

Високонапонски мрежи и системи

Пренос на електрична енергија со долги трифазни водови

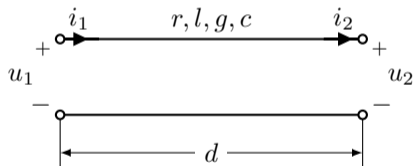
М. Тодоровски

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Факултет за електротехника и информациски технологии
mirko@feit.ukim.edu.mk, pees.feit.ukim.edu.mk

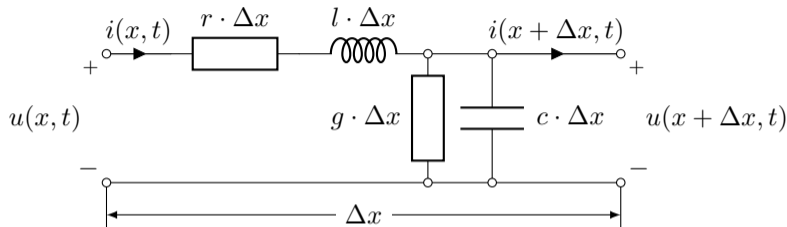


Двожичен вод

- r – надолжна отпорност (Ω/km),
- l – надолжна индуктивност (H/km),
- g – надолжна одводност (S/km),
- c – надолжна капацитивност (F/km),
- d – должина (km).



Сегмент од двожичен вод



Кирхофови закони за сегментот на водот

$$i(x, t) = i(x + \Delta x, t) + g \cdot \Delta x \cdot u(x + \Delta x, t) + c \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t},$$

$$u(x, t) = u(x + \Delta x, t) + r \cdot \Delta x \cdot i(x, t) + l \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t},$$

$$-\frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = g \cdot u(x + \Delta x, t) + c \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t},$$

$$-\frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} = r \cdot i(x, t) + l \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}.$$

Диференцијални равенки на водот

Телеграфски равенки

$$\begin{aligned}-\frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} &= g \cdot u(x + \Delta x, t) + c \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t}, \\ -\frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} &= r \cdot i(x, t) + l \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}.\end{aligned}$$

$\Delta x \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} &= g \cdot u(x, t) + c \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \\ -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} &= r \cdot i(x, t) + l \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}.\end{aligned}$$

Простопериодичен режим на водот

Простопериодичен напон и струја (функции од две променливи)

$$u(x, t) = \sqrt{2} \cdot U(x) \cdot \sin [\omega t + \theta(x)],$$

$$i(x, t) = \sqrt{2} \cdot I(x) \cdot \sin [\omega t + \psi(x)].$$

Комплексни претставници на напонот и струјата (функции од една променливи)

$$\underline{U} = U(x) \cdot e^{j\theta(x)},$$

$$\underline{I} = I(x) \cdot e^{j\psi(x)}.$$

Комплексни претставници на парцијалните изводи на напонот и струјата по времето t

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Rightarrow j\omega \underline{U}, \quad \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \Rightarrow j\omega \underline{I}.$$

Комплексни претставници на парцијалните изводи на напонот и струјата по растојанието x

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{d\underline{U}}{dx}, \quad \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{d\underline{I}}{dx}.$$

Диференцијални равенки на водот за простопериодичен режим

$$-\frac{d\underline{I}}{dx} = g \cdot \underline{U} + j\omega c \cdot \underline{U} = (g + j\omega c) \cdot \underline{U} = \underline{y} \cdot \underline{U},$$
$$-\frac{d\underline{U}}{dx} = r \cdot \underline{I} + j\omega l \cdot \underline{I} = (r + j\omega l) \cdot \underline{I} = \underline{z} \cdot \underline{I},$$

$$\underline{y} = g + j\omega c \quad \underline{z} = r + j\omega l$$

Со замена од едната во другата равенка се добива

$$\frac{d^2 \underline{U}}{dx^2} = \underline{z} \cdot \underline{y} \cdot \underline{U},$$
$$\frac{d^2 \underline{I}}{dx^2} = \underline{z} \cdot \underline{y} \cdot \underline{I}.$$

Општо решение на диференцијалните равенки

$$\underline{U}(x) = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}x},$$

$$\underline{I}(x) = \underline{C}_3 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_4 e^{\underline{\gamma}x},$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z} \cdot \underline{y}}$$

