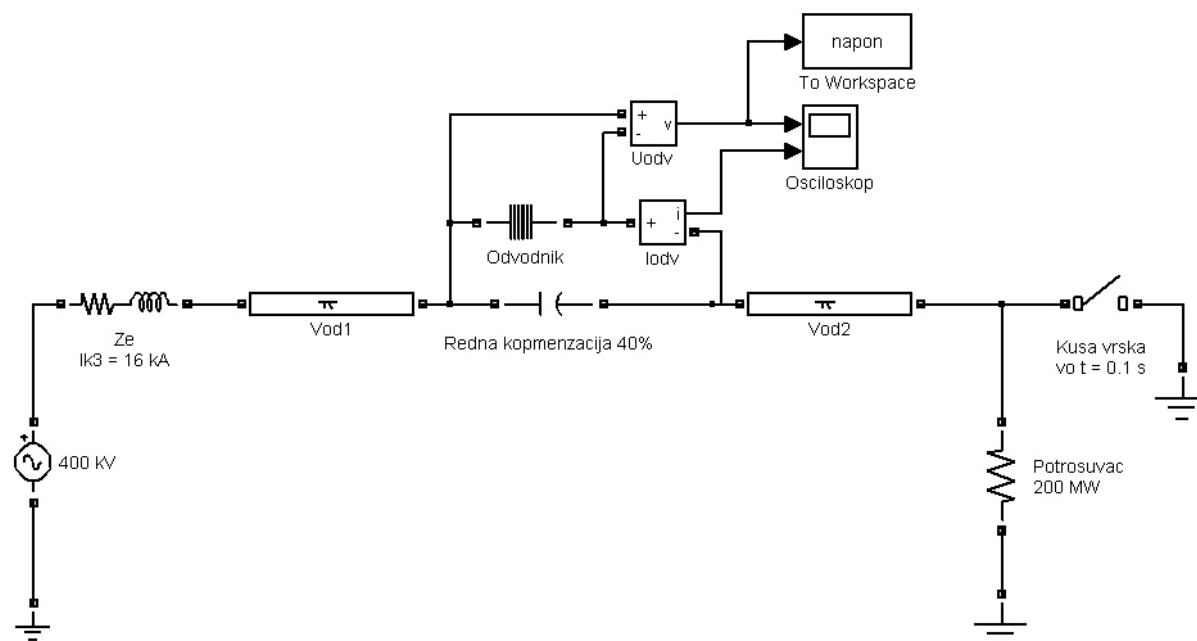
$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 40,8} = 7,8 \cdot 10^{-5} \, \text{F} = 78 \, \mu\text{F}. \quad (2.19)$$

Обликот на напонот на редниот кондензатор и струјата во одводникот на пренапони за случајот под а) е прикажан на сликата 2.28а, додека напонот за случајот под б) е прикажан на сликата 2.28б. Максималните вредности на напонот на редниот кондензатор изнесуваат

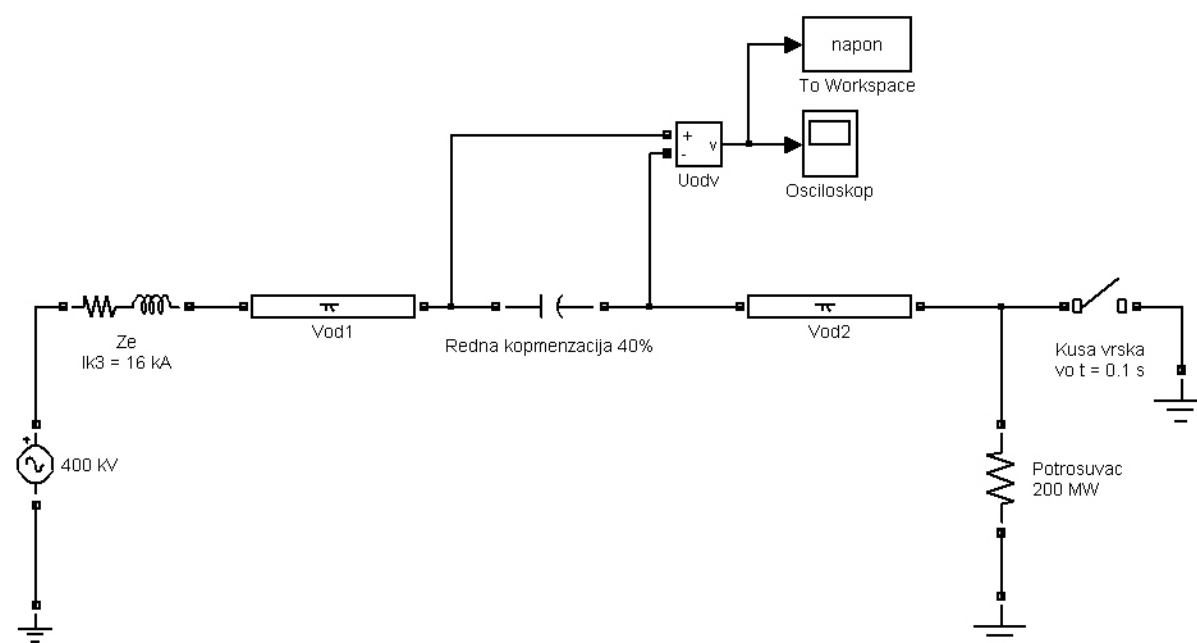
$$\text{а) } U_{C,\text{max}} = 99,1 \, \text{kV},$$

$$\text{б) } U_{C,\text{max}} = 380,6 \, \text{kV}$$

од каде што се забележува дека во случајот без заштита на кондензаторот во режимот со куса врска на крајот на водот напонот на неговите краеве достигнува скоро 4 пати поголема вредност.

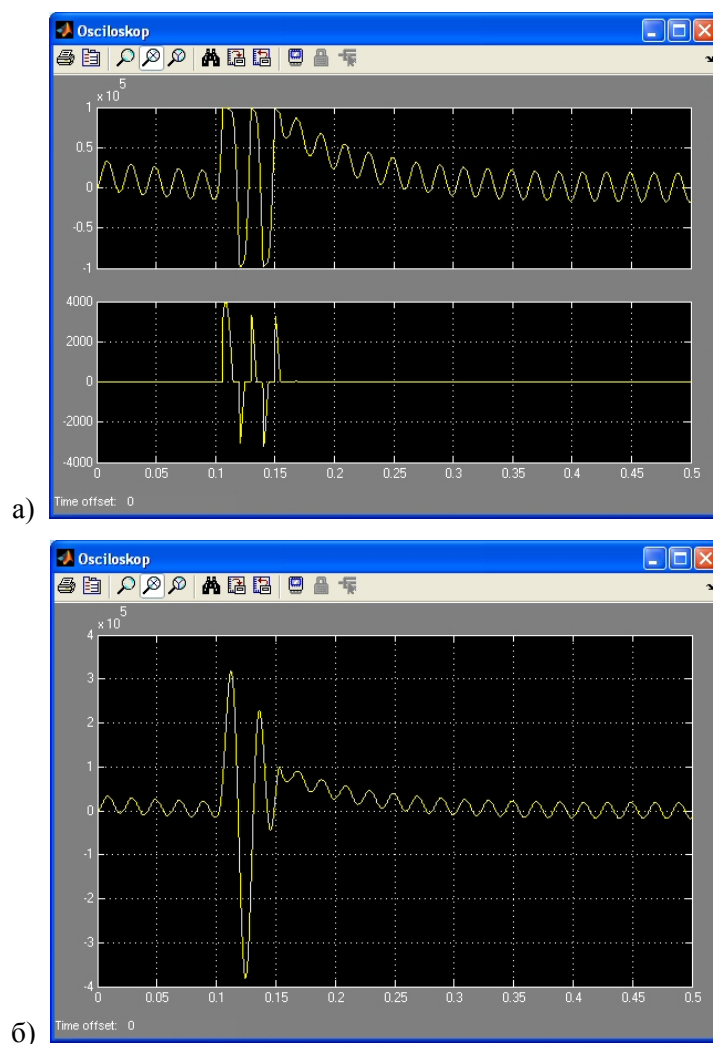


a)



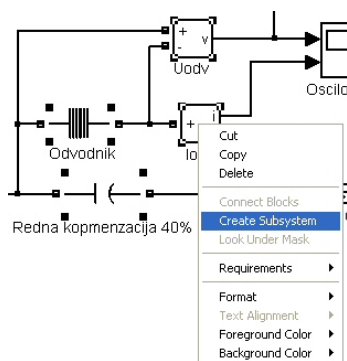
б)

Слика 2.27. Модел за симулација на куса врска на крај од редно компензиран вод

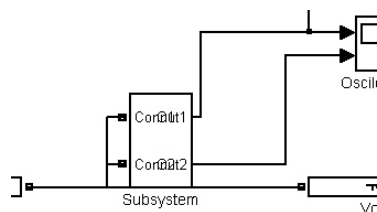


Слика 2.28. Облик на напонот на редниот кондензатор при куса врска на крајот од водот

На примерот од сликата 2.27a ќе покажеме како се креира подсистем во рамките на еден систем со што шемата во главниот систем би се упростила. Нека во моделот Primer2_7a.mdl ги селектираме редниот кондензатор, одводникот на пренапон и блоковите за мерење напон и струја така што ќе ги покажеме еден по еден со глушецот а истовремено ќе го држиме тастерот Shift притиснат. Потоа кликуваме на десниот тастер од глушецот и од менито избираме Create Subsystem како што тоа е прикажано на сликата 2.29. По извршувањето на оваа операција во главниот систем ја добиваме состојбата прикажана на сликата 2.30.

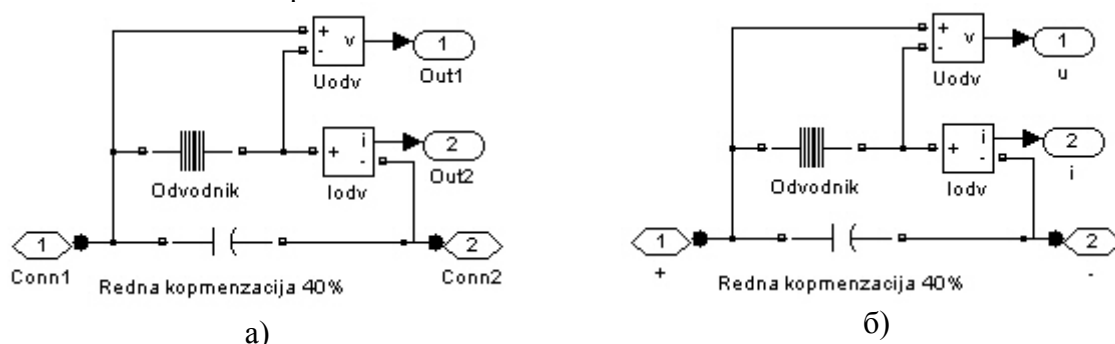


Слика 2.29. Креирање на подсистем



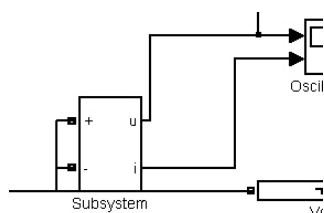
Слика 2.30. Креиран подсистем во рамките на главниот систем

На сликата 2.30 се забележува дека редниот кондензатор, одводникот на пренапон и блоковите за мерење напон и струја веќе ги нема и на нивно место постои еден правоаголник со 4 приклучоци и нејасно поврзани врски до нив. Со двојно кликување врз тој правоаголник влегуваме во подсистемот со што ни се отвора нов прозорец како на сликата 2.31a. На неа забележуваме дека постојат два приклучоци означени со Conn1 и Conn2 и два излези означени со Out1 и Out2. Со селектирање на овие текстови и пишување преку нив приклучоците ги означуваме со + и –, а излезите со u и i како што тоа е прикажано на сликата 2.31б.

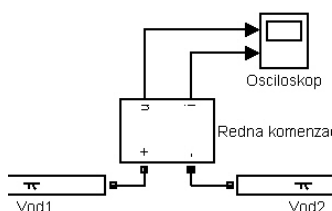


Слика 2.31. Уредување на влезовите и излезите од подсистемот

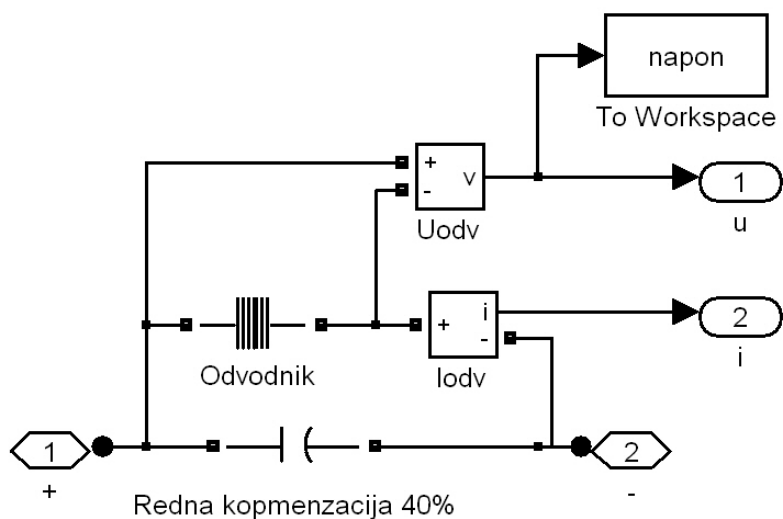
По преименувањето на приклучоците на подсистемот негоиот изглед во рамките на главниот систем ќе биде како на сликата 2.32. На крајот останува уште да ги дотераме врските кои што одат од него кон останатиот дел од колото со што го добиваме изгледот од сликата 2.33. Покрај тоа во подсистемот го имаме вметнато и блокот за запишување на сигналот на напонот во работниот простор во MATLAB како што тоа е прикажано на сликата 2.34. Со ваквата промена го добиваме моделот Primer2_7aa.mdl а неговиот изглед ќе биде како на сликата 2.35.



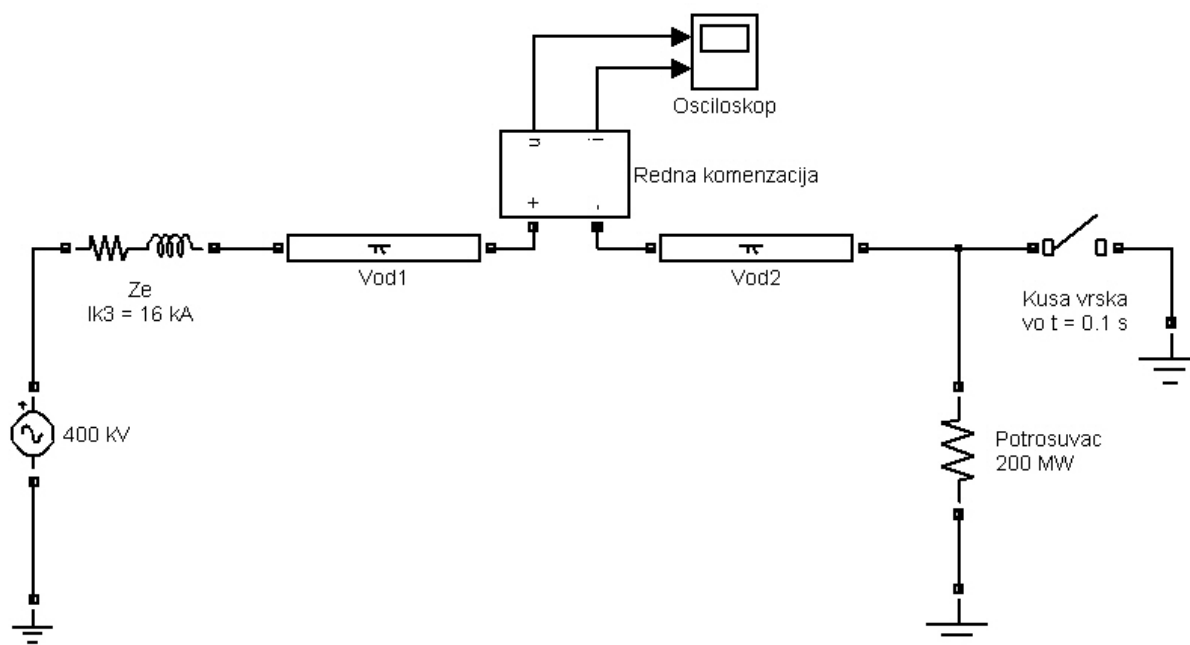
Слика 2.32. Изглед на подсистемот по преименувањето на неговите приклучоци



Слика 2.33. Изглед на подсистемот по преуредувањето на врските со останатиот дел од системот



Слика 2.34. Поглед во внатрешноста на подсистемот со додаден блок за снимање на напонот во работниот простор во MATLAB



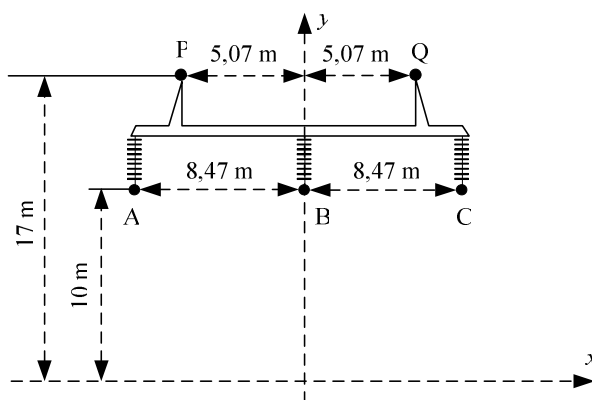
Слика 2.35. Модел за симулација на куса врска на крај од редно компензиран вод со користење на подсистем (Redna komenzacija)

□ □ □

3. Преодни процеси во трифазни кола

Пример 3.1. Разгледуваме 400 kV вод со должина 113,5 km чиј што распоред на проводниците на главата на столбот е даден на сликата 3.1, додека нивните координати се дадени во табелата 3.1. Фазните спроводници се изведени со сноп од 2 спроводника со дијаметар од 30,6 mm поставени на растојание од 40 cm, додека заштитните јажиња се единечни и имаат дијаметар од 14,2 mm. Надолжната активна отпорност на фазните спроводници изнесува $0,058 \Omega/\text{km}$, а на заштитното јаже $0,62 \Omega/\text{km}$. Специфичниот отпор на земјата над која што поминува водот изнесува $200 \Omega\text{m}$. Напонот на почетокот на водот изнесува 400 kV, а вредноста на струјата на трифазна куса врска во собирниците каде што тој е приклучен изнесува $I_{K3} = 16 \text{ kA}$ и е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот изнесува $X/R = 10$. Во моментот $t = 1/4$ периода (максимален вредност на напонот) се вклучува само фазата А од водот, а се исклучува во моментот $t = 4$ периоди. Фазите В и С за целото време се оставени отворени. Да се одредат параметрите на водот, а потоа да се пресметаат напоните на фазите А и В на крајот од водот. Пресметките да се направат за два случаи:

- водот е претставен со дистрибуирани параметри,
- водот е претставен со две редно поврзани π -шеми.



Слика 3.1. Распоред на спроводниците на главата на столбот

Табела 3.1. Координати на спроводниците на главата на столбот

Спроводник	x (m)	y (m)
A	-8,47	10
B	0	10
C	8,47	10
P	-5,07	17
Q	5,07	17

Решение

Моделот на колото според кое што ќе го симулираме еднофазното вклучување на трифазен вод е Primer3_1.mdl и неговиот изглед е даден на сликата 3.2.

Напонскиот генератор е со фреквенција од 50 Hz, фазен агол еднаков на нула и максимална вредност на напонот еднаква на $400\epsilon^3/\sqrt{3}*\sqrt{2}$, додека паралелната

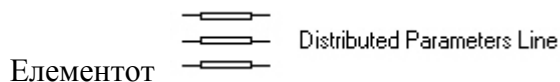
RL гранка ја симулира еквивалентната отпорност и индуктивност на системот во јазелот каде што е приклучен водот.

Паралелната RLC е дефинирана со блокот



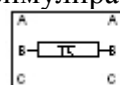
кој што се наоѓа во SimPowerSystems/Elements.