Коефициентот $\underline{\gamma}$ се нарекува коефициент на простирање, додека: \underline{C}_1 , \underline{C}_2 , \underline{C}_3 и \underline{C}_4 зависат од условите на почетокот и крајот од водот.

$$\underline{I} = -\frac{1}{\underline{z}} \frac{d\underline{U}}{dx} = \frac{1}{\underline{z}} \underline{C}_1 \underline{\gamma} e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{1}{\underline{z}} \underline{\gamma} \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}x},$$

$$\underline{U}(x) = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}x},$$

$$\underline{I}(x) = \frac{\underline{C}_1}{\underline{Z}_C} e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_C} e^{\underline{\gamma}x},$$

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}} \quad \text{карактеристична импеданција}$$

Равенки на водот

Гранични услови за крајот на водот

$$\underline{U}(x) \Big|_{x=d} = \underline{U}_2, \quad \underline{I}(x) \Big|_{x=d} = \underline{I}_2,$$

$$\underline{U}_2 = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma}d} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma}d},$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{C}_1}{\underline{Z}_C} e^{-\underline{\gamma}d} - \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_C} e^{\underline{\gamma}d},$$

од каде за константите \underline{C}_1 и \underline{C}_2 имаме

$$\underline{C}_1 = \frac{\underline{U}_2 + \underline{Z}_C \underline{I}_2}{2} e^{\underline{\gamma}d},$$
$$\underline{C}_2 = \frac{\underline{U}_2 - \underline{Z}_C \underline{I}_2}{2} e^{-\underline{\gamma}d}.$$

Напон и струја по должината на водот се

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma}(d-x) + \underline{Z}_C \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma}(d-x),$$
$$\underline{I}(x) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_C} \sinh \underline{\gamma}(d-x) + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma}(d-x).$$

Равенки на водот

Граничните услови на почетокот на водот

$$\underline{U}|_{x=0} = \underline{U}_1, \quad \underline{I}|_{x=0} = \underline{I}_1,$$

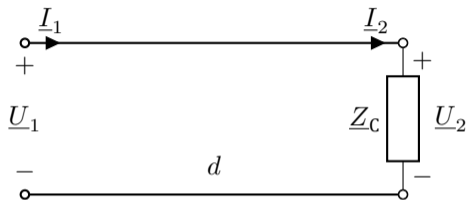
Равенки што ни даваат врска помеѓу напоните и струите на двата краја од водот

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma}d + \underline{Z}_C \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma}d,$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_C} \sinh \underline{\gamma}d + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma}d.$$

Карактеристична импеданија

На крајот од водот е поставена импеданција еднаква на \underline{Z}_C , $\underline{U}_2 = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_2$



$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 (\cosh \underline{\gamma}d + \sinh \underline{\gamma}d) = \underline{U}_2 \cdot e^{\underline{\gamma}d},$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_C} (\sinh \underline{\gamma}d + \cosh \underline{\gamma}d) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_C} \cdot e^{\underline{\gamma}d}.$$

$$\underline{Z}_{1, \text{вл.}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_C,$$

Влезна импеданција на почетокот на водот

Ако водот е затворен на крајот со \underline{Z}_C , тогаш и неговата влезна импеданција повторно ќе биде еднаква на \underline{Z}_C .

Карактеристична импеданција – идеален вод

Кога водот е идеален важи $r = 0$ и $g = 0$

$$\underline{Y} = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)} = j\omega\sqrt{lc} = j\beta,$$
$$\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}} = \sqrt{\frac{l}{c}} = Z_C,$$

карактеристична импеданција е реален број, а коефициентот на простирање е имагинарен број.

Идеален вод затворен со Z_C

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot e^{j\beta \cdot d},$$

напоните на двата краја имаат еднакви ефективни вредности и се фазно изместени за агол $\beta \cdot d$.

За $f = 50$ Hz, бранова должина 3600 km, имаме $\beta = 360/3600 = 0,06^\circ/\text{km}$. Кај вод со должина од 100 km напоните на двата краја ќе бидат еднакви и фазно изместени за 6° .

Трифазен вод

Во електроенергетиката е вообичаено да оперираме со меѓуфазни напони и со трифазни моќности

$$\underline{U} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_f,$$

$$\underline{I} = \underline{I}_f,$$

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{S}_f = 3 \cdot \underline{U}_f \cdot \underline{I}_f^* = \sqrt{3} \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^*,$$

Преносните равенки го имаат следниот облик

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cosh \underline{\gamma} l + \sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sinh \underline{\gamma} l,$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_2 \cdot \cosh \underline{\gamma} l.$$

Трифазен вод – моќност на крајот

На крајот од водот е приклучен потрошувач со моќност \underline{S}_2

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* \Rightarrow \underline{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_2^*},$$

Преносните равенки го имаат следниот облик

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\cosh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \cdot \sinh \underline{\gamma} l \cdot \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^2} \right),$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \left(\sinh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \cdot \cosh \underline{\gamma} l \cdot \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^2} \right),$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\cosh \underline{\gamma} l + \sinh \underline{\gamma} l \cdot \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{S}_{N2}^*} \right),$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot \left(\sinh \underline{\gamma} l + \cosh \underline{\gamma} l \cdot \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{S}_{N2}^*} \right).$$

Природна моќност на водот

$$\underline{S}_{N2} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_{N2}^* = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_2 \cdot \left(\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \right)^* = \frac{U_2^2}{\underline{Z}_c^*}.$$

Трифазен вод – пренос на природна моќност

Водот пренесува природна моќност $\underline{S}_2 = \underline{S}_{N2} = U_2^2 / \underline{Z}_c^*$

Преносните равенки го имаат следниот облик

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot (\cosh \underline{\gamma} l + \sinh \underline{\gamma} l) = \underline{U}_2 \cdot e^{\underline{\gamma} l}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot (\sinh \underline{\gamma} l + \cosh \underline{\gamma} l) = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_c} \cdot e^{\underline{\gamma} l}$$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = e^{\underline{\gamma} l} = e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l}, \quad \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = e^{\underline{\gamma} l} = e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l}.$$

Фазната разлика меѓу напоните \underline{U}_1 и \underline{U}_2 (истото тоа важи и за струите \underline{I}_1 и \underline{I}_2) изнесува

$$\Delta\theta = \beta \cdot l = 0,06 \cdot l (^{\circ})$$

Ефективната вредност на напонот U_1 е $e^{\alpha l}$ пати поголема од ефективната вредност на напонот U_2

Карактеристична импеданција

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}} = \sqrt{\frac{r + jx}{g + jb}} = R_c + jX_c,$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z} \cdot \underline{y}} = \sqrt{(r + jx) \cdot (g + jb)} = \alpha + j\beta.$$

α е коефициент на придушување

β е коефициент на фазно поместување

Пример 2.1

Вод со номинален напон 220 kV со должина $l = 400$ km има надолжни параметри: $r = 0,09 \Omega/\text{km}$; $x = 0,41856 \Omega/\text{km}$; $g = 0$ и $b = 2,62 \mu\text{S}/\text{km}$. Водот на крајот е оптоварен со моќност $P_2 = 70$ MW и $Q_2 = 23,1$ Mvar. Освен тоа познат е напонот на крајот од водот $U_2 = 220 \angle 0^\circ$ kV. Потребно е да се пресмета комплексната вредност на напонот на почетокот од водот.

programi/vodovi/primer_2_1.m

```
1 z = 0.09 + 1j*0.41856;
2 y = 1j*2.62e-6;
3 S2 = 70 + 1j*23.1
4 U2 = 220;
5 l = 400;
6 Zc = sqrt(z/y)
7 gama = sqrt(z*y)
8 Sn2 = U2^2/conj(Zc)
9 U1 = U2*(cosh(gama*l) + conj(S2/Sn2)*sinh(gama*l))
10 U1_modul = abs(U1)
11 U1_agol = angle(U1)/pi*180
```

Пример 2.1

```
>> primer_2_1
S2 =
  70.0000 + 23.1000i
Zc =
  4.0197e+02 - 4.2728e+01i
gama =
  0.0001 + 0.0011i
Sn2 =
  1.1906e+02 - 1.2656e+01i
U1 =
  2.2885e+02 + 5.2265e+01i
U1_modul =
  234.7457
U1_agol =
  12.8645
```

напонот на почетокот на водот изнесува:

$$\underline{U}_1 = (228,9 + j52,3) = 234,7 \cdot e^{j13^\circ} \text{ kV.}$$

фазната разлика помеѓу напоните \underline{U}_1 и \underline{U}_2 можеме приближно

$$\Delta\theta \approx \beta \cdot l \cdot \frac{P_2}{P_{N2}} = 0,06 \cdot l \cdot \frac{P_2}{P_{N2}} = 0,06 \cdot 400 \cdot \frac{70}{119,06} = 14,1^\circ$$