Во примерот 2.5 системот беше претставен со редна RL гранка чии што параметри R и L беа пресметани со следните изрази $400/\sqrt{3}/16/10$ и $400/\sqrt{3}/16/(100\pi)$, односно тие изнесуваа $R = 1,434 \, \Omega$ и $L = 45,9 \, \text{mH}$. Доколку таквата редна гранка ја еквивалентираме со паралелна, може да се покаже дека вредностите на R и L од паралелната гранка ќе изнесуваат $R = 145,8 \, \Omega$ и $L = 46,3 \, \text{mH}$.



Елементот

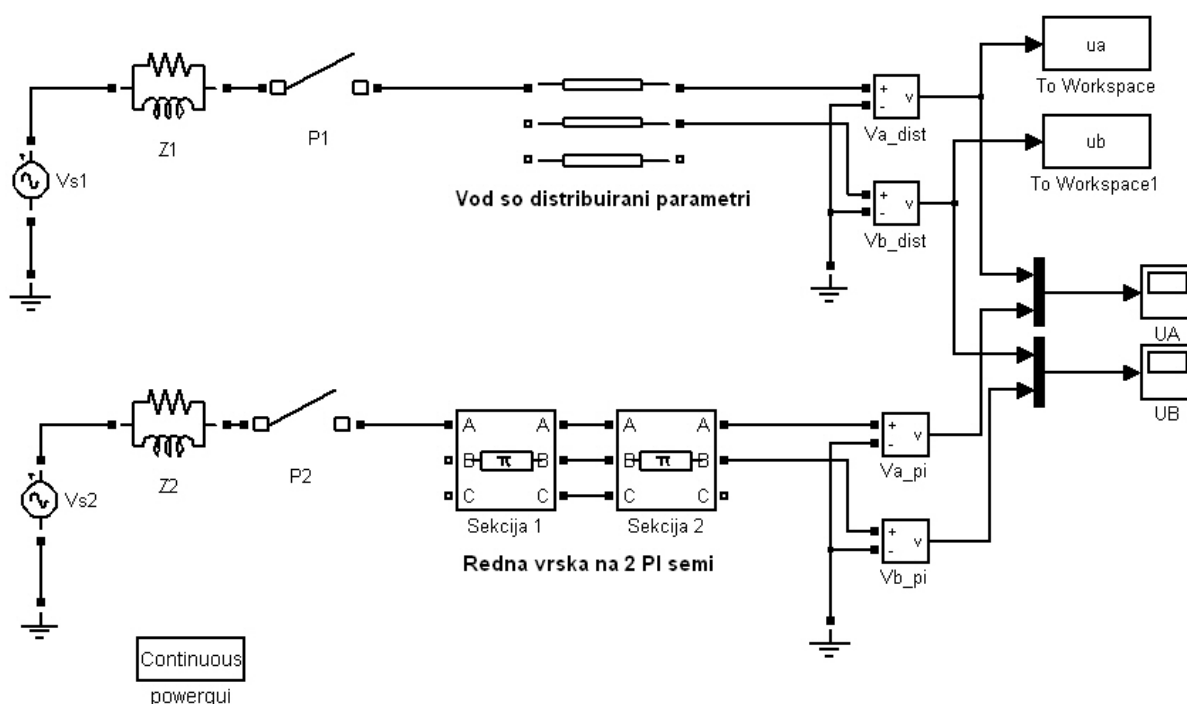
го симулира 400 kV вод како вод со



Three-Phase PI Section Line

дистрибуирани параметри, додека елементот го симулира 400 kV со трифазна π -шема. Двата елемента се наоѓаат во SimPowerSystems/Elements.

Почетната состојба на двата прекинувачи е 0, а временските моменти во кои што тие ќе ја променат состојбата се $[0.25/50 \quad 4/50]$.



Слика 3.2. Модел за симулација на еднофазното вклучување на трифазен вод

Параметрите на водот (r , l и c) за директен и нулти систем можеме да ги пресметаме користејќи ги податоците за спроводниците на водот и нивниот распоред на главата на столбот. За таа цел е потребно во командниот простор во Matlab да ја напишеме командата `power_linparam` со што го добиваме прозорецот од сликата 3.3. Прозорецот од сликата 3.3 е поделен на 3 дела. Во горниот лев агол се внесуваат податоците за фреквенцијата и специфичниот отпор на земјиштето, додека во горниот десен агол се внесуваат бројот на фази и заштитни јажиња, како и координатите на спроводниците заедно со нивниот тип (во случајот 1 или 2). Податоците за типските проводници се внесуваат во долниот дел од прозорецот како што е прикажан на самата

слика. За пресметка на сопствената индуктивност на спроводниците се користи односот T/D кој што е дефиниран на сликата 3.4 каде што се претпоставува дека во општ случај спроводникот е шуплив со дебелина на сидот T и надворешен пречник D . За полни проводници овој однос изнесува $T/D = 0,5$.

Power_lineparam. Line Data of Primer3_1_koordinati.mat

Units: Frequency (Hz): Ground resistivity (ohm.m):

Comments:

Line Geometry

Number of phase conductors (bundles): Number of ground wires (bundles):

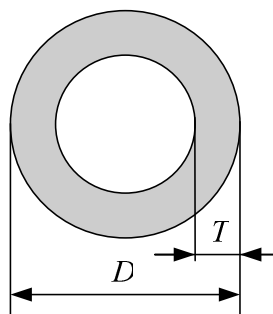
Conductor (bundle)	Phase number	X (m)	Y tower (m)	Y min (m)	Conductor (bundle) type
p 1	1	-8.47	10	10	1
p 2	2	0	10	10	1
p 3	3	8.47	10	10	1
g 1	0	-5.07	17	17	2
g 2	0	5.07	17	17	2

Conductor and Bundle Characteristics

Number of conductor types or bundle types: Conductor internal inductance evaluated from: ☐ Include conductor skin effect

Conductor (bundle) type	Conductor outside diameter (cm)	Conductor T/D ratio	Conductor GMR (cm)	Conductor DC resistance (Ohm/km)	Conductor relative permeability	Number of conductors per bundle	Bundle diameter (cm)	Angle of conductor 1 (degrees)
1	3.06	0.5	1.19514	0.058	1	2	40	0
2	1.42	0.5	0.552964	0.62	1	1	0	0

Слика 3.3. Пресметка на параметрите на водот



Слика 3.4. Дефиниција на величините T и D за спроводниците

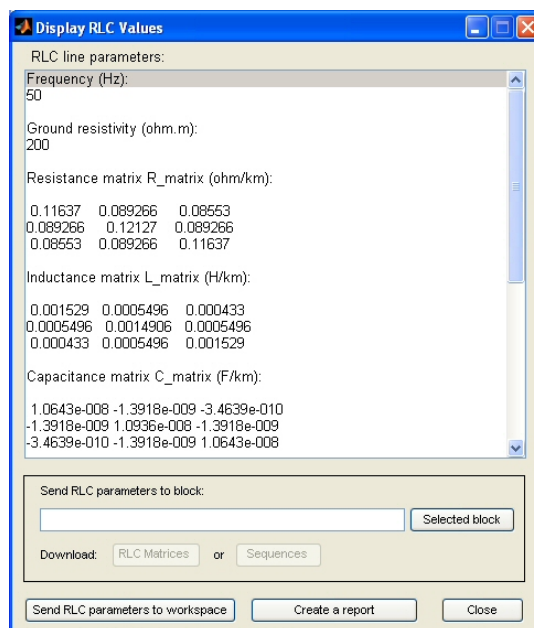
Со кликување на Compute RLC line parameters го добиваме резултатот кој што е прикажан на сликата 3.5. Доколку во моделот Primer3_1.mdl го селектираме елементот кој што го моделира водот со дистрибуирани параметри тогаш со кликување врз Selected Block во долниот дел од сликата 3.5 го добиваме следниот изглед

Send RLC parameters to block:

Download: or

каде што ни е овозможено на елементот Primer3_1/Vod so distribuirani parametri автоматски да му ги зададеме пресметаните параметри со кликување врз RLC Matrices или Sequences. Во првиот случај на елементот Primer3_1/Vod so distribuirani parametri му се задаваат матрици со димензии 3×3 со сопствените и меѓусебните отпорности,

индуктивности и капацитивности за сите 3 фази, додека во вториот случај му се задаваат параметрите r , l и c за директен и нулти систем (тука е користен овој случај кај двата елемента). На сличен начин може да им се зададат и параметрите на блоковите Primer3_1/Sekcija 1 и Primer3_1/Sekcija 2.



Слика 3.5. Пресметани вредности на параметрите r , l и c

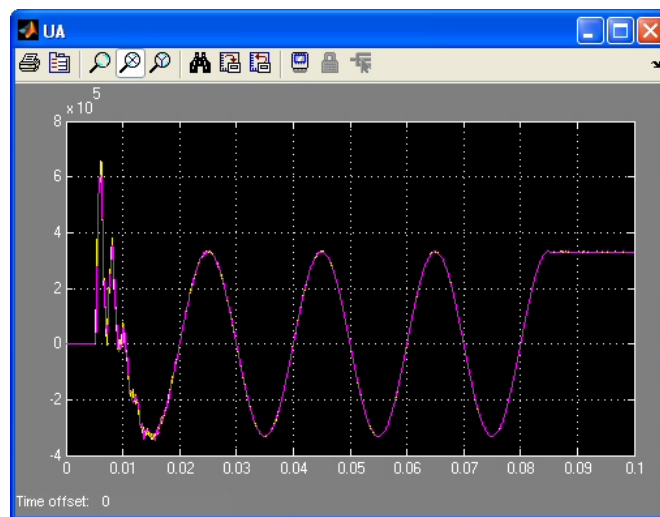
Обликот на напонот ќе го прикажеме до времето од 0,1 s, а бараниот резултат го прикажуваме на осцилоскопите UA и UB на кои што ги прикажуваме напоните на фазите A и B пресметани со моделирање на водот со вод со дистрибуирани параметри (жолта линија) и со две редно поврзани трифазни π -шеми (лилјакова линија). Покрај тоа напоните на фазите A и B ги испраќае во работниот простор во променливите ua и ub.

Резултатите од симулацијата се прикажани на сликите 3.6 и 3.7, додека максимални вредности на напоните можеме да ги добиеме со пишување на наредбата $\max(\text{abs}(ua))$ и $\max(\text{abs}(ub))$ во командниот простор во MATLAB со што добиваме 655,0 kV и 132,7 kV.

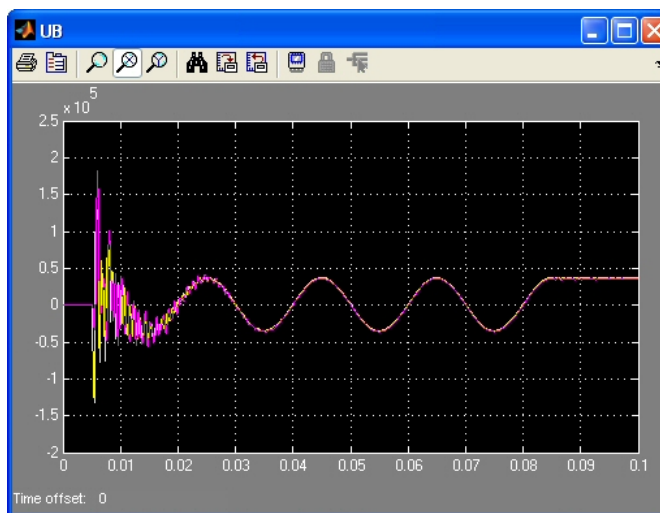
Коефициентот на пренапон на фазата A за овој случај изнесува

$$k = \frac{655}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 2,01.$$

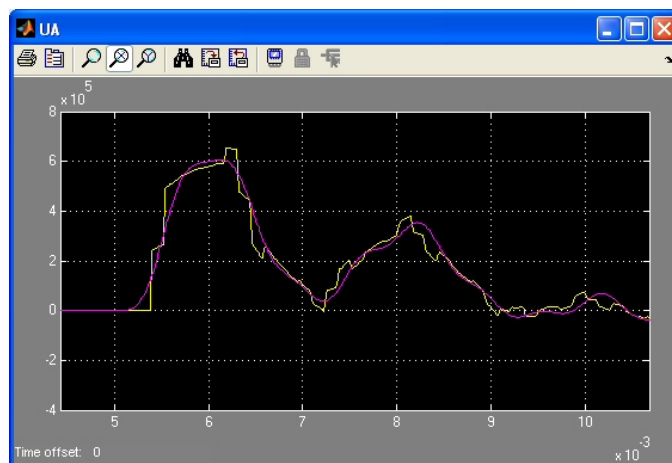
Доколку сликата 3.6 се зумира околу моментот на вклучување, како што тоа е прикажано на сликата 3.8, се забележуваат остри промени на напонот кај моделот на водот со дистрибуирани параметри (жолта линија). Овие скокови во напонот се поради рефлексијата на патувачките бранови на двата од водот. Кај моделот со π -шема овие скокови се филтрирани и се прикажани со заоблени линии. На крајот, по исклучувањето на водот напоните на фазите A и B остануваат на вредностите кои што се акумулирани во капацитивноста на водот во моментот на исклучување.



Слика 3.6. Напон на фазата А на крајот на водот при еднофазно вклучување



Слика 3.7. Напон на фазата В на крајот на водот при еднофазно вклучување



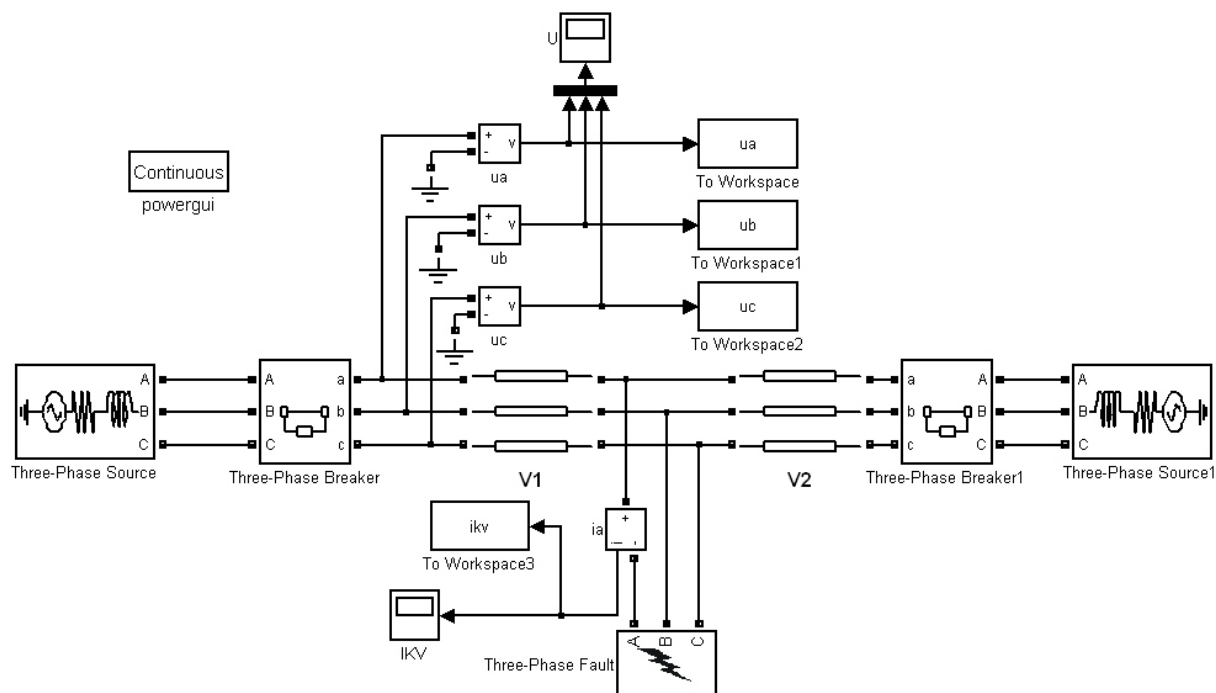
Слика 3.8. Напон на фазата А на крајот на водот непосредно по моментот на вклучување

□ □ □

Пример 3.2. Вод со карактеристики како во примерот 3.1 поврзува две трафостаници при што напонот на неговиот почеток изнесува 410 kV, додека напонот на неговиот крај изнесува 395 kV и фазно заостанува во однос на напонот на почетокот за $2,5^0$. Струјата на трифазна куса врска на собирниците на почетокот на водот изнесува 16 kA, а на собирниците на крајот од водот изнесува 14 kA. Освен тоа е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот на двата краја од водот изнесува $X/R = 10$. Во моментот $t = 0,06$ s (3 периоди) на средината на водот настанува еднофазна кус врска на фазата A. Во моментот $t = 0,2$ s (10 периоди) реагира заштитата на двата краја од водот и ја ислучува фазата A, со што се елиминира лакот од кусата врска во моментот $t = 0,3$ s (15 периоди). Во моментот $t = 0,4$ s (20 периоди) прекинувачите на двата краја на водот повторно ја вклучуваат фазата A со што се воспоставува нормален работен режим. Да се одреди обликот на фазните напони на почетокот на водот, како и обликот на струјата на куса врска.

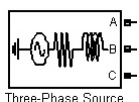
Решение

Моделот на колото според е даден во Primer3_2.mdl а неговиот изглед е прикажан на сликата 3.9. Водовите V1 и V2 имаат исти параметри како и водот од примерот 3.1 а нивните должини изнесуваат 113,5/2 km.



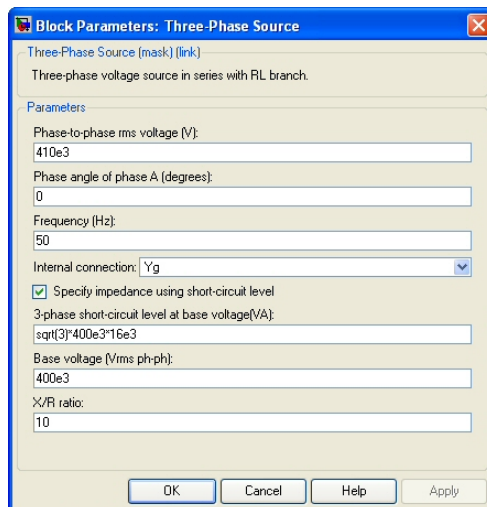
Слика 3.9. Модел за симулација на автоматско повторно вклучување на трифазен вод при еднофазна куса врска

Еквивалентите на електроенергетскиот систем на двата краја на водот се моделирани со трифазни напонски генератори со блокот



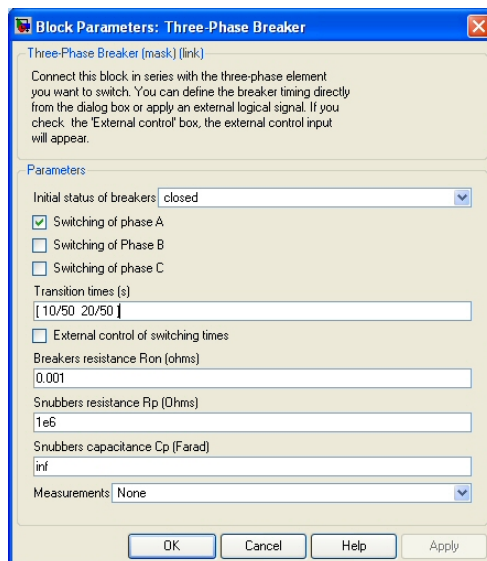
кој што се наоѓа во SimPowerSystems/Electrical Sources. Со двојно кликување врз него се добива прозорецот од сликата 3.10 каде што се внесуваат ефективната вредност на напонот ($410e3$), фазниот агол на фазата A (0), фреквенцијата (50), начинот на поврзување (Yg – заземјена звезда), вредноста на моќноста на трифазна куса врска ($\sqrt{3} \cdot 400e3 \cdot 16e3$) и напонот при кој што таа моќност е пресметана ($400e3$) и односот

X/R (10). На сличен начин се внесуваат сите наведени податоци за другиот крај на водот.



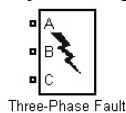
Слика 3.10. Дефинирање на параметрите на трифазен напонски генератор

На двата краја на водот има поставено трифазни прекинувачи кои што се наоѓаат во SimPowerSystems/Elements. Нивната почетна е closed, а временските моменти во кои што тие ќе ја променат состојбата се [10/50 20/50] при што промената на состојбата се однесува само на фазата А како што тоа е прикажано на сликата 3.11.