Идеални водови

Идеален вод (вод без загуби) е вод за кој важи $r = 0$ и $g = 0$

$$\underline{y} = j\beta$$
$$\underline{Z}_c = Z_c \cdot e^{j0} = \sqrt{\frac{x}{b}}$$

$$\cosh \underline{y}l = \cosh(\alpha + j\beta)l = \cosh \alpha l \cdot \cos \beta l + j \sinh \alpha l \cdot \sin \beta l = \cos \beta l,$$
$$\sinh \underline{y}l = \sinh(\alpha + j\beta)l = \sinh \alpha l \cdot \cos \beta l + j \cosh \alpha l \cdot \sin \beta l = j \sin \beta l.$$

Преносните равенки го имаат следниот облик

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l + j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta l,$$
$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l + \underline{I}_2 \cdot \cos \beta l.$$

Идеални водови – природна моќност

Природната моќност е чисто активна затоа што $\underline{Z}_c = Z_c$ има природа на отпорник

$$\underline{I}_2 = \frac{P_{N2}}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_2^*} = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c},$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot (\cos \beta l + j \sin \beta l) = \underline{U}_2 \cdot e^{j\beta l},$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot (j \sin \beta l + \cos \beta l) = \underline{I}_2 \cdot e^{j\beta l}.$$

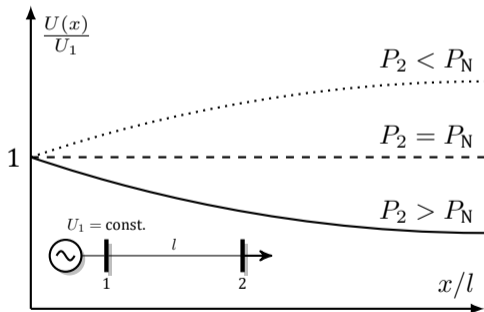
При пренос на природна моќност по идеален вод напоните \underline{U}_1 и \underline{U}_2 по модул се и се фазно поместени за $\Delta\theta = \beta l$.

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \sqrt{3} \cdot Z_c$$

$$U(x) = U_1 = \text{const.}$$

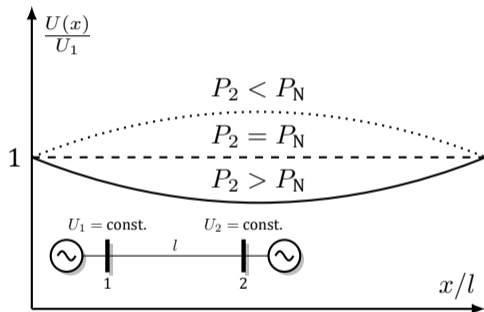
Идеални водови – распределба на напони

- При пренесување на моќности помали од природната ($P_2 < P_N$) водот произведува реактивна моќност повеќе отколку што троши. Напонот долж водот расте.
- При пренесување на моќности поголеми од природната ($P_2 > P_N$) водот троши реактивна моќност повеќе отколку што произведува. Напонот долж водот опаѓа.



Идеални водови – распределба на напони

Многу долг вод, на чијшто почеток и крај се наоѓаат две електрични централи кои ги држат модулите на напоните U_1 и U_2 на константна вредност $U_1 = U_2$.



Идеални водови – режим на празен од

- Работа во режим на празен од ($I_2 = 0$) кај долгите преносни водови е ретка но многу непријатна и непожелна појава.
- Во режимот на празен од, напонот на крајот ќе биде секогаш поголем од напонот на почетокот $U_2 > U_1$ (Ферантиев ефект).

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l,$$

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l.$$

- На почетокот од водот тече струја која има чисто капацитивен карактер, водот произведува реактивна моќност

$$Q_{v0} = \text{Im} \left\{ \sqrt{3} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \right\} = \frac{U_1^2}{Z_c} \cdot \text{tg} \beta l.$$

Пример 2.2

Да се реши примерот 2.1 така што ќе се смета дека водот е идеален, т. е. $r = 0$ и $g = 0$, а моќноста на крајот од водот е еднаква на неговата природна моќност. Што ќе се случи ако водот е долг 500 km?

programi/vodovi/primer_2_2.m

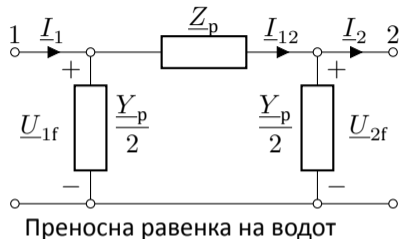
```
1 z = 1j*0.41856;  
2 y = 1j*2.62e-6;  
3 U2 = 220;  
4 l = 400;  
5 Zc = sqrt(z/y)  
6 gama = sqrt(z*y)  
7 Sn2 = U2^2/conj(Zc);  
8 S2 = Sn2  
9 U1 = U2*(cosh(gama*l) + conj(S2/Sn2)*sinh(gama*l))  
10 U1_modul = abs(U1)  
11 U1_agol = angle(U1)/pi*180
```

Пример 2.2

```
>> primer_2_2
Zc =
  399.6945
gamma =
  0.0000 + 0.0010i
S2 =
  121.0925
U1 =
  2.0098e+02 + 8.9482e+01i
U1_modul =
  220.0000
U1_agol =
  24.0000
```

- Напонот на почетокот на водот е еднаков на 220 kV колку што е и напонот на крајот на водот,
- Фазниот агол на напонот изнесува точно $0,06^\circ \cdot 400 = 24^\circ$,
- Ако должината на водот изнесува 500 km, напонот на неговиот почеток повторно ќе биде 220 kV, но во овој случај неговиот фазен агол ќе изнесува $0,06^\circ \cdot 500 = 30^\circ$.

Параметри на точната π -заменска шема



Равенки од π -заменската шема

$$\underline{U}_{1f} = \underline{U}_{2f} + \underline{Z}_p \underline{I}_{12} = \underline{U}_{2f} + \underline{Z}_p \left(\underline{I}_2 + \frac{\underline{Y}_p}{2} \underline{U}_{2f} \right)$$

$$\underline{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Z}_p \underline{Y}_p}{2} \right) \underline{U}_2 + \sqrt{3} \underline{Z}_p \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma} l + \sqrt{3} \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma} l.$$

Споредба на последните две релации

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l, \quad 1 + \frac{\underline{Z}_p \underline{Y}_p}{2} = \cosh \underline{\gamma} l,$$

$$\frac{\underline{Y}_p}{2} = \frac{\cosh \underline{\gamma} l - 1}{\underline{Z}_p} = \frac{\cosh \underline{\gamma} l - 1}{\underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l} = \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{tgh} \frac{\underline{\gamma} l}{2},$$

Упростена π -заменска шема

- Кај водовите секогаш е исполнет условот $r \ll x$, освен тоа се зема $g = 0$. Сметано е дека $\sqrt{1 + \xi} \approx 1 + \xi/2$.

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{r + jx}{jb}} = \sqrt{\frac{x}{b}} \cdot \sqrt{1 - j\frac{r}{x}} = \sqrt{\frac{x}{b}} \cdot \left(1 - j\frac{r}{2x}\right),$$

$$\underline{Y} = \sqrt{(r + jx) \cdot jb} = j\sqrt{x \cdot b} \cdot \sqrt{1 - j\frac{r}{x}} = j\sqrt{x \cdot b} \cdot \left(1 - j\frac{r}{2x}\right).$$

- Апроксимација на хиперболичните функции

$$\sinh \xi \approx \xi + \xi^3/6, \quad \operatorname{tgh} \xi \approx \xi - \xi^3/3,$$

- Приближни изрази за вредностите на параметрите

$$\underline{Z}_p = k_r \cdot (r \cdot l) + jk_x \cdot (x \cdot l),$$

$$\frac{\underline{Y}_p}{2} = jk_b \cdot \frac{b \cdot l}{2},$$

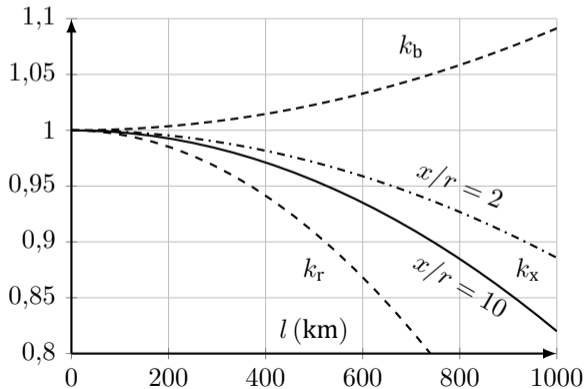
каде што k_r , k_x и k_b се корекциони фактори (Кенелиеви коефициенти).