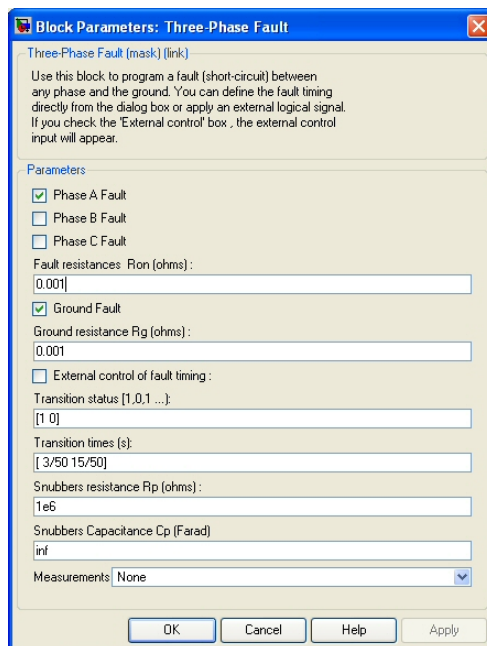


Слика 3.11. Дефинирање на параметрите на трифазен прекинувач

Кусата врска се симулира со блокот



кој што се наоѓа во SimPowerSystems/Element. Временските моменти во кои што настанува и исчезнува кусата врска се [3/50 15/50] при што е дефинирано дека настанува спој со земја на фазата А како што тоа е прикажано на сликата 3.12.



Слика 3.12. Дефинирање на параметрите на кусата врска

Резултатите од симулацијата се прикажани на сликата 3.13, додека максимални вредности на напоните можеме да ги добиеме со пишување на наредбите $\max(\text{abs}(u_a))$, $\max(\text{abs}(u_b))$ и $\max(\text{abs}(u_c))$ во командниот простор во MATLAB со што добиваме 353,3 kV; 367,8 kV и 374,5 kV.

Коефициентот на пренапон за одделните фази за овој случај изнесува

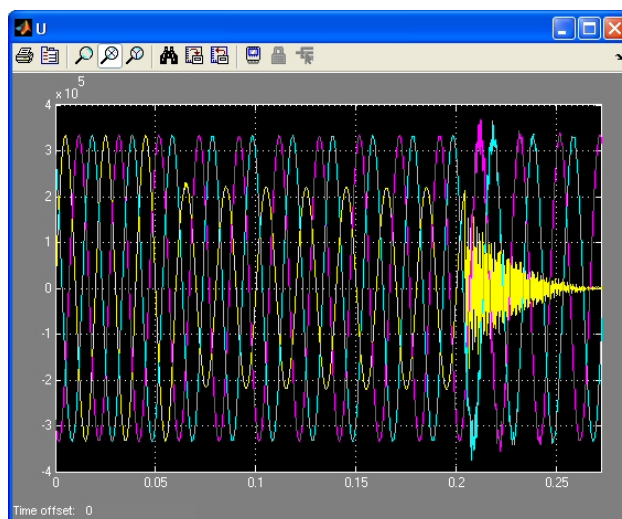
$$k_A = \frac{353,3}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,08;$$

$$k_B = \frac{367,8}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,13;$$

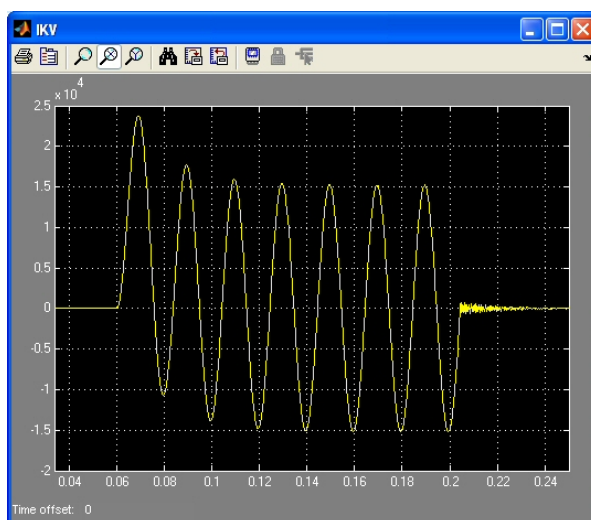
$$k_C = \frac{374,5}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,15.$$

Од сликата се забележува дека кај напоните на фазите В и С практично нема никакви промени. Освен тоа, коефициентите на пренапони на сите три фази се многу мали.

Обликот на струјата на куса врска е даден на сликата 3.14 а нејзината ударна вредност изнесува 23,8 kA.



Слика 3.13. Фазни напони на почетокот на водот при еднофазна куса врска на средината на водот



Слика 3.14. Струја на куса врска на средината на водот

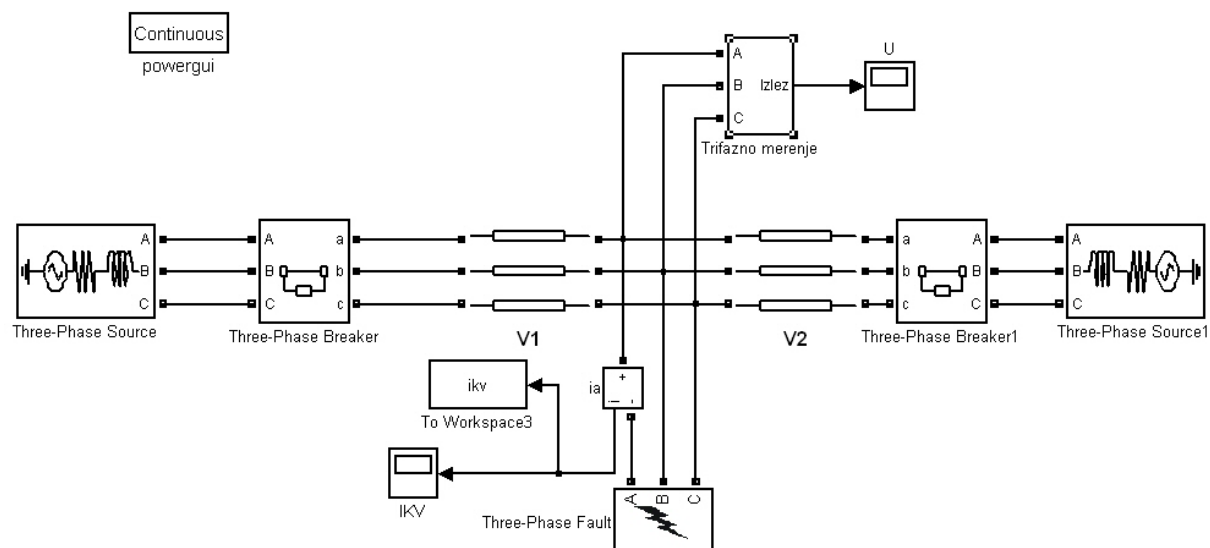
Доколку мерењата на напоните ги направиме на средината на водот (модело Primer3_2b.mdl) во кој што мерењата се групирани во еден подсистем како што тоа е прикажано на сликата 3.15 (изгледот на подсистемот Trifazno merenje е даден на сликата 3.16), тогаш максимални вредности на фазните напоните на местото каде што настанала кусата врска изнесуваат 362,5 kV; 380,9 kV и 408,8 kV.

Коефициентот на пренапон за одделните фази за овој случај изнесува

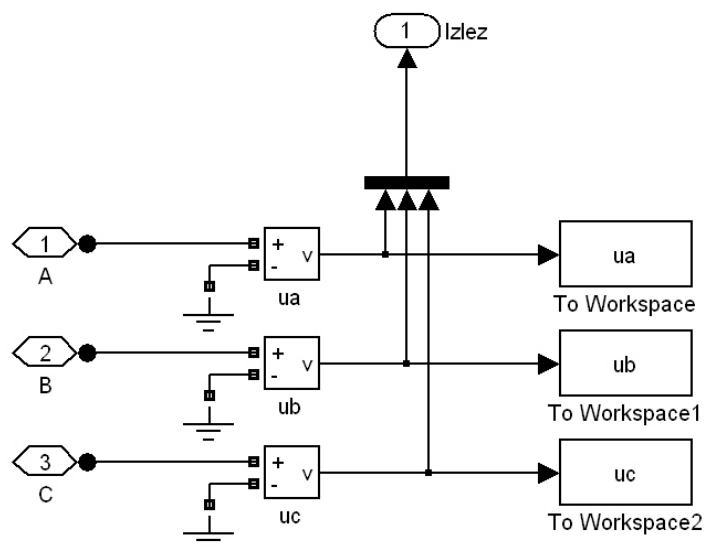
$$k_A = \frac{362,5}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,11;$$

$$k_B = \frac{380,9}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,17;$$

$$k_C = \frac{408,8}{\sqrt{2} \frac{400}{\sqrt{3}}} = 1,25.$$



Слика 3.15. Мерење на напоните на местото на куса врска при автоматско повторно вклучување на трифазен вод при еднофазна куса врска



Слика 3.16. Изглед на подсистемот Trifazno merenje

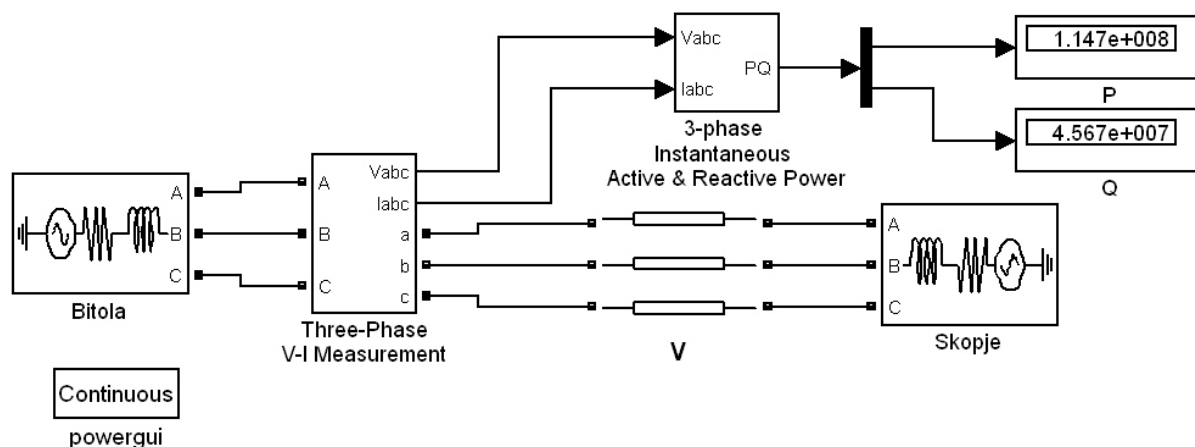
□ □ □

Пример 3.3. Нека во примерот 3.2 го занемариме постоењето на трифазната куса врска на средината на водот, со што разгледуваме негова нормална работа. Да се анализира колото во преоден режим со времетраење од 1 s при што почетните услови во колото да се зададе да бидат еднакви со крајните (нема преоден процес). Да се одреди:

- активната и реактивната моќност на почетокот на водот,
- загубите на активна и реактивна моќност во водот.

Решение

Моделот на колото за случајот под а) е даден во Primer3_3a.mdl а неговиот изглед е прикажан на сликата 3.17. За разлика од сликата 3.9 во колото од сликата 3.17 ги нема прекинувачите на двата краја од водот и кусата врска на неговата средина. Во овој случај на почетокот од водот сервиски со него е поврзан блокот Three-Phase V-I Measurement кој што се наоѓа во SimPowerSystems/Extra Library/Measurements. Неговата намена е да ги мери струите низ него, како и фазните напони на кои што тој е приклучен. Тој има трифазен влез (ABC) и трифазен излез (abc) кои што се поврзуваат редно со елементот каде што сакаме да направиме мерења. Како излезни резултати од мерењата тој дава два излезни сигнали кои што содржат по три вектори со измерени вредности за трите фазни напони (Vabc) и трите фазни струи (Iabc) посебно.



Слика 3.17. Мерење на моќности на почетокот на еден трифазен вод

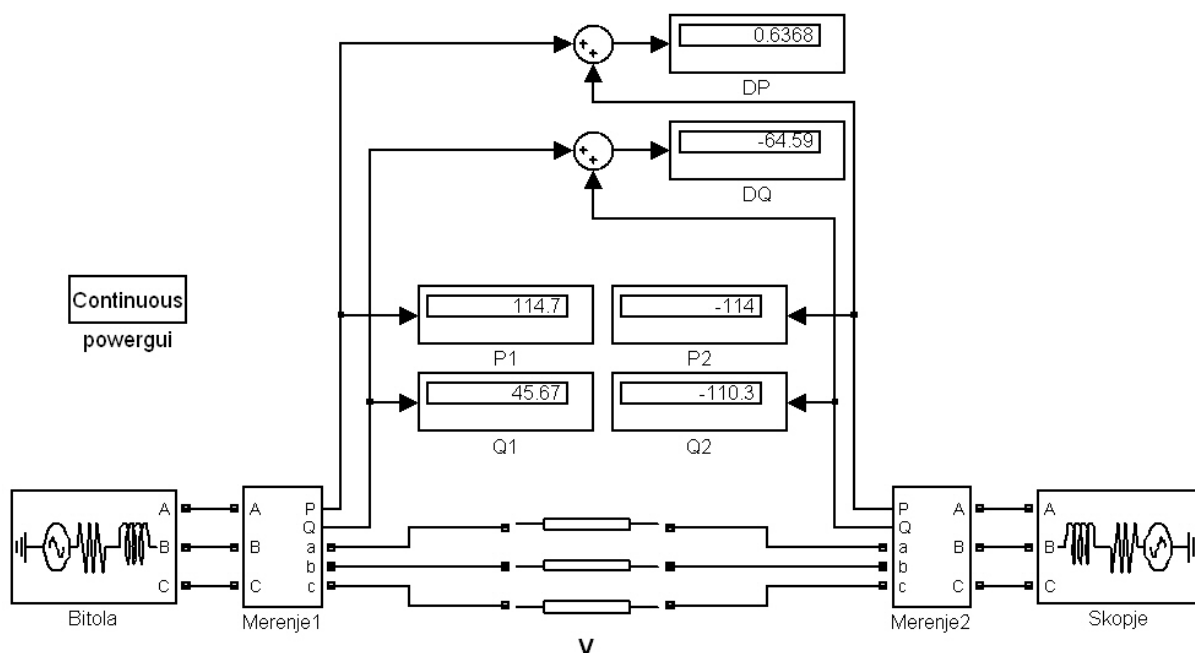
Излезните сигнали од блокот за мерење на напони и струи се носат во блокот 3-phase Instantaneous Active & Reactive Power кој врз основа на моменталните вредности на напоните (Vabc) и струите (Iabc) (кои може и да не се со чист синусен облик) ги пресметмува вредностите на активната и реактивната моќност кои што ги дава во еден излезен сигнал (PQ). Овој блок исто така се наоѓа во SimPowerSystems/Extra Library/Measurements. Неговиот излезен сигнал го носиме до демултиплексер (Demux) кој што се наоѓа во библиотеката Simulink/Signal Routing и кој што тука има еден влез и два излези. Тој врз основа на сложениот сигнал кој што во себе ги содржи вредностите на P и Q заедно прави два одвоени сигнали со посебни вредности за P и Q . Овие два одвоени сигнали ги носиме на два дисплеи (земени од библиотеката Simulink/Sinks) каде што отчитуваме дека бараните вредности на моќностите изнесуваат:

$$P = 1,147 \cdot 10^8 \text{ W} = 114,7 \text{ MW};$$

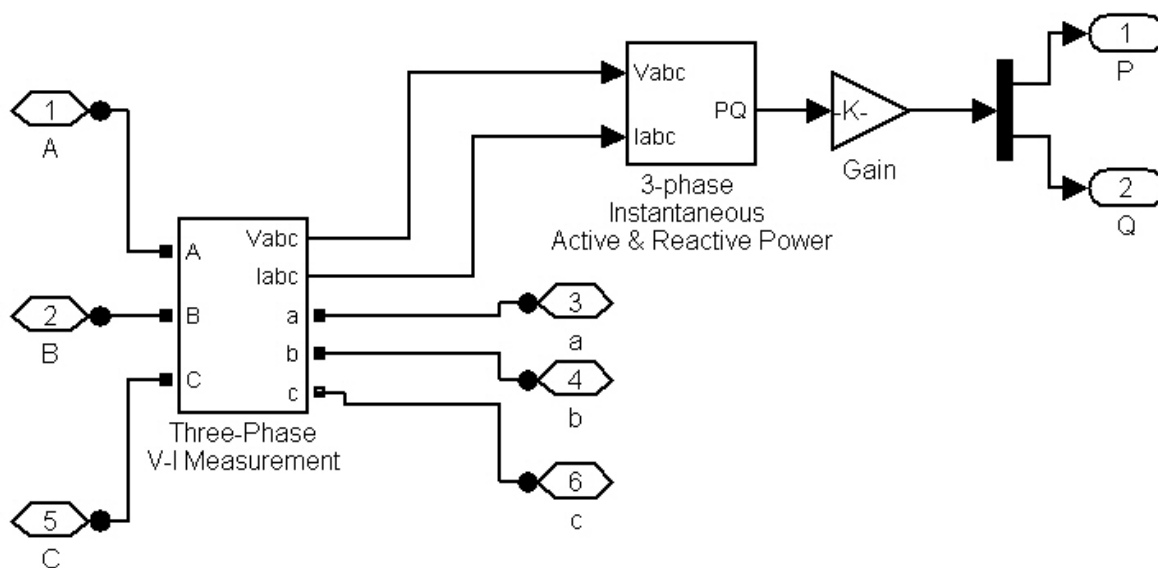
$$Q = 4,567 \cdot 10^7 \text{ var} = 45,67 \text{ Mvar}.$$

За случајот под б) е потребно да направиме мерења на активната и реактивната моќност на двата краја од водот и резултатите да ги собереме со што ќе ги добиеме загубите на моќност во водот (референтната насока за моќноста и кај двете мерења е од почетокот кон крајот на водот). Моделот на колото за овој случај е даден во Primer3_3b.mdl а неговиот изглед е прикажан на сликата 3.18.

За разлика од сликата 3.17 во колото од сликата 3.18 блокот за мерење на фазните напони и струи, заедно со блокот за пресметка на моќностите и демултиплексерот се ставени во подсистеми означени со Merenje1 и Merenje2. Изгледот на овие подсистеми е прикажан на сликата 3.18. Во подсистемиите пред да се направи демултиплексирање на излезните сигнали тие се помножени со 10^{-6} со помош на блокот Gain кој што се наоѓа во библиотеката Simulink/Math Operations. На таков начин на излезот од подсистемот за активната и реактивната моќност ќе добиеме вредности изразени во MW и Mvar.



Слика 3.18. Мерење на моќности на двата краја на еден трифазен вод



Слика 3.19. Подсистем за мерење на моќности во трифазна гранка

Вредностите на загубите на активна и реактивна моќност во водот ги добиваме со собирање на активната и реактивната моќност на двата краја од водот со користење на суматор кој што се наоѓа во библиотеката Simulink/Math Operations. На таков начин добиваме:

$$\Delta P = 0,64 \text{ MW};$$

$$\Delta Q = -64,59 \text{ Mvar}.$$

□ □ □

Пример 3.4. Вод со карактеристики како во примерот 3.1 со својот почеток е поврзан во трафостаница каде што напонот е идеално симетричен и изнесува 410 kV, при што струјата на трифазна куса врска на собирниците изнесува 16 kA. Освен тоа е познато дека односот помеѓу активниот отпор и реактанцијата во системот на двата краја од водот изнесува $X/R = 10$. На крајот од водот е приклучен идеално симетричен трифазен потрошувач кој што има чисто активна моќност P_2 . Да се утврди степенот на несиметрија на фазните напони на крајот од водот за случаите кога моќноста P_2 има вредности од 0, 250, 500, 750 и 1000 MW.

Во разгледуваниот случај несиметријата се должи на фактот дека водот е несиметричен трифазен елемент па и покрај тоа што изворот и потрошувачот се наполно симетрични трифазни елементи, сепак фазните струи и напони во било која точка по должината на водот ќе образуваат трифазни несиметрични системи. Степенот на несиметрија на трифазните величини се изразуваат преку т.н. „фактори на несиметрија“. Така, на пример, кога се работи за трифазните напони во јазолот k , факторите на несиметрија за инверзниот и нултиот редослед се дефинираат на следниот начин:

$$f_k^i = \frac{U_k^i}{U_k^d} \cdot 100, \text{ за инверзниот редослед и} \quad (3.1)$$

$$f_k^0 = \frac{U_k^0}{U_k^d} \cdot 100, \text{ за нултиот редослед.} \quad (3.2)$$

Симетричните компоненти $\underline{U}_k^{d,i,0}$ на фазните напони во јазолот k се пресметуваат преку познатите фазни напони $\underline{U}_k^{a,b,c}$ во истиот јазол со помош на матричната равенка (3.3):

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_k^d \\ \underline{U}_k^i \\ \underline{U}_k^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_k^a \\ \underline{U}_k^b \\ \underline{U}_k^c \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Во равенката (3.3) фигурира комплексниот оператор \underline{a} дефиниран на следниот начин:

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (3.4)$$

Наместо равенките (3.1) – (3.4) ние тука ќе користиме готови блокови од Simulink кои што ги прават наведените пресметки.