Кенелиеви коефициенти

$$k_r = 1 - x \cdot b \cdot \frac{l^2}{3},$$

$$k_x = 1 - x \cdot b \cdot \frac{l^2}{6} + \frac{b \cdot r^2}{x} \cdot \frac{l^2}{4} \approx 1 - x \cdot b \cdot \frac{l^2}{6},$$

$$k_b = 1 + x \cdot b \cdot \frac{l^2}{12}.$$



Пример 2.3

Го разгледуваме преносниот вод од примерот 2.1 што има должина $l = 400$ km и надолжни параметри: $r = 0,09 \Omega/\text{km}$; $x = 0,41856 \Omega/\text{km}$; $g = 0$ и $b = 2,62 \mu\text{S}/\text{km}$. Да се одредат параметрите на точната и приближната π -заменска шема на дадениот вод.

Параметрите на приближната π -заменска шема ќе бидат $\underline{Z} = \underline{z} \cdot l$ и $\underline{Y}/2 = j \cdot b \cdot l/2$, додека параметрите на точната π -заменска шема се:

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l, \quad \frac{\underline{Y}_p}{2} = \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{tgh} \frac{\underline{\gamma} l}{2}.$$

programi/vodovi/primer_2_3.m

```
1 z = 0.09 + 1j*0.41856;  
2 y = 1j*2.62e-6;  
3 l = 400;  
4 Z = z*l  
5 Y = y*l  
6 Zc = sqrt(z/y);  
7 gama = sqrt(z*y);  
8 Zp = Zc*sinh(gama*l)  
9 Yp = 1/Zc*tanh(gama*l/2)
```

Пример 2.3

```
>> primer_2_3
Z =
 3.6000e+01 + 1.6742e+02i
Y =
 0.0000 + 0.0010i
Zp =
 3.3922e+01 + 1.6279e+02i
Yp =
 1.7068e-06 + 5.3179e-04i
```

$$\underline{Z} = (36 + j167,42) \Omega$$

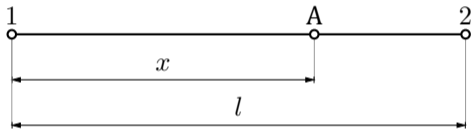
$$\underline{Y}/2 = j524 \mu\text{S}$$

$$\underline{Z}_p = (33,92 + j162,79) \Omega$$

$$\underline{Y}_p/2 = j531,8 \mu\text{S}$$

Пример 2.4

Идеален вод со должина $l = 800$ km работи во празен од. Напонот на почетокот на водот се држи на константна вредност U_1 . Да се одреди распределбата на напонот и струјата долж водот.



Два вода кои работат во празен од: вод 1-2 со должина l и вод A-2 со должина $l - x$.

Равенка за напони за водот 1-2

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l + j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta l,$$

$$\underline{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l}.$$

Пример 2.4

Равенка за струи за водот 1-2

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l + \underline{I}_2 \cdot \cos \beta l = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta l.$$

Равенка за напони за водот А-2

$$\underline{U}_A = \underline{U}_x = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta(l - x),$$

Го заменуваме напонот \underline{U}_2

$$\underline{U}_x = \underline{U}_1 \cdot \frac{\cos \beta(l - x)}{\cos \beta l}.$$

Равенка за струи за водот А-2

$$\underline{I}_A = \underline{I}_x = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot Z_c} \cdot \sin \beta(l - x),$$

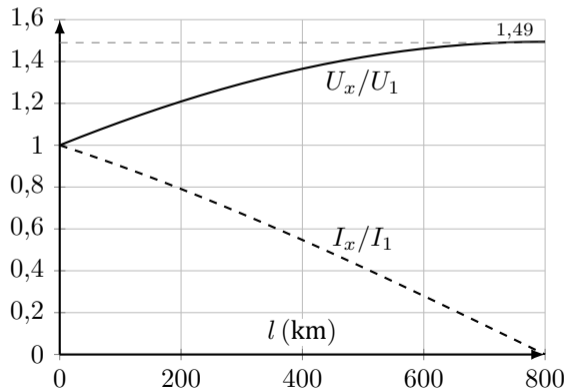
Ја заменуваме струјата \underline{I}_1

$$\underline{I}_x = \underline{I}_1 \cdot \frac{\sin \beta(l - x)}{\sin \beta l}.$$

Пример 2.4

Распределбата на напонот и струјата долж водот во режим на празен од

- Напонот има најмала вредност на почетокот, а потоа расте по косинусен закон и на крајот достигнува вредност еднаква на $1,49 \cdot U_1$,
- Струјата има најголема вредност на почетокот, а потоа опаѓа по синусен закон до нула на крајот на водот.