Решение

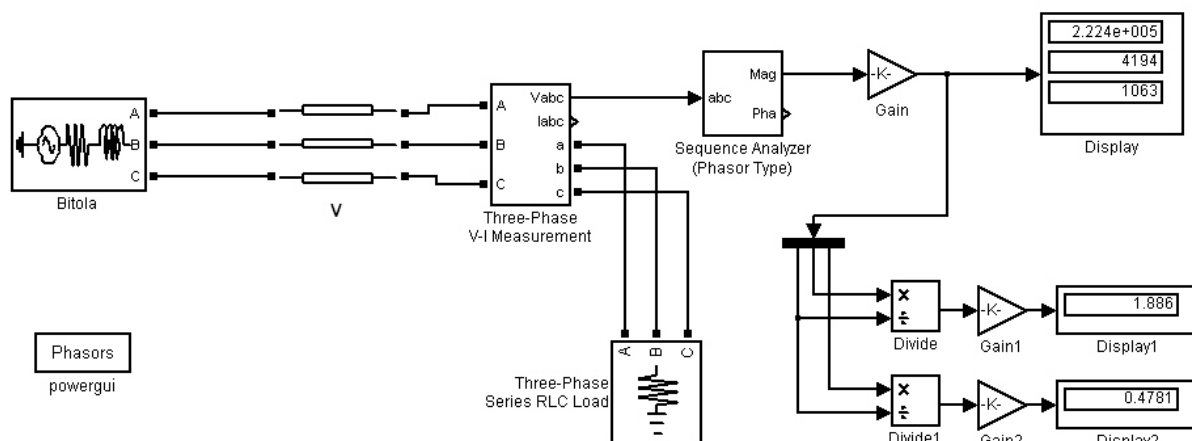
Моделот на колото е даден во Primer3_4.mdl а неговиот изглед е прикажан на сликата 3.19. За разлика од сите до сега наведени примери во овој случај параметрите на водот ќе ги се задаваме со матрици со димензии 3×3 со сопствените и меѓусебните отпорности, индуктивности и капацитивности за сите 3 фази. Тоа го правиме со постапката опишана во примерот 3.1 само што сега на дијалогот за префрлање на параметрите во блокот за водот треба да кликнеме на тастерот **RLC Matrices**.

Трифазниот потрошувач на крајот на водот е симулиран со блокот

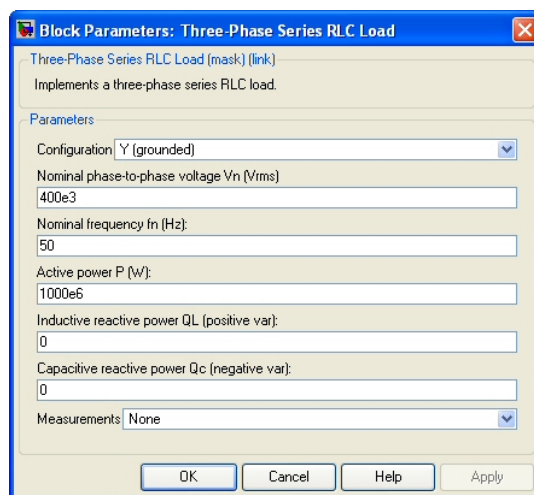


Three-Phase Series RLC Load

кој што е поврзан преку блокот Three-Phase V-I Measurement чија што намена е да ги мери струите низ него, како и фазните напони на кои што тој е приклучен. Со двојно кликување врз блокот Three-Phase Series RLC Load го добиваме дијалогот од сликата 3.21 каде што одбираме врската на потрошувачот да биде заземјена ѕвезда, за номинален линиски напон внесуваме $400\text{e}3$, а за номинална фреквенција внесуваме 50. Активната моќност на потрошувачот според условот во задачата ја менуваме при што внесуваме 1, $250\text{e}6$, $500\text{e}6$, $750\text{e}6$ и $1000\text{e}6$, додека за реактивната моќност (капацитивна и индуктивна) цело време задаваме вредност 0. Работата на водот во празен од ја симулираме со потрошувач од 1 W, затоа што во овој блок не е дозволено и активната и реактивната моќност да бидат едновременно еднакви на нула.

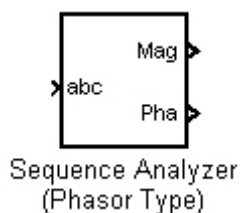


Слика 3.20. Одредување на степенот на несиметрија на крајот од трифазен вод

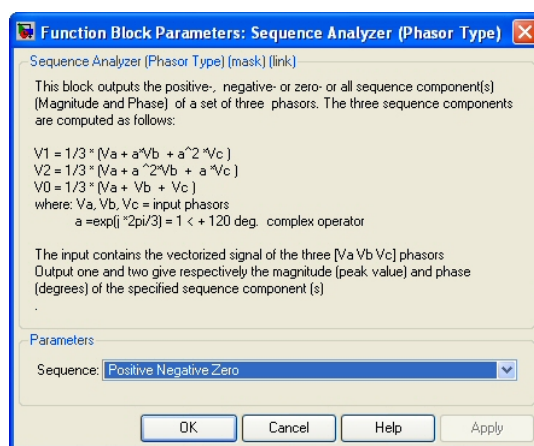


Слика 3.21. Параметри на трифазниот потрошувач

Одредувањето на симетричните компоненти на напоните на крајот на водот го правиме со помош на блокот



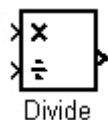
кој што се наоѓа во библиотеката SimPowerSystems/Extra Library/Phasor Library. Овој блок на влезот прифаќа трифазен (мултиплексирани) сигнал, а на излезот дава два мултиплексирани сигнали составени од три компоненти кои што ги даваат модулите (Mag) и фазните агли (Phase) на симетричните компоненти. Со двојно кликување врз овој блок го добиваме дијалогот од сликата 3.22 каде што имаме внесено дека на излезот сакаме да ги добијеме сите компоненти (одбрано е Positive Negative Zero во Sequence).



Слика 3.22. Параметри на блокот за одредување симетрични компоненти

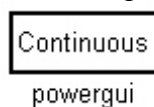
Резултатот за пресметаните симетрични компоненти на напоните е помножен со коефициент $1/\sqrt{2}$ и е прикажан на дисплеј каде што се прикажани три вредности (дисплеот е истегнат по вертикала за да покаже повеќе од една вредност) за сите симетрични компоненти на напоните одделно. Истовремено, резултатите се испраќаат и во демултиплексер со три излезни каде што добиваме три одделни сигнали за секоја симетрична компонента на напонот посебно.

Релациите (3.1) и (3.2) се моделирани со помош на блок за делење на сигнали



кој што се наоѓа во библиотеката Simulink/Math Operations. Резултатот од делењето на крајот е помножен со 100 и е прикажан на два одделни дисплеја.

Во овој случај симулацијата нема да ја правиме во временски домен туку во доменот на фазори (решавање на коло за наизменична струја со комплексни броеви). За тоа да го направиме кликуваме два пати врз објектот

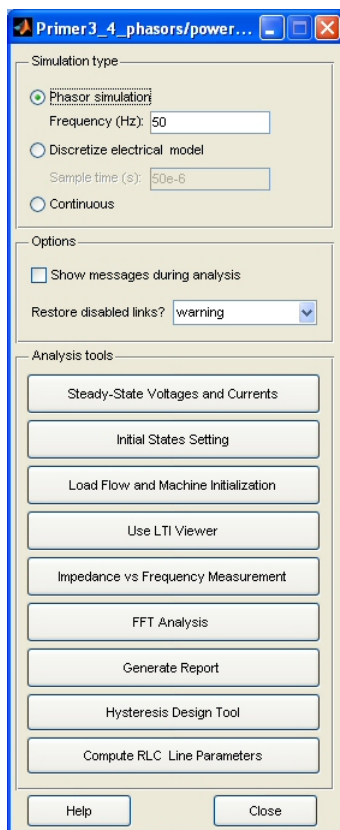


со што го добиваме дијалогот од сликата 3.23 каде што ја одбираме опцијата Phasor simulation и внесуваме фреквенција од 50 Hz. Со тоа во моделот го добиваме следниот објект

Phasors

powergui

со што ни е сигнализирано дека сме одбрале симулација со помош на фазори.



Слика 3.23. Избор на видот на симулација

Резултатите од пресметаните коефициенти на несиметрија за различен степен на оптовареност на водот се прикажани во табелата 3.1. Секоја одделна редица од табелата е добиена со посебно активирање на симулацијата при што е менувана активната моќност на крајот од водот. Резултатите од последната редица од табелата може да се видат и на сликата 3.20.

Табела 3.1. Степен на несиметрија на напоните на крајот на водот

P_2 (MW)	f_i (%)	f_0 (%)
0	0,02	0,03
250	0,50	0,15
500	0,97	0,28
750	1,45	0,39
1000	1,89	0,48

□ □ □

Пример 3.5. Надземните водови со напон од 400 kV, без исклучок, се штитат од директни атмосферски празнења во фазните спроводници со две заштитни јажиња. Тие се поставуваат на врвот од столбот поради што имаат несиметрична положба во однос на трите фазни спроводници. Поради тоа во нормален режим на работа, дури и во услови на строга симетрија на товарот, фазните струи ќе индуцираат електромоторни сили во заштитните јажиња кои пак од своја страна ќе предизвикаат течење на струи во самите заштитни јажиња што претставува извор на дополнителни загуби на моќност и енергија. Може да се покаже¹ дека струите во заземјувачкиот систем главно циркулираат низ контурите формирани од заштитните јажиња и главите на столбовите, додека струи низ заземјувачите течат само кај неколку столба на почетокот и крајот на водот. Сето тоа не води до идејата за многу поедноставно решавање на проблемот: бидејќи не течат струи низ заземјувачите на столбовите можеме да сметаме дека заштитните јажиња не се споени со земјата освен во разводните постројки на почетокот и крајот од водот со што добиваме една контура чија должина е еднаква со должината на водот како што тоа е прикажано на сликата 3.24. На таа слика со R_A и R_B се означени отпорите на заземјувачите во постројките А и В на двата краја од водот.



Слика 3.24. Модел на трифазен вод за пресметка на загубите на моќност во заштитните јажиња

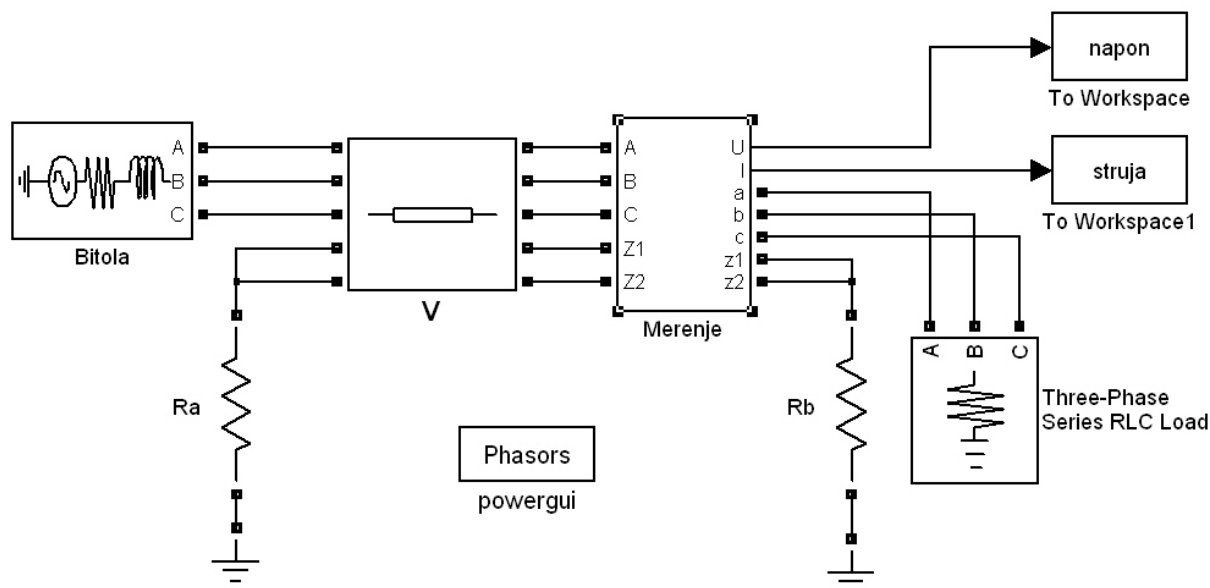
Користејќи го моделот на водот од сликата 3.24 да се пресметаат загубите на активна моќност во заштитните јажиња на водот од примерот 3.4 за случаите кога моќноста на неговиот крај P_2 изнесува 0, 250, 500, 750 и 1000 MW. Отпорноста на заземјувачите на двата краја од водот изнесува $R_A = R_B = 0,5 \Omega$.

Решение

Моделот на колото е даден во Primer3_5.mdl а неговиот изглед е прикажан на сликата 3.25. Во овој случај водот е претставен како петфазен елемент затоа што тука сакаме да ги пресметаме приликите токму во 4 и 5 проводник (заштитните јажиња). Во претходните случаи 4 и 5 проводник беа еквивалентирани и пресметките се однесуваа само на еквивалентниот вод составен од три проводници. Тоа значи дека сега параметрите на водот ќе ги се задаваме со матрици со димензии 5×5 со сопствените и меѓусебните отпорности, индуктивности и капацитивности. Матриците ги пресметуваме со помош на програмата power_lineparam со постапката опишана во примерот 3.1. Во овој случај во одбираме 5 фазни проводници и 0 заштитни јажиња како што тоа е прикажано на сликата 3.26. На таков начин програмата ќе ги пресмета

¹ Р. Ачковски, М. Тодоровски, „Нов метод за пресметување на загубите на моќност во заштитните јажиња кај високонапонските надземни водови“, *Зборник на трудови на Електротехнички факултет*, Скопје, год. 20, бр. 1-2, стр. 27-37, 1997.

бараните матрици со димензии 5×5 кои што ги префрламе во блокот со кој е претставен водот (по 5 приклучоци од двете страни).



Слика 3.25. Модел за пресметка на загубите на моќност во заштитните јажиња

Power_lineparam. Line Data of Primer3_5_koordinati.mat

Units: Frequency (Hz): Ground resistivity (ohm.m):

Comments:

Line Geometry

Number of phase conductors (bundles): Number of ground wires (bundles):

Conductor (bundle)	Phase number	X (m)	Y tower (m)	Y min (m)	Conductor (bundle) type
p 1	1	-8.47	10	10	1
p 2	2	0	10	10	1
p 3	3	8.47	10	10	1
p 4	4	-5.07	17	17	2
p 5	5	5.07	17	17	2

Conductor and Bundle Characteristics

Number of conductor types or bundle types: Conductor internal inductance evaluated from: ☐ Include conductor skin effect

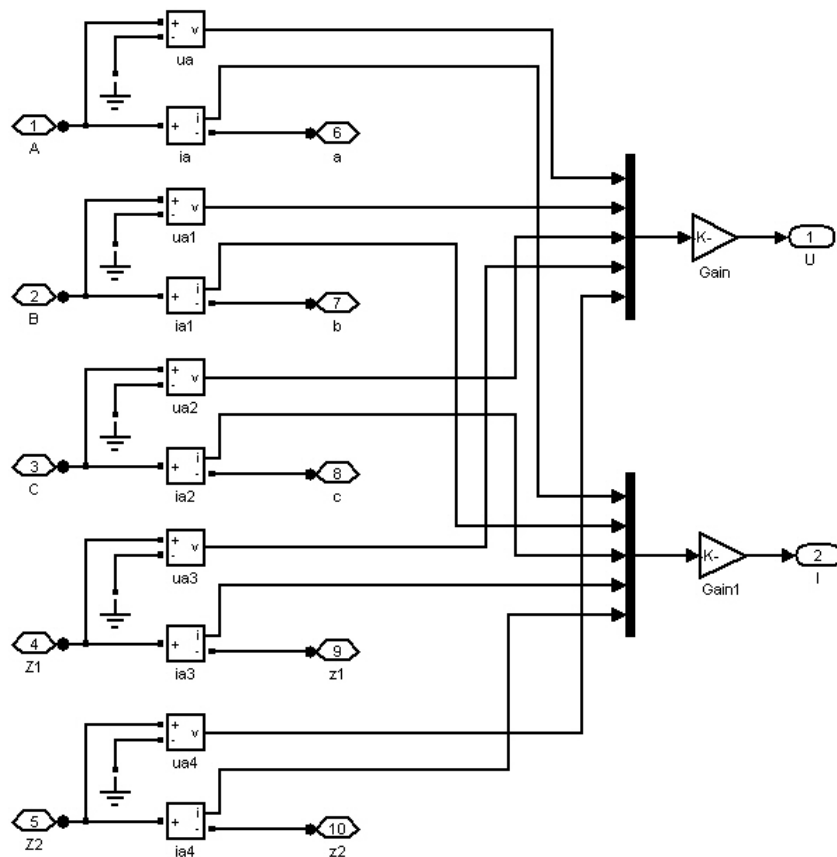
Conductor (bundle) type	Conductor outside diameter (cm)	Conductor T/D ratio	Conductor GMR (cm)	Conductor DC resistance (Ohm/km)	Conductor relative permeability	Number of conductors per bundle	Bundle diameter (cm)	Angle of conductor 1 (degrees)
1	3.06	0.5	1.19514	0.058	1	2	40	0
2	1.42	0.5	0.552964	0.62	1	1	0	0

Слика 3.26. Пресметка на параметрите на водот претставен со 5 проводници

На почетокот водот се напојува преку симетричен трифазен извор, а заштитните јажиња се меѓусебно споени и заземјени преку отпорникот R_A . Тие исто така се поврзани на крајот од водот и се заземјени преку отпорникот R_B додека на трите фазни проводници е поврзан симетричен трифазен потрошувач. На крајот на водот, сервиски со него, е поврзан блок за мерење на сите напони и струи чиј што изглед е прикажан на сликата 3.27. Во него редно со секоја фаза е поврзан елемент за мерење струја, а помеѓу

секоја фаза и земјата е поврзан елемент за мерење напон. Измерените сигнали се групирани по 5 (посебно за напоните и струите) преку мултиплексери, па потоа се помножени со $1/\sqrt{2}$ (за да се добијат ефективни вредности) и се испраќаат на два одделни излези.

Во главниот модел измерените напони и струи се праќаат во работниот простор во векторите парон и струја кои што имаат по 5 елементи. Симулацијата, како и во примерот 3.4 ја правиме во доменот на фазори (решавање на коло за наизменична струја со комплексни броеви) и за времето до кое што таа треба да трае ставаме 0.



Слика 3.27. Петфазно мерење на напони и струи

Симулацијата ја активираме 5 пати за 5 различни вредности на активната моќност и тоа 1, 250e6, 500e6, 750e6 и 1000e6, додека за реактивната моќност (капацитивна и индуктивна) цело време задаваме вредност 0. При секоја симулација во работниот простор добиваме нови вектори парон и струја кои што ги користиме за да ги пресметаме загубите на активна моќност во заштитните јажиња. Пресметката ја правиме со помош на програмата DP.m кој што го има следниот изглед:

```
C_matrix = [ 1.0643e-008 -1.3918e-009 -3.4639e-010 -1.2909e-009 -4.2739e-010
            -1.3918e-009 1.0936e-008 -1.3918e-009 -1.0228e-009 -1.0228e-009
            -3.4639e-010 -1.3918e-009 1.0643e-008 -4.2739e-010 -1.2909e-009
            -1.2909e-009 -1.0228e-009 -4.2739e-010 7.0383e-009 -7.3340e-010
            -4.2739e-010 -1.0228e-009 -1.2909e-009 -7.3340e-010 7.0383e-009];
Y = j * 100*pi * C_matrix * 113.5/2;
strujal = abs(struja' - Y * napon');
DPzj = 0.62 * 113.5 * (strujal(4)^2 + strujal(5)^2) / 1000
```

Во неа прво е внесена матрицата на капацитивностите на водот која што е ископирана од програмата power_lineragam. Земено е дека водот е претставен со својата

π -шема во која што половина од проводноста заради капацитетите на водот е поврзана на почетокот на водот, а другата половина на неговиот крај. Таа проводност тука е означена со матрицата Y која што е пресметана со изразот

$$Y = j * 100 * \pi * C_matrix * 113.5/2;$$

Изразот

$$struja1 = \text{abs}(struja' - Y * \text{napon});$$

ги пресметува модулите на струите кои што течат на крајот на водот пред напречната гранка со која што е симулирана проводноста од капацитетите на водот.

На крајот се пресметуваат загубите на моќност со изразот

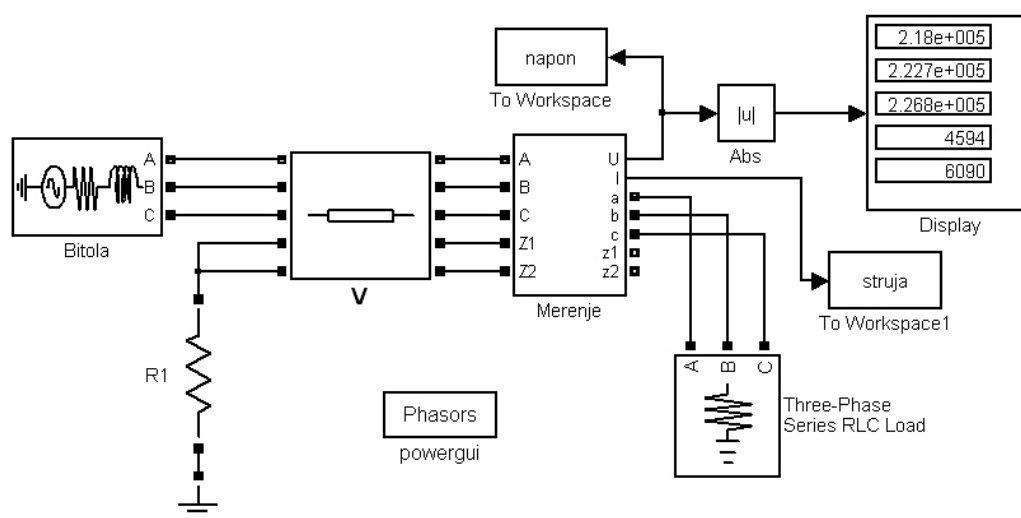
$$DPzj = 0.62 * 113.5 * (struja1(4)^2 + struja1(5)^2) / 1000$$

во кој што е резултатот е прикажан во kW. Резултатите од пресметките се дадени во табелата 3.2. Ако претпоставиме дека просечната вредност на загубите изнесува 100 kW во текот на годината вкупната загуба на енергија ќе изнесува 876 MWh што при цена на електричната енергија од 80 €/MWh ќе изнесува околу 70000 €.

Табела 3.2. Загуби на активна моќност во заштитните јажиња на водот

P_2 (MW)	ΔP_{zi} (kW)
0	0,6
250	39,0
500	147,7
750	314,1
1000	523,8

Еден од начините загубите да се елиминираат е заштитните јажиња да не се заземјуваат директно на двата краја, туку на едниот крај да бидат изолирани преку искриште. Тоа се прави по должината на водот во одделни распони, но ако претпоставиме дека тие заземјени само на едниот крај а изолирани само на другиот крај ќе го добиеме моделот на водот од сликата 3.28 (Primer3_5b.mdl). И во овој случај во јажињата ќе се индуцира напон но тој нема да предизвика течење на струја затоа што нема затворени контури па поради тоа нема ни течење на струи ниту загуби на моќност во нив. Индуцираните напоните во заштитните јажиња за случајот кога е $P_2 = 1000$ MW се 4,6 и 6,1 kV (слика 3.28).



Слика 3.28. Вод со заштитни јажиња заземјени само на едниот крај

□ □ □

Пример 3.6. Разгледуваме енергетски трансформатор со следните параметри 400/115,5 kV/kV, 300 MVA, $u_k = 12\%$ и $P_{\text{Cun}} = 900 \text{ kW}$. Трансформаторот се вклучува во празен од на 400 kV собирници каде што моќноста на трифазна куса врска изнесува 10000 MVA. Актуелната вредност на напонот на собирниците изнесува 395 kV, при што вклучувањето се случува при максимална вредност на напонот. Намотките на трансформаторот се поврзани во ѕвезда и се заземјени од двете страни. Отпорноста на гранката за магнетизирање во еквивалентата шема на трансформаторот изнесува $R_m = 200 \text{ k}\Omega$. Земајќи го предвид заситувањето на јадрото на трансформаторот да се одреди обликот на струјата на празен од во сите три фази, како и напонот на фазата А на секундарната страна. Да се одреди и големината на третиот хармоник во обликот на струјата (примар) и напонот (секундар) на фазата А.

Решение

Најнапред ќе ги пресметаме параметрите на намотките на трансформаторот во единечни вредности. Доколку усвоиме базен напон од 400 kV и базна моќност од 100 MVA тогаш базната импеданција ќе изнесува 1600Ω , додека базната индуктивност ќе изнесува $1600/\omega = 5,093 \text{ H}$.

Активната отпорност на редната гранка на трансформаторот изнесува

$$R_T = \Delta P_{\text{Cu}} \frac{U_n^2}{S_n^2} \cdot \frac{1}{1600} = 0,001 \text{ pu}, \quad (3.5)$$

а нејзината индуктивност е

$$L_T = \frac{u_k}{100} \frac{U_n^2}{S_n \cdot \omega} \cdot \frac{1}{1600} = \frac{u_k}{100} \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \frac{1}{1600 \omega} = 0,04 \text{ pu}. \quad (3.6)$$

Ако претпоставиме дека во единечни вредности параметрите на двете намотки се идентични, тогаш имајќи предвид дека во еквивалентата шема тие се поврзани сериски, за нивните параметри можеме да напишеме:

$$R_1 = R_2 = \frac{R_T}{2} = 0,0005 \text{ pu}, \quad (3.7)$$

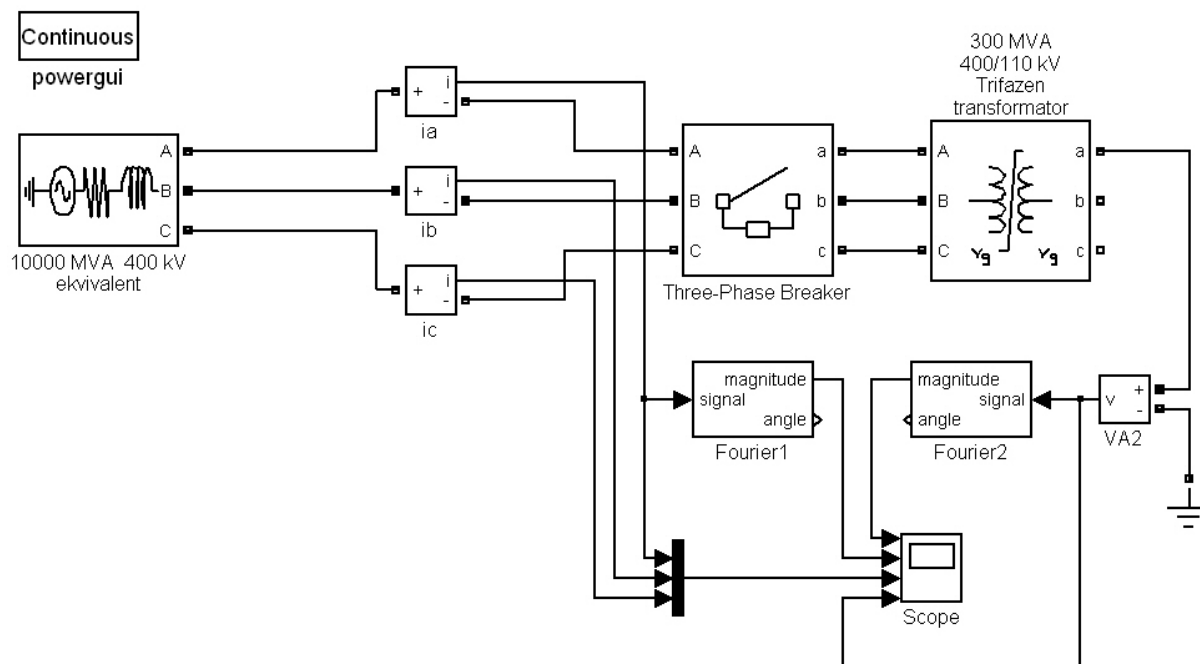
$$L_1 = L_2 = \frac{L_T}{2} = 0,02 \text{ pu}. \quad (3.8)$$

Единечната вредност на отпорот на гранката за магнетизирање изнесува

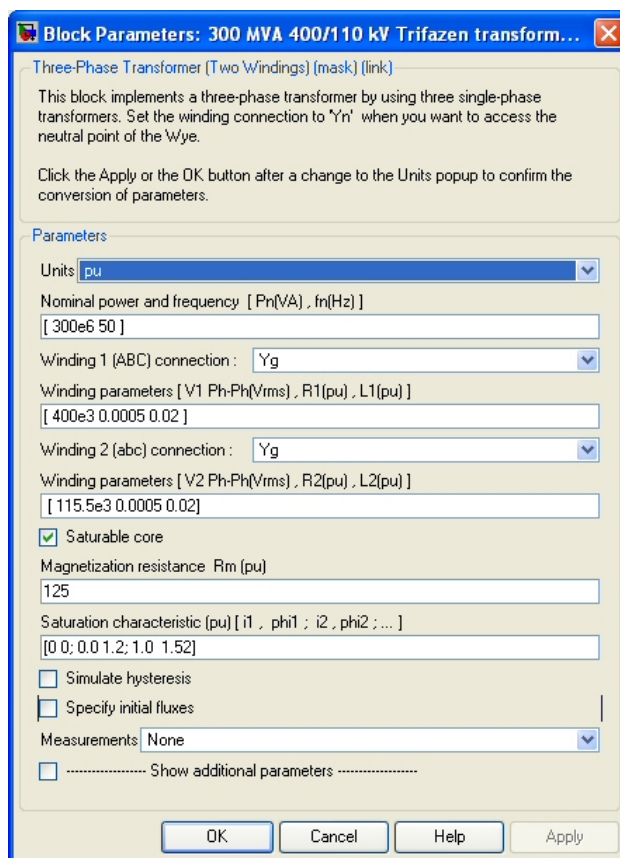
$$R_m = \frac{200000}{1600} = 125 \text{ pu}. \quad (3.9)$$

Моделот на колото е даден во Primer3_6.mdl а неговиот изглед е прикажан на сликата 3.29. Трансформаторот во колото е претставен со блок кој што се наоѓа во SimPowersystems/Elements, а дијалогот преку кој што се внесуваат неговите параметри е даден на сликата 3.30. Во него имаме одбрано дека параметрите ќе ги внесуваме во единечни вредности. За двете намотки селектираме врска заземјена ѕвезда (Yg) и ги имаме внесено параметрите за линискиот напон, отпоноста и индуктивноста на намотките: [400e3 0.0005 0.02] за примарната и [115.5e3 0.0005 0.02] за секундарната намотка. За податоците за гранката за магнетизирање го внесуваме нејзиниот отпор (125 pu) и селектираме дека јадрото е со заситување (нема константна индуктивност на

намотките) при што за кривата на магнетизирање, во недостаток на други податоци, ги оставаме податоците дефинирани во самиот блок.



Слика 3.29. Симулација на вклучување на трифазен трансформатор во празен од



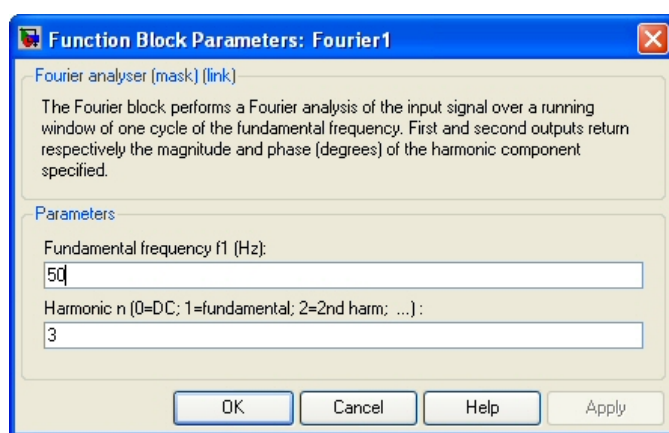
Слика 3.30. Параметри на трифазен трансформатор

Трансформаторот се напојува преку идеален трифазен извор чии параметри се внесуваат на идентичен начин како во претходните примери. Во серија со него се

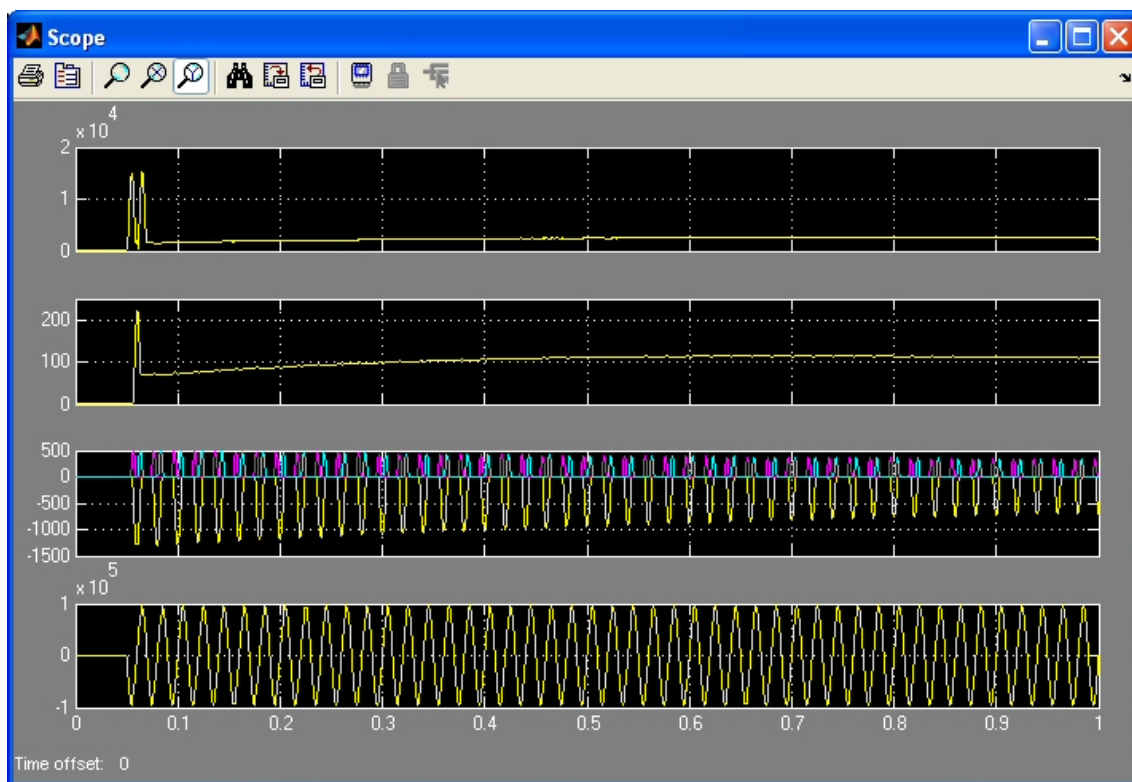
поврзани трифазно мерење на струи и трифазен прекинувач чие што време на вклучување е 0,05 s. На секундарот на трансформаторот, на фазата А, е приклучен блок за мерење на напонот. Мултиплексираните сигнали од трите фазни струи и сигналот од напонот се носат на осцилоскоп со 4 влеза.

На другите два влеза од осцилоскопот доаѓаат сигналите од фуриевата анализа на примарната струја во фазата А и напонот на секундарот од фазата А. Блокот за фуриева трансформација се наоѓа во SimPowerSystems/Extra Library/Measurements, а дијалогот за негово нагодување е прикажан на сликата 3.31. Во него се внесува основната фреквенција (50 Hz) и редниот број на хармоникот кој што сакаме да го добиеме на излезот од блокот.

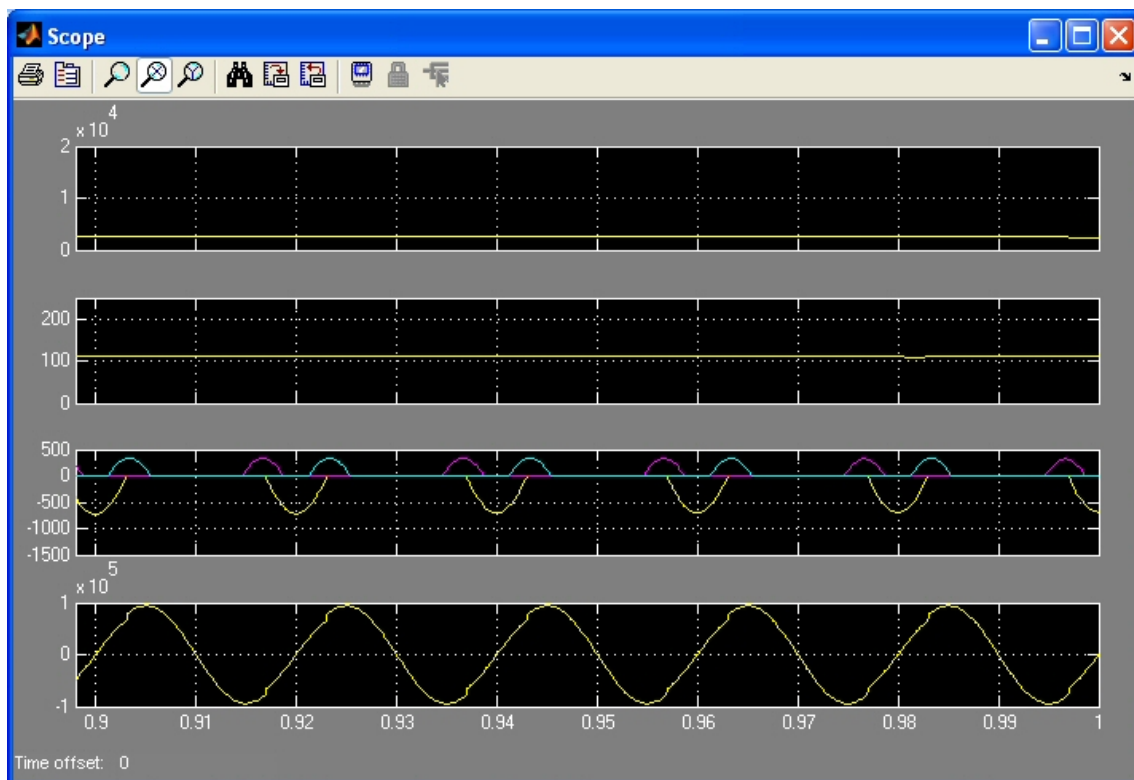
Резултатите од симулацијата се прикажани на сликата 3.32, а дијаграмите зумирани во опсегот 0,9–1 s се прикажани на сликата 3.33 каде што се забележува значителна компонента на третиот хармоник на струјата чиј што облик е далеку од синусен.



Слика 3.31. Параметри на блокот за фуриева трансформација



Слика 3.32. Струи и напони при пуштање на трансформатор во празен од



Слика 3.33. Струи и напони при пуштање на трансформатор во празен од (деталј)

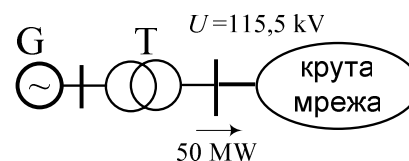
□ □ □

Пример 3.7. Турбогенератор G преку својот блок трансформатор T може да се смета дека е поврзан на крута мрежа чиј што напон е константен и изнесува $115,5 \text{ kV}$. Моќноста која што генераторот ја оддава во мрежата изнесува 50 MW колку што е и механичката моќност на турбината (активните отпорности на генераторот и трансформаторот се занемарени). Во моментот $t_1 = 0,5 \text{ s}$ доаѓа до зголемување на механичката моќност на турбината на вредност од 60 MW . Да се одреди временскиот тек на промената на брзината на вртење на генераторот, оддадената електрична моќност како и аголот δ до моментот $t_2 = 5 \text{ s}$.

Бројни вредности:

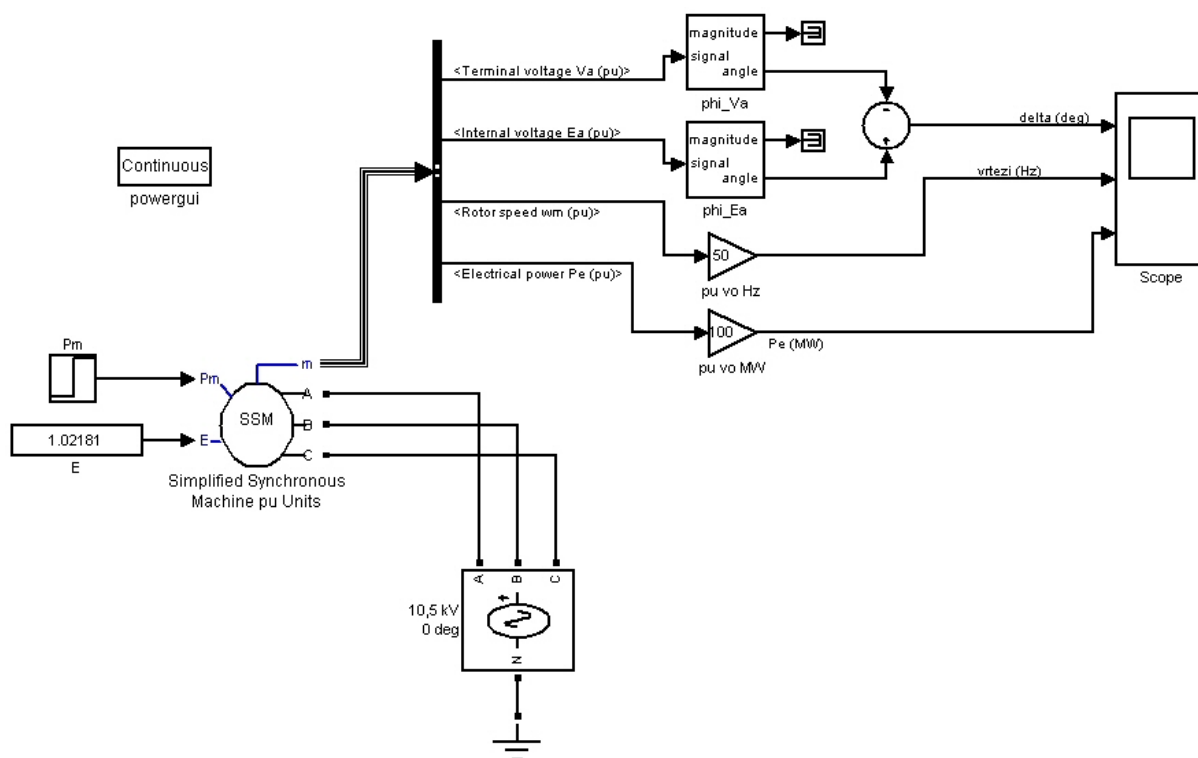
G : $S_n = 100 \text{ MVA}$; $U_n = 10,5 \text{ kV}$; $X''_d = X_i = 12\%$; $X'_d = 30\%$;
 $X_d = 120\%$; $T_J = 6 \text{ s}$, $K = 20$ (конст. на придушување).

T : $S_n = 100 \text{ MVA}$; $U_{n1}/U_{n2} = 10,5/115,5 \text{ kV/kV}$; $u_k = 12 \%$.

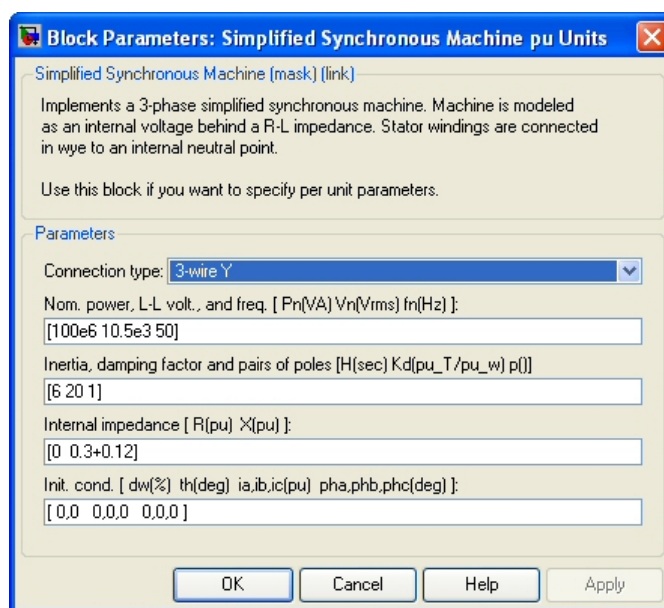


Решение

Моделот на колото според кое ќе ги правиме симулациите е Primer3_7.mdl и е даден на сликата 3.34. Синхрониот генератор е претставен со упростен модел во единични вредности (Simplified Synchronous Machine pu Units) кој што се наоѓа во библиотеката SimPowerSystems/Machines. Тој има три приклучоци за фазите А, В и С и два влезни сигнали за параметрите P_m (механичка моќност) и E (електромоторна сила). Освен тоа тој има и еден излезен сигнал означен со m кој што всушност е збир од поголем број сигнали за кои ќе стане збор подоцна. Со двојно кликување врз блокот го добиваме дијалогот за внесување податоци прикажан на сликата 3.35.



Слика 3.34. Синхрон генератор на крута мрежа

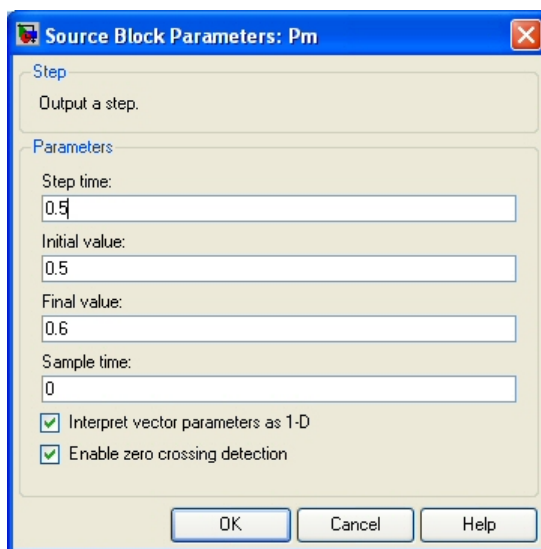


Слика 3.35. Параметри на синхронизираниот генератор

Параметрите на синхронизираниот генератор се состојат од 4 групи на податоци кои се внесуваат како 4 матрици во соодветните полиња на дијалогот. Во првата група на податоци се внесуваат номиналната моќност, напон и фреквенција [100e6 10.5e3 50]. Во втората група на податоци се внесуваат времето на залет, коефициентот на придушување на осцилациите и бројот на парови полови [6 20 1]. Во третата група на податоци се внесуваат активниот отпор и реактацијата на генераторот [0 0.3+0.12]. За реактацијата на генераторот тука е внесен збирот од реактациите на генераторот и трансформаторот изразени во единични вредности (0.3+0.12). На таков начин во блокот за генераторот е еквивалентиран и трансформаторот поради што немаме внесено посебен блок за него. Во четвртата група на податоци се внесуваат податоци за

почетната состојба на одредени величини како што се промена на аголната брзина, аголот δ , вредностите на фазните струи и нивните фазни агли. Тука привремено имаме внесено вектор со нули $[0,0 \ 0,0,0 \ 0,0,0]$, а потоа почетните услови ќе ги пресметаме со помош на самиот Simulink.

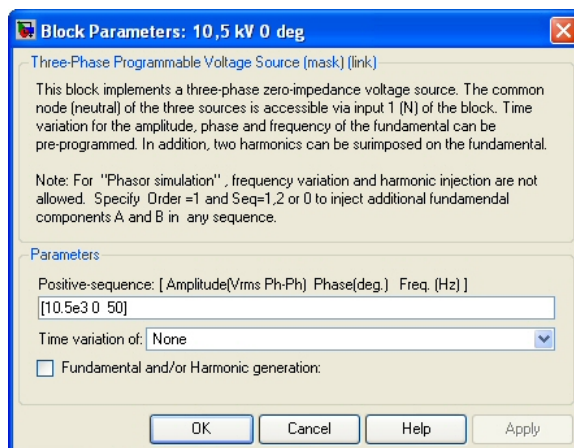
Механичката моќност на генераторот е дефинирана со помош на правоаголен импулс зададен со Step блок кој што се наоѓа во Simulink/Sources. Дијалогот за внесување на неговите податоци е прикажан на сликата 3.36. Кај него е дефинирана почетна вредност 0.5 (одговара на 50 MW) и крајна вредност 0.6 (одговара на 60 MW), а временскиот момент кога ќе се случи промената е дефиниран во полето Step time и тој изнесува 0.5.



Слика 3.36. Дефинирање на механичката моќност

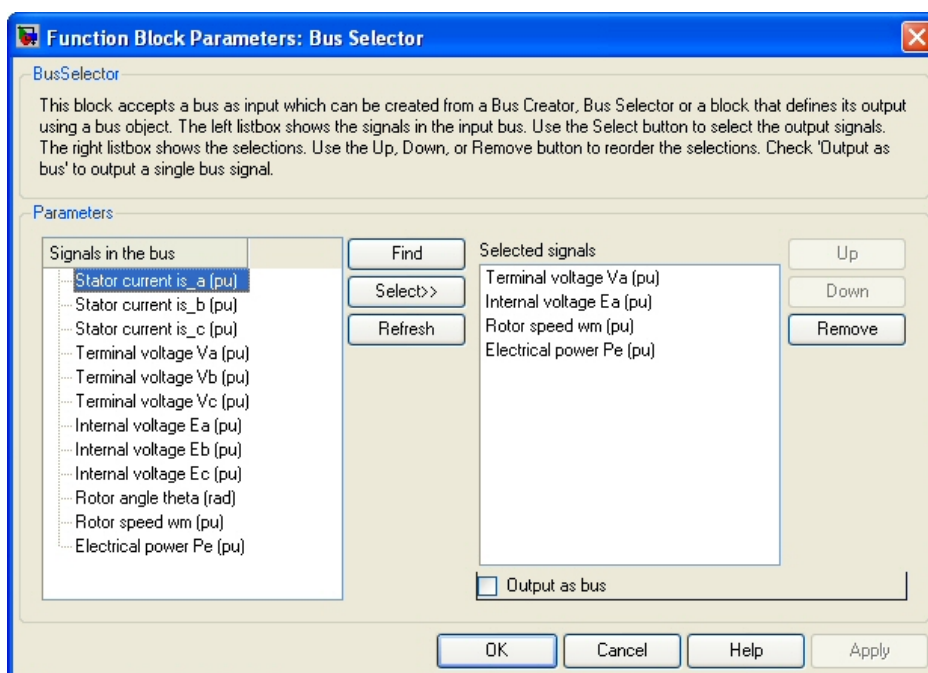
Електромоторната сила е дефинирана со помош на блок константа кој што се наоѓа во Simulink/Sources. На почетокот на таа константа и задаваме вредност 1.

Крутата мрежа ја моделираме со блокот Three-Phase Programmable Voltage Source кој што се наоѓа во SimPowerSystems/Electrical Sources и кој што всушност претставува трифазен напонски генератор на кој може да му се зададе (програмира) начин на промена на неговиот напон. Дијалогот за внесување на неговите податоци е прикажан на сликата 3.37 каде што се гледа дека имаме одбрано тој да е со константна временски непроменлива ефективна вредност на напонот со тоа што None во полето Time variation of.



Слика 3.37. Параметри на крутата мрежа

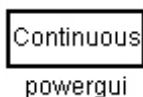
Излезениот сигнал означен со m од синхрониот генератор го водиме на блокот Bus Selector кој што се наоѓа во Simulink/Signal Routing. Неговата намена е од еден сигнал кој што се состои од група од повеќе сигнали да оддели некои сигнали кои што сакаме понатаму да ги обработуваме или прикажуваме. Со двојно кликување врз тој блок го добиваме дијалогот од сликата 3.38. На дијалогот имаме две рамки со сигнали, при што на левата страна се дадени сите можни сигнали (сите кои излегуваат од синхрониот генератор), додека на десната страна се дадени само оние сигнали кои што сакаме да се појава на излезот од блокот Bus Selector. Сигналите од левата рамка ги избираме со покажување со глушецот, а ги префрламе во десната рамка со кликување врз тастерот Select>>. На таков начин ги имаме одбрано сигналите Terminal voltage V_a (pu) – напон на излез од генераторот на фазата A, Internal voltage E_a (pu) – внатрешна електромоторна сила на генераторот на фазата A, Rotor speed ω_m (pu) – брзина на вртење на роторот на генераторот, Electrical power P_e (pu) – електрична моќност на генераторот.



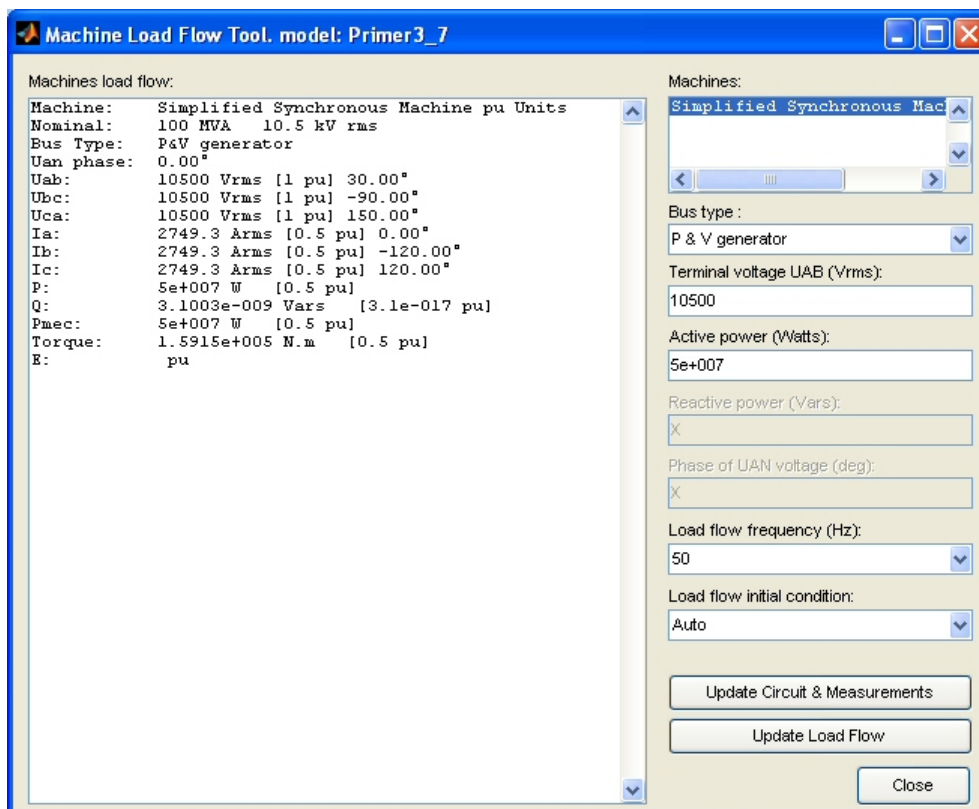
Слика 3.38. Избор на сигнали за приказ како излезни резултати

Првите два излезни сигнали ги праќаме во блокови за фуриева трансформација на кои им е зададено да го одредат првиот хармоник при што од резултатот од фуриевата трансформација го користиме само податокот за фазниот агол на хармоникот. Со тоа за напонот и електромоторната сила на генераторот ги одредуваме фазните агли, а со нивно одземање го добиваме аголот δ кој што го прикажуваме како прв сигнал на осцилоскопот со 3 влезови. Сигналот за брзината на вртење на роторот на генераторот го множиме со 50 со што неговата брзина ја добиваме во Hz и ја прикажуваме како втор сигнал на осцилоскопот. На крајот, сигналот за електричната моќност го множиме со 100 со што добиваме вредности на моќноста изразени во MW кои што ги прикажуваме како трет сигнал на осцилоскопот.

Пред да започнеме со симулацијата е потребно да ги одредиме почетните вредности на претходно наведените величини на генераторот. Тоа го правиме на следниот начин. Со двојно кликување на иконата

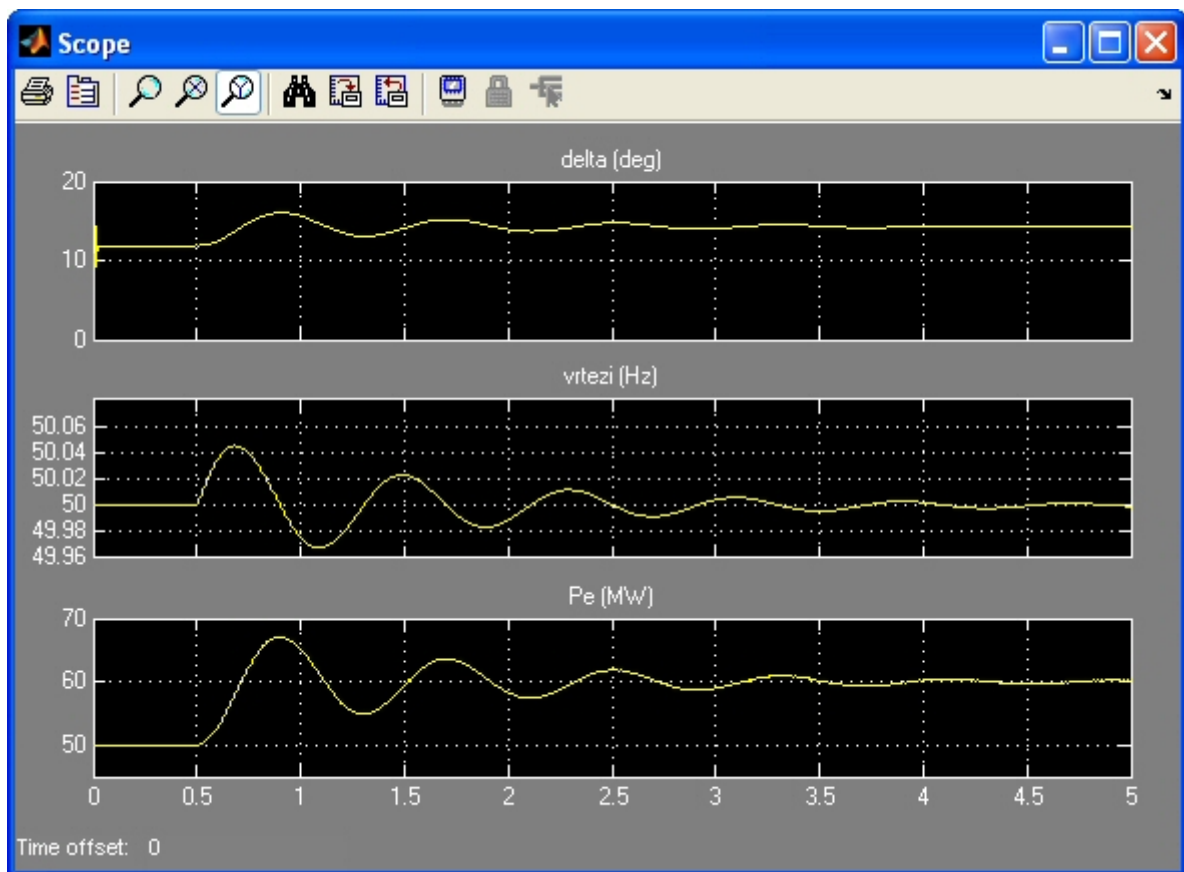


(ако неа ја нема во колото тогаш ќе ја активираме симулацијата без пресметка на почетните вредности, со што ќе добијеме погрешни резултати, но ќе постигнеме таа да се појави на шемата) го добиваме дијалогот од сликата 3.23 каде што кликуваме на Load Flow and Machine Initialization со што го добиваме дијалогот од сликата 3.39. Тука внесуваме вредност на напонот на генераторот (10500) и неговата активна моќност ($5e7$) и потоа кликуваме на Update Load Flow. Со тоа се пресметани почетните услови во колото, односно почетните вредности на соодветните величини и автоматски се префрлени во колото. Така на пример, почетните вредности промената на аголната брзина, аголот δ , вредностите на фазните струи и нивните фазни агли изнесуваат $[0 \ 11.8598 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0 \ -120 \ 120]$ (овие вредности можеме да ги видиме со двојно кликување врз генераторот и сите тие на почетокот имаа вредност 0).



Слика 3.39. Пресметка на почетните услови на генераторот

Со активирањето на симулацијата ги добиваме бараните промени на соодветните величини кои што се прикажани на сликата 3.40. Од резултатите се забележува дека електричната моќност на генераторот од моментот $t = 0,5 \text{ s}$ почнува да се менува и од вредност 50 MW на крајот од преодниот процес достигнува вредност од 60 MW. Во исто време аголот δ се менува од $11,9^\circ$ на $14,4^\circ$, а брзината на вртење во текот на преодниот процес има вредности различни од 50 Hz но на крајот таа повторно се стабилизира на 50 Hz. Промената на сите величини оди со придушени синусни осцилации што значи дека генераторот е динамички стабилен.



Слика 3.40. Промената на брзината на вртење на генераторот, оддадената електрична моќност како и аголот δ

4. Решавање на преодни процеси со примена на PSCAD

Текстот кој што следува е преземан од книгата Neville Watson and Jos Arrillaga, *Power Systems Electromagnetic Transients Simulation*, Published by: The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 2003.

4.1. Introduction

A continuous function can be simulated by substituting a numerical integration formula into the differential equation and rearranging the function into an appropriate form. Among the factors to be taken into account in the selection of the numerical integrator are the error due to truncated terms, its properties as a differentiator, error propagation and frequency response.

Numerical integration substitution (NIS) constitutes the basis of Dommel's EMTP [1]–[3], which, as explained in the introductory chapter, is now the most generally accepted method for the solution of electromagnetic transients. The EMTP method is an integrated approach to the problems of:

- forming the network differential equations
- collecting the equations into a coherent system to be solved
- numerical solution of the equations.

The trapezoidal integrator (described in Appendix C) is used for the numerical integrator substitution, due to its simplicity, stability and reasonable accuracy in most circumstances. However, being based on a truncated Taylor's series, the trapezoidal rule can cause numerical oscillations under certain conditions due to the neglected terms [4]. This problem will be discussed further in Chapters 5 and 9.

The other basic characteristic of Dommel's method is the discretisation of the system components, given a predetermined time step, which are then combined in a solution for the nodal voltages. Branch elements are represented by the relationship which they maintain between branch current and nodal voltage.

This chapter describes the basic formulation and solution of the numerical integrator substitution method as implemented in the electromagnetic transient programs.

4.2. Discretisation of R, L, C Elements

4.2.1. Resistance

The simplest circuit element is a resistor connected between nodes k and m , as shown in Figure 4.1, and is represented by the equation:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{R}(v_k(t) - v_m(t)) \quad (4.1)$$

Resistors are accurately represented in the EMTP formulation provided R is not too small. If the value of R is too small its inverse in the system matrix will be large, resulting in poor conditioning of the solution at every step. This gives inaccurate results due to the finite precision of numerical calculations. On the other hand, very large values of R do not degrade the overall solution. In EMTDC version 3 if R is below a threshold (the default threshold value is 0.0005) then R is automatically set to zero and a modified solution method used.

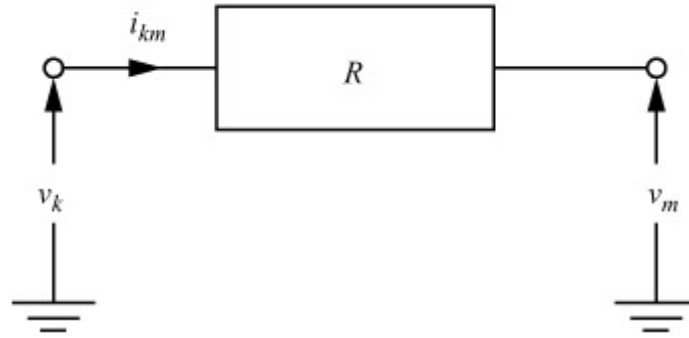


Figure 4.1: Resistor

4.2.2. Inductance

The differential equation for the inductor shown in Figure 4.2 is:

$$v_L = v_k - v_m = L \frac{di_{km}}{dt} \quad (4.2)$$

Rearranging:

$$i_{km}(t) = i_{km}(t-\Delta t) + \int_{t-\Delta t}^t (v_k - v_m) dt \quad (4.3)$$

Applying the trapezoidal rule gives:

$$i_{km}(t) = i_{km}(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} ((v_k - v_m)(t) + (v_k - v_m)(t-\Delta t)) \quad (4.4)$$

$$= i_{km}(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} (v_k(t-\Delta t) - v_m(t-\Delta t)) + \frac{\Delta t}{2L} (v_k(t) - v_m(t)) \quad (4.5)$$

$$i_{km}(t) = I_{\text{History}}(t - \Delta t) + \frac{1}{R_{\text{eff}}} (v_k(t) - v_m(t)) \quad (4.6a)$$

This equation can be expressed in the form of a Norton equivalent (or companion circuit) as illustrated in Figure 4.3. The term relating the current contribution at the present time step to voltage at the present time step ($1/R_{\text{eff}}$) is a conductance (instantaneous term) and the contribution to current from the previous time step quantities is a current source (History term).

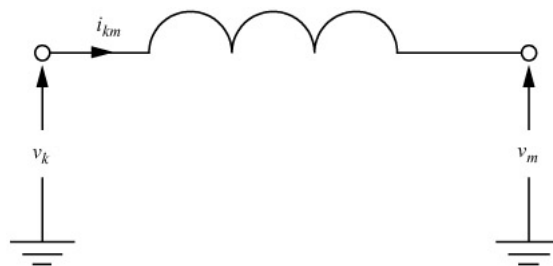


Figure 4.2: Inductor

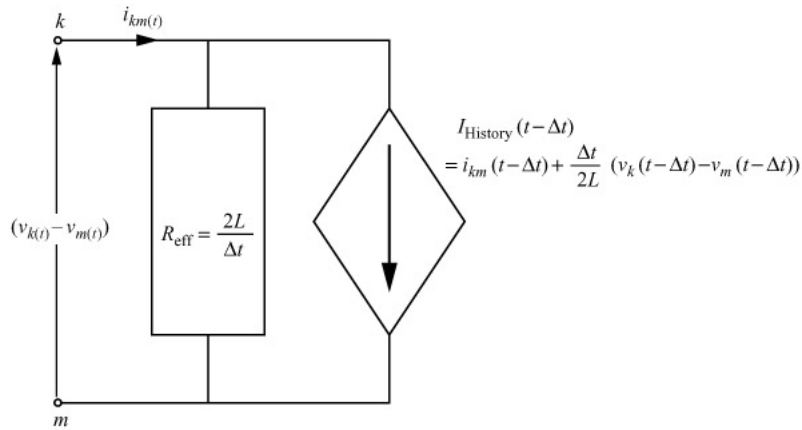


Figure 4.3: Norton equivalent of the inductor

In equation 4.6 $I_{\text{History}}(t - \Delta t) = i_{km}(t - \Delta t) + (\Delta t/2L)(v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t))$ and

$$R_{\text{eff}} = \frac{2L}{\Delta t}. \quad (4.6b)$$

The term $2L/\Delta t$ is known as the instantaneous term as it relates the current to the voltage at the same time point, i.e. any change in one will instantly be reflected in the other. As an effective resistance, very small values of L or rather $2L/\Delta t$, can also result in poor conditioning of the conductance matrix.

Transforming equation 4.6 to the z -domain gives:

$$I_{km}(z) = z^{-1} I_{km}(z) + \frac{\Delta t}{2L} (1 + z^{-1})(V_k(z) - V_m(z))$$

Rearranging gives the following transfer between current and voltage in the z -domain:

$$\frac{I_{km}(z)}{(V_k(z) - V_m(z))} = \frac{\Delta t}{2L} \frac{(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})} \quad (4.7)$$

4.2.3. Capacitance

With reference to Figure 4.4 the differential equation for the capacitor is:

$$i_{km}(t) = C \frac{d(v_k(t) - v_m(t))}{dt} \quad (4.8)$$

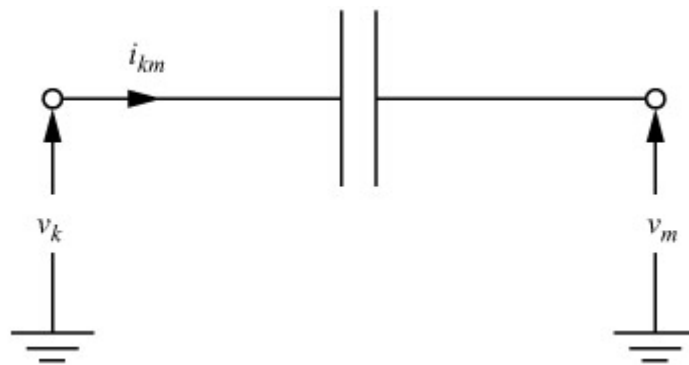


Figure 4.4: Capacitor

Integrating and rearranging gives:

$$v_{km}(t) = (v_k(t) - v_m(t)) = (v_k(t-\Delta t) - v_m(t-\Delta t)) + \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^t i_{km} dt \quad (4.9)$$

and applying the trapezoidal rule:

$$v_{km}(t) = (v_k(t) - v_m(t)) = (v_k(t-\Delta t) - v_m(t-\Delta t)) + \frac{\Delta t}{2C} (i_{km}(t) + i_{km}(t-\Delta t)) \quad (4.10)$$

Hence the current in the capacitor is given by:

$$\begin{aligned} i_{km}(t) &= \frac{2C}{\Delta t} (v_k(t) - v_m(t)) - i_{km}(t-\Delta t) - \frac{2C}{\Delta t} (v_k(t-\Delta t) - v_m(t-\Delta t)) \\ &= \frac{1}{R_{\text{eff}}} [v_k(t) - v_m(t)] + I_{\text{History}}(t-\Delta t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

which is again a Norton equivalent as depicted in Figure 4.5. The instantaneous term in equation 4.11 is:

$$R_{\text{eff}} = \frac{\Delta t}{2C} \quad (4.12)$$

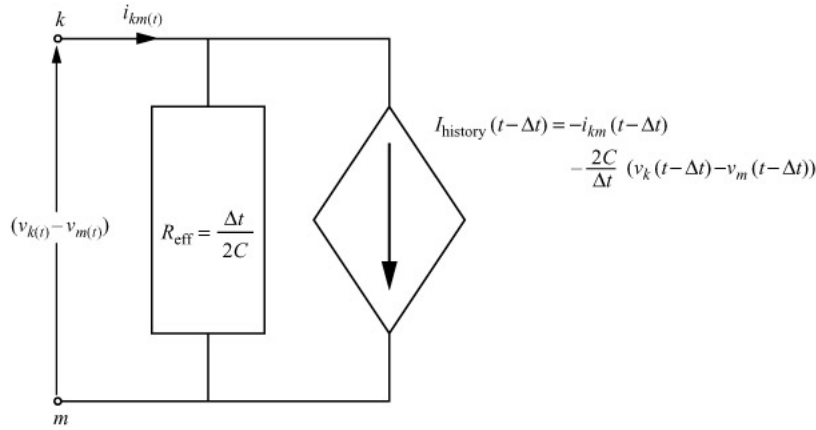


Figure 4.5: Norton equivalent of the capacitor

Thus very large values of C , although they are unlikely to be used, can cause ill conditioning of the conductance matrix.

The History term represented by a current source is:

$$I_{\text{History}}(t-\Delta t) = -i_{km}(t-\Delta t) - \frac{2C}{\Delta t} (v_k(t-\Delta t) - v_m(t-\Delta t)) \quad (4.13)$$

Transforming to the z -domain gives:

$$I_{km} = -z^{-1} I_{km} - \frac{2C}{\Delta t} (V_k - V_m) z^{-1} + \frac{2C}{\Delta t} (V_k - V_m) \quad (4.14)$$

$$\frac{I_{km}}{(V_k - V_m)} = \frac{2C}{\Delta t} \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})} \quad (4.15)$$

It should be noted that any implicit integration formula can be substituted into a differential equation to form a difference equation (and a corresponding Norton equivalent). Table 4.1 shows the Norton components that result from using three different integration methods.

Table 4.1: Norton components for different integration formulae

Integration method	R_{eq}	$I_{History}$
<i>Inductor</i>		
Backward Euler	$\frac{L}{\Delta t}$	i_{n-1}
Trapezoidal	$\frac{2L}{\Delta t}$	$i_{n-1} + \frac{\Delta t}{2L} v_{n-1}$
Gear 2 nd order	$\frac{3L}{2\Delta t}$	$\frac{4}{3}i_{n-1} - \frac{1}{3}i_{n-2}$
<i>Capacitor</i>		
Backward Euler	$\frac{\Delta t}{C}$	$-\frac{C}{\Delta t} v_{n-1}$
Trapezoidal	$\frac{\Delta t}{2C}$	$-\frac{C}{\Delta t} v_{n-1} - i_{n-1}$
Gear 2 nd order	$\frac{2\Delta t}{3C}$	$-\frac{2C}{\Delta t} v_{n-1} - \frac{C}{2\Delta t} v_{n-2}$

4.3. Dual Norton Model of the Transmission Line

A detailed description of transmission line modelling is deferred to Chapter 6. The single-phase lossless line [4] is used as an introduction at this stage, to illustrate the simplicity of Dommel's method.

Consider the lossless distributed parameter line depicted in Figure 4.8, where L' is the inductance and C' the capacitance per unit length. The wave propagation equations for this line are:

$$-\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = L' \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (4.22)$$

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C' \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (4.23)$$

and the general solution:

$$i(x, t) = f_1(x - \omega t) + f_2(x + \omega t) \quad (4.24)$$

$$v(x, t) = Z \cdot f_1(x - \omega t) - Z \cdot f_2(x + \omega t) \quad (4.25)$$

with $f_1(x - \omega t)$ and $f_2(x + \omega t)$ being arbitrary functions of $(x - \omega t)$ and $(x + \omega t)$ respectively. $f_1(x - \omega t)$ represents a wave travelling at velocity ω in a forward direction (depicted in Figure 4.8) and $f_2(x + \omega t)$ a wave travelling in a backward direction. Z_C , the surge or characteristic impedance and ω , the phase velocity, are given by:

$$Z_C = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (4.26)$$

$$\varpi = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad (4.27)$$

Multiplying equation 4.24 by Z_C and adding it to, and subtracting it from, equation 4.25 leads to:

$$v(x, t) + Z_C \cdot i(x, t) = 2Z_C \cdot f_1(x - \varpi t) \quad (4.28)$$

$$v(x, t) - Z_C \cdot i(x, t) = -2Z_C \cdot f_2(x + \varpi t) \quad (4.29)$$

It should be noted that $v(x, t) + Z_C \cdot i(x, t)$ is constant when $(x - \varpi t)$ is constant. If d is the length of the line, the travelling time from one end (k) to the other end (m) of the line to observe a constant $v(x, t) + Z_C \cdot i(x, t)$ is:

$$\tau = d/\varpi = d\sqrt{L'C'} \quad (4.30)$$

Hence

$$v_k(t - \tau) + Z_C \cdot i_{km}(t - \tau) = v_m(t) + Z_C \cdot (-i_{mk}(t)) \quad (4.31)$$

Rearranging equation 4.31 gives the simple two-port equation for i_{mk} , i.e.

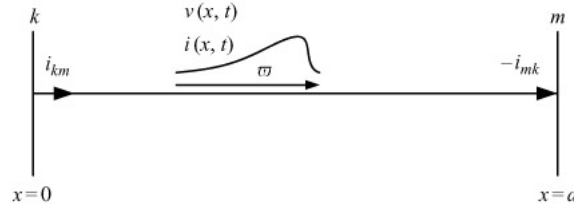


Figure 4.8: Propagation of a wave on a transmission line

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_C} v_m(t) + I_m(t - \tau) \quad (4.32)$$

where the current source from past History terms is:

$$I_m(t - \tau) = -\frac{1}{Z_C} v_k(t - \tau) - i_{km}(t - \tau) \quad (4.33)$$

Similarly for the other end

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_C} v_k(t) + I_k(t - \tau) \quad (4.34)$$

where

$$I_k(t - \tau) = -\frac{1}{Z_C} v_m(t - \tau) - i_{mk}(t - \tau)$$

The expressions $(x - \varpi t) = \text{constant}$ and $(x + \varpi t) = \text{constant}$ are called the characteristic equations of the differential equations.

Figure 4.9 depicts the resulting two-port model. There is no direct connection between the two terminals and the conditions at one end are seen indirectly and with time delays (travelling time) at the other through the current sources. The past History terms are stored in a ring buffer and hence the maximum travelling time that can be represented is the time step multiplied by the number of locations in the buffer. Since the time delay is not usually a

multiple of the time-step, the past History terms on either side of the actual travelling time are extracted and interpolated to give the correct travelling time.

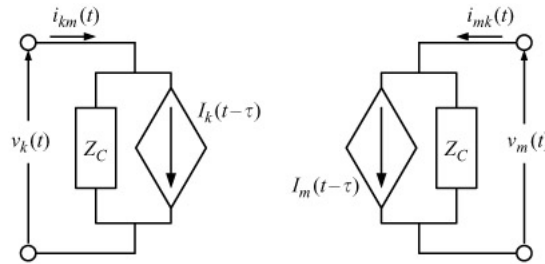


Figure 4.9: Equivalent two-port network for a lossless line

4.4. Network Solution

With all the network components represented by Norton equivalents a nodal formulation is used to perform the system solution.

The nodal equation is:

$$[G]\mathbf{v}(t) = \mathbf{i}(t) + \mathbf{I}_{\text{History}} \quad (4.35)$$

where:

- $[G]$ is the conductance matrix
- $\mathbf{v}(t)$ is the vector of nodal voltages
- $\mathbf{i}(t)$ is the vector of external current sources
- $\mathbf{I}_{\text{History}}$ is the vector current sources representing past history terms.

The nodal formulation is illustrated with reference to the circuit in Figure 4.10 [5] where the use of Kirchhoff's current law at node 1 yields:

$$i_{12}(t) + i_{13}(t) + i_{14}(t) + i_{15}(t) = i_1(t) \quad (4.36)$$

Expressing each branch current in terms of node voltages gives:

$$i_{12}(t) = \frac{1}{R}(v_1(t) - v_2(t)) \quad (4.37)$$

$$i_{13}(t) = \frac{\Delta t}{2L}(v_1(t) - v_3(t)) + I_{13}(t - \Delta t) \quad (4.38)$$

$$i_{14}(t) = \frac{2C}{\Delta t}(v_1(t) - v_4(t)) + I_{14}(t - \Delta t) \quad (4.39)$$

$$i_{15}(t) = \frac{1}{Z}v_1(t) + I_{15}(t - \tau) \quad (4.40)$$

Substituting these gives the following equation for node 1:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} + \frac{\Delta t}{2L} + \frac{2C}{\Delta t} + \frac{1}{Z} \right) v_1(t) - \frac{1}{R}v_2(t) - \frac{\Delta t}{2L}v_3(t) - \frac{2C}{\Delta t}v_4(t) \\ = I_1(t - \Delta t) - I_{13}(t - \Delta t) - I_{14}(t - \Delta t) - I_{15}(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (4.41)$$

Note that $[G]$ is real and symmetric when incorporating network components. If control equations are incorporated into the same $[G]$ matrix, the symmetry is lost; these are, however, solved separately in many programs. As the elements of $[G]$ are dependent on the time step, by keeping the time step constant $[G]$ is constant and triangular factorisation can be performed before entering the time step loop. Moreover, each node in a power system is connected to only a few other nodes and therefore the conductance matrix is sparse. This property is exploited by only storing non-zero elements and using optimal ordering elimination schemes.

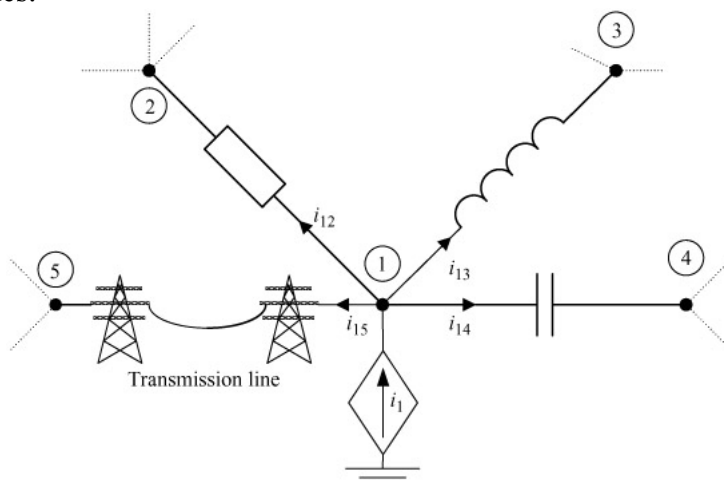


Figure 4.10: Node 1 of an interconnected circuit

Some of the node voltages will be known due to the presence of voltage sources in the system, but the majority are unknown. In the presence of series impedance with each voltage source the combination can be converted to a Norton equivalent and the algorithm remains unchanged.

Example: Conversion of voltage sources to current sources

To illustrate the incorporation of known voltages the simple network displayed in Figure 4.11 (a) will be considered. The task is to write the matrix equation that must be solved at each time point.

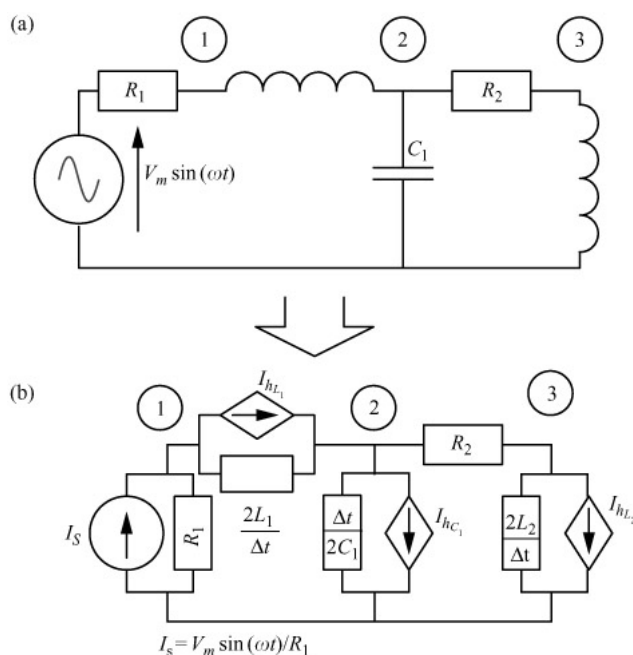


Figure 4.11: Example using conversion of voltage source to current source

Converting the components of Figure 4.11 (a) to Norton equivalents (companion circuits) produces the circuit of Figure 4.11 (b) and the corresponding nodal equation:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{\Delta t}{2L_1} & -\frac{\Delta t}{2L_1} & 0 \\ -\frac{\Delta t}{2L_1} & \frac{\Delta t}{2L_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2C_1}{\Delta t} & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{\Delta t}{2L_2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_m \sin(\omega t)}{R_1} - I_{hL_1} \\ I_{hL_1} - I_{hC_1} \\ -I_{hL_2} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Equation 4.42 is first solved for the node voltages and from these all the branch currents are calculated. Time is then advanced and the current sources representing History terms (previous time step information) are recalculated. The value of the voltage source is recalculated at the new time point and so is the matrix equation. The process of solving the matrix equation, calculating all currents in the system, advancing time and updating History terms is continued until the time range of the study is completed.

As indicated earlier, the conversion of voltage sources to Norton equivalents requires some series impedance, i.e. an ideal voltage source cannot be represented using this simple conductance method. A more general approach is to partition the nodal equation as follows:

$$\begin{bmatrix} [G_{UU}] & [G_{UK}] \\ [G_{KU}] & [G_{KK}] \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{v}_U(t) \\ \mathbf{v}_K(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{i}_U(t) \\ \mathbf{i}_K(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{U\text{History}} \\ \mathbf{I}_{K\text{History}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_U \\ \mathbf{I}_K \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

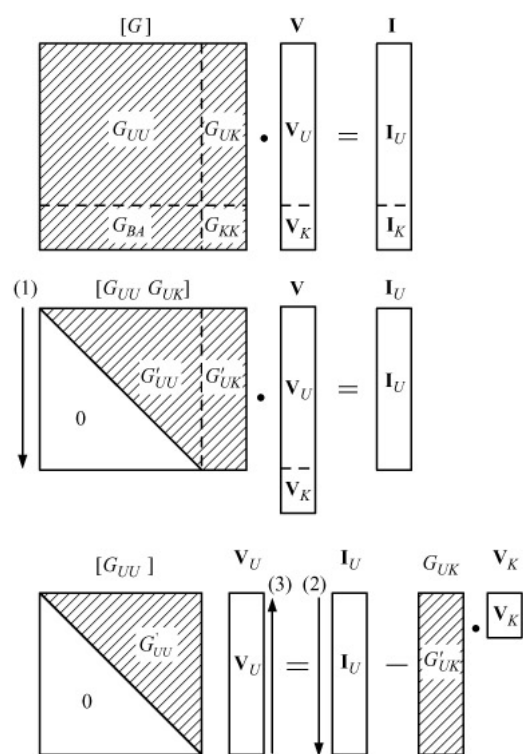
where the subscripts U and K represent connections to nodes with unknown and known voltages, respectively. Using Kron's reduction the unknown voltage vector is obtained from:

$$[G_{UU}]\mathbf{v}_U(t) = \mathbf{i}_U(t) + \mathbf{I}_{U\text{History}} - [G_{UK}]\mathbf{v}_K(t) = \mathbf{I}'_U \quad (4.44)$$

The current in voltage sources can be calculated using:

$$[G_{KU}]\mathbf{v}_U(t) + [G_{KK}]\mathbf{v}_K(t) - \mathbf{I}_{K\text{History}} = \mathbf{i}_K(t) \quad (4.45)$$

The process for solving equation 4.44 is depicted in Figure 4.12. Only the right-hand side of this equation needs to be recalculated at each time step. Triangular factorisation is performed on the augmented matrix $[G_{UU} \ G_{UK}]$ before entering the time step loop. The same process is then extended to $\mathbf{i}_U(t) - \mathbf{I}_{\text{History}}$ at each time step (forward solution), followed by back substitution to get $\mathbf{V}_U(t)$. Once $\mathbf{V}_U(t)$ has been found, the History terms for the next time step are calculated.



(1) Triangulation of matrix

(2) Forward reduction

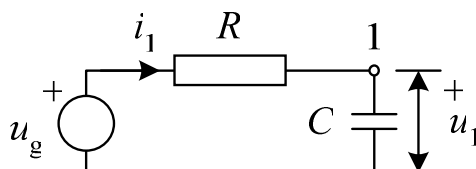
(3) Back substitution

Figure 4.12: Network solution with voltage sources

4.5. Примери

Пример 4.1. RC колото од сликата 4.13 со параметри $R = 1000 \, \Omega$ и $C = 100 \, \mu\text{F}$ е поврзано на идеален напонски генератор со напон u_g . Користејќи го методот на трапезна интеграција со временски чекор од $50 \, \mu\text{s}$ да се одреди напонот на јазелот 1 до временскиот момент $t = 1 \, \text{s}$ за следните два случаи:

- а) $u_g = 12 \, \text{V}$,
- б) $u_g = 12 \sin(100\pi t) \, \text{V}$.



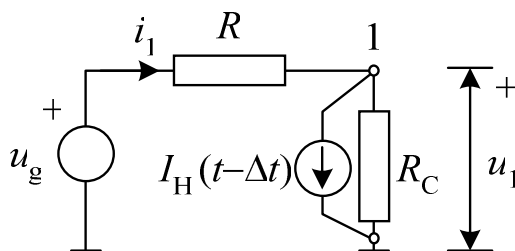
Слика 4.13. RC – коло

Решение

Еквивалентното коло за примена на правилото за трапезна интеграција е дадено на сликата 4.14. Параметрите на отпорникот R_C и струјниот генератор I_H со кои што е заменет кондензаторот ги пресметуваме според релациите (4.12) и (4.13) на следниот начин

$$R_C = \frac{\Delta t}{2C} = \frac{50}{2 \cdot 100} = 0,25 \, \Omega, \quad (4.46)$$

$$I_H(t - \Delta t) = -i_1(t - \Delta t) - \frac{u_1(t - \Delta t)}{R_C}. \quad (4.47)$$



Слика 4.14. Еквивалентно коло за RC – колото од сликата 4.13

Според методот на независни напони за колото од сликата 4.14 можеме да ја напишеме следната равенка

$$G_{11} \cdot u_1 = i_{g1}, \quad (4.48)$$

односно

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_C} \right) \cdot u_1 = \frac{u_g}{R} - I_H(t - \Delta t), \quad (4.49)$$

од каде што добиваме

$$u_1 = \frac{\frac{u_g}{R} - I_H(t - \Delta t)}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_C}}. \quad (4.50)$$

Струјата i_1 која што ни е потребна за пресметка на $I_H(t - \Delta t)$ изнесува

$$i_1 = \frac{u_g - u_1}{R}. \quad (4.51)$$

За да го пресметаме бараниот напон ќе ја користиме равенката (4.50) за сите временски моменти од 0 до 1 s со чекор од 50 μ s при што во секој чекор вредноста на струјата $I_H(t - \Delta t)$ која што се однесува на еден чекор пред разгледуваниот ќе ја пресметуваме со помош на релацијата (4.47) одкако претходно ќе ја пресметаме струјата i_1 со помош на релацијата (4.51). Целата постапка е дадена во програмата Primer_4_1a.m која што го има следниот изглед

```
clear; clc;
dt = 50e-6;
Tkraj = 1;
R = 1000;
C = 100e-6;
Ug = 12;
RC = dt / (2*C);
N = Tkraj / dt;
t = zeros(N, 1);
v1 = zeros(N, 1);
i1 = zeros(N, 1);
IH = 0;
for i = 1 : N
    t(i) = i * dt;
    if i > 1
        IH = -i1(i-1) - v1(i-1)/RC;
    end
    v1(i) = (Ug/R - IH)/(1/R + 1/RC);
    i1(i) = (Ug - v1(i))/R;
end
plot(t,v1);
```

Во неа пресметките се изведуваат во рамките на еден for циклус со N чекори каде што е $N = \text{Tkraj} / dt$. Во првиот чекор вредноста на струјата IH не се пресметува, односно се зема дека таа е нула, а за останатите таа се пресметува со изразот (4.47). Со активирање на програмата го добиваме решението прикажано на сликата 4.15.

За случајот под б) бараниот напон е прикажан на сликата 4.16 а тој е пресметан со програмата која што е дадена во датотеката Primer_4_1b.m која што го има следниот изглед

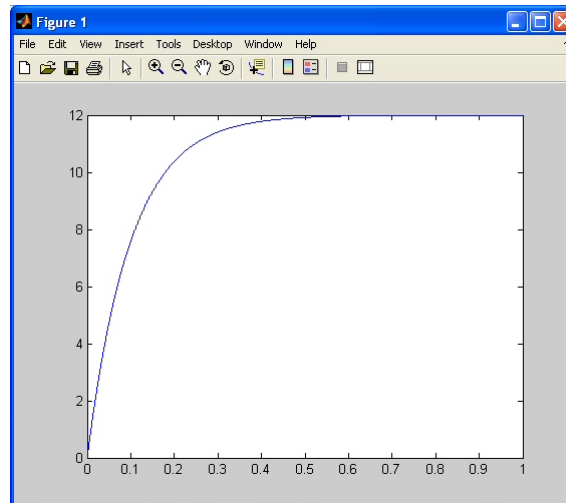
```
clear; clc;
dt = 50e-6;
Tkraj = 0.1;
R = 1000;
C = 27e-6;
Ug = 12;
RC = dt / (2* C);
N = Tkraj / dt;
t = zeros(N, 1);
```



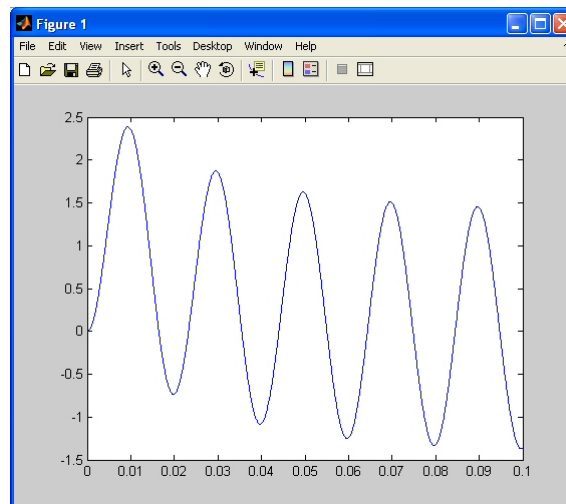
```

v1 = zeros(N, 1);
i1 = zeros(N, 1);
IH = 0;
for i = 1 : N
    t(i) = i * dt;
    if i > 1
        IH = -i1(i-1) - v1(i-1)/RC;
    end
    v1(i) = (Ug*sin(100*pi*t(i))/R - IH)/(1/R + 1/RC);
    i1(i) = (Ug*sin(100*pi*t(i)) - v1(i))/R;
end
plot(t,v1);

```



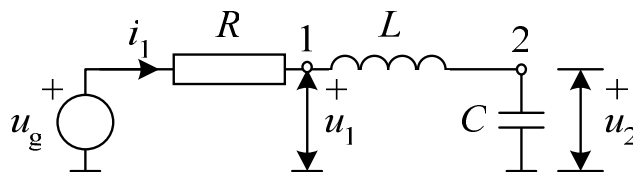
Слика 4.15. Напон на јазелот 1 во RC – колото за случајот под а)



Слика 4.16. Напон на јазелот 1 во RC – колото за случајот под б)

□ □ □

Пример 4.2. RLC колото од сликата 4.17 со параметри $R = 3,6 \, \Omega$, $L = 0,57 \, \text{H}$ и $C = 100 \, \mu\text{F}$ е поврзано на идеален напонски генератор со константен напон $u_g = 12 \, \text{V}$. Користејќи го методот на трапезна интеграција со временски чекор од $50 \, \mu\text{s}$ да се одреди струјата во колото до временскиот момент $t = 1 \, \text{s}$.



Слика 4.17. RLC – коло

Решение

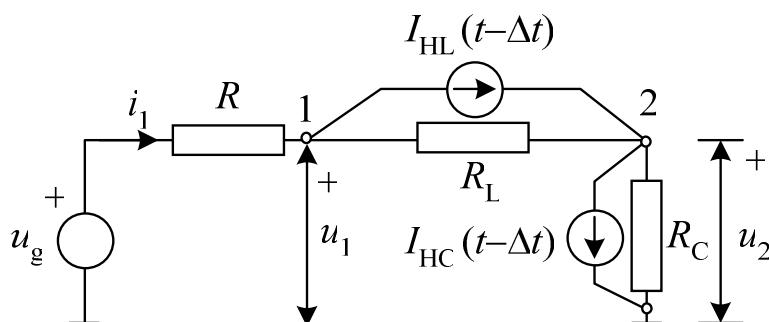
Еквивалентното коло за примена на правилото за трапезна интеграција е дадено на сликата 4.18. Параметрите на отпорникот R_C и струјниот генератор I_{HC} со кои што е заменет кондензаторот ги пресметуваме според релациите (4.12) и (4.13), додека параметрите на отпорникот R_L и струјниот генератор I_{HL} со кои што е заменет калемот ги пресметуваме според релациите (4.6a) и (4.6b) на следниот начин

$$R_C = \frac{\Delta t}{2C} = \frac{50}{2 \cdot 100} = 0,25 \, \Omega, \quad (4.52)$$

$$I_{HC}(t - \Delta t) = -i_1(t - \Delta t) - \frac{u_2(t - \Delta t)}{R_C}, \quad (4.53)$$

$$R_L = \frac{2L}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 0,57}{50 \cdot 10^{-6}} = 22800 \, \Omega, \quad (4.54)$$

$$I_{HL}(t - \Delta t) = i_1(t - \Delta t) + \frac{u_1(t - \Delta t) - u_2(t - \Delta t)}{R_L}. \quad (4.55)$$



Слика 4.18. Еквивалентно коло за RLC – колото од сликата 4.17

Според методот на независни напони за колото од сликата 4.17 можеме да ја напишеме следната равенка

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{g1} \\ i_{g2} \end{bmatrix}, \quad (4.56)$$

каде што

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{c|c} \frac{1}{R} + \frac{1}{R_L} & -\frac{1}{R_L} \\ \hline -\frac{1}{R_L} & \frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_C} \end{array} \right], \quad (4.57)$$

$$\mathbf{i}_g = \begin{bmatrix} \frac{u_g}{R} - I_{HL} \\ I_{HL} - I_{HC} \end{bmatrix}. \quad (4.58)$$

Напоните на независните јазли ги добиваме со решавање на системот равенки (4.54)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{i}_g, \quad (4.59)$$

каде што

$$\mathbf{Z} = \mathbf{G}^{-1}. \quad (4.60)$$

Струјата i_1 која што ни е потребна за пресметка на $I_{HL}(t - \Delta t)$ и $I_{HC}(t - \Delta t)$ изнесува

$$i_1 = \frac{u_g - u_1}{R}. \quad (4.61)$$

За да ги пресметаме напоните на независните јазли ќе ја користиме равенката (4.59) за сите временски моменти од 0 до 1 s со чекор од 50 μ s при што во секој чекор вредностите на струите $I_{HL}(t - \Delta t)$ и $I_{HC}(t - \Delta t)$ кои што се однесуваат на еден чекор пред разгледуваниот ќе ги пресметуваме со помош на релациите (4.53) и (4.55) одкако претходно ќе ја пресметаме струјата i_1 со помош на релацијата (4.61). Целата постапка е дадена во програмата Primer_4_2.m која што го има следниот изглед

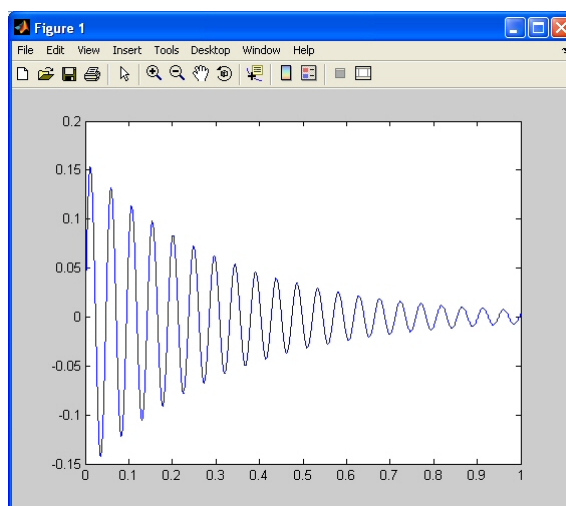
```
clear; clc;
dt = 50e-6;
Tkraj = 1;
R = 3.6;
L = 0.57;
C = 100e-6;
Ug = 12;
RL = 2*L / dt;
RC = dt / (2*C);
G = [
    1/R + 1/RL    -1/RL
    -1/RL         1/RL + 1/RC
];
Z = inv(G);
N = Tkraj / dt;
t = zeros(N, 1);
v1 = zeros(N, 1);
v2 = zeros(N, 1);
i1 = zeros(N, 1);
IHL = 0;
IHC = 0;
for i = 1 : N
```

```

t(i) = i * dt;
if i > 1
    IHL = i1(i-1) + (v1(i-1) - v2(i-1))/RL;
    IHC = -i1(i-1) - v2(i-1)/RC;
end
D = [
    Ug/R - IHL
    IHL - IHC
    ];
Rez = Z * D;
v1(i) = Rez(1);
v2(i) = Rez(2);
i1(i) = (Ug - v1(i))/R;
end
plot(t,i1);

```

Во неа пресметките се изведуваат во рамките на еден for циклус со N чекори каде што $N = T_{\text{kraj}} / dt$. Во првиот чекор вредноста на струите IH и IC не се пресметуваат, односно се зема дека тие се еднакви на нула. Со активирање на програмата го добиваме обликот на струјата прикажан на сликата 4.19. Доколку во командниот простор напишеме `plot(t,v1)` или `plot(t,v2)` ќе го добиеме и обликот на напоните на јазлите 1 и 2.



Слика 4.19. Струја во RLC – колото

□ □ □