Пример 2.5

Да се пресмета ефективната вредност на односот на напоните на крајот и почетокот на вод чија должина изнесува $l = 800 \text{ km}$ и чии параметри се: $r = 0,06 \Omega/\text{km}$; $x = 0,388 \Omega/\text{km}$ и $b = 2,83 \mu\text{S}/\text{km}$. Пресметките да се извршат:

- со занемарување на активната отпорност на водот;
- со уважување на активната отпорност на водот.

a)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l.$$

$$\beta \cdot l = 0,06^\circ \cdot 800 = 48^\circ \quad \Rightarrow \quad k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\cos \beta l} = \frac{1}{\cos 48^\circ} = 1,4945.$$

б)

$$\underline{y} = \sqrt{\frac{r + jx}{jb}} = \sqrt{\frac{0,06 + j0,388}{j2,83 \cdot 10^{-6}}} = (0,081 + j1,05) \cdot 10^{-3},$$

$$\underline{k} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\cosh \underline{y}l} = \frac{1}{[\cosh(0,081 + j1,05) \cdot 10^{-3} \cdot 800]} =$$

Пример 2.6

До која должина може еден високонапонски вод да не биде компензиран во режимот на празен од, ако на почетокот од водот напонот се одржува на вредноста $1,05 \cdot U_n$, а се дозволува напонот на неговиот крај да не биде поголем од вредноста $1,1 \cdot U_n$. Водот да се третира како идеален.

Равенка за напони на идеален вод во празен од

$$U_1 = U_2 \cdot \cos \beta l,$$

$$\beta l = \arccos \frac{U_1}{U_2} = \arccos \frac{1,05 \cdot U_n}{1,1 \cdot U_n} = 17,34^\circ,$$

$$l = \frac{17,34}{0,06} = 289 \text{ km.}$$

Пример 2.7

Идеален вод со должина $l = 500 \text{ km}$ и номинален напон $U_n = 380 \text{ kV}$ има карактеристична импеданса $Z_c = 320 \Omega$. На крајот на водот е приклучен само реактор и притоа напонот на неговиот почеток изнесува $U_1 = 1,05 \cdot U_n = 399 \text{ kV}$. Колкава треба да биде номиналната моќност на реакторот приклучен на неговиот крај, ако сакаме напонот U_2 да изнесува $U_2 = 1,1 \cdot U_n = 418 \text{ kV}$?

$$\beta \cdot l = 0,06^\circ \cdot 500 = 30^\circ$$

Равенка за напони

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta l + j\sqrt{3} \cdot Z_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin \beta l,$$

Струја во реакторот

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot jX_p},$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \cdot \sin \beta l \right).$$

$$X_p = \frac{Z_c \cdot \sin \beta l}{\underline{U}_1/\underline{U}_2 - \cos \beta l} = \frac{320 \cdot \sin 30^\circ}{1,05/1,1 - \cos 30^\circ} = 1807,5 \Omega,$$

Пример 2.7

Моќност на реакторот

$$Q_p = \frac{U_n^2}{X_p} = \frac{380^2}{1807,5} = 80 \text{ Mvar.}$$

Доколку на крајот на водот не се постави реактор тогаш напонот на крајот на водот ќе изнесува

$$U_2 = \frac{U_1}{\cos \beta l} = \frac{399}{\cos 30^\circ} = 460,7 \text{ kV,}$$

што е превисока вредност за нормална работа на водот.

Пример 2.8

Вод со позната должина l напојува потрошувач со чисто активно оптоварување $P_2 = k \cdot P_N$. Да се определи зависноста на напонот U_2 од степенот на оптовареноста на водот k , ако напонот на почетокот од водот U_1 се одржува на константна вредност. Во пресметките водот да се третира како идеален.

Равенка за напони земајќи $\sqrt{3} \cdot I_2 = P_2 / U_2^*$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\cos \beta l + j \frac{Z_c \cdot P_2}{\underline{U}_2^*} \cdot \sin \beta l \right).$$

Бидејќи е $P_2 = k \cdot P_N = k \cdot U_2^2 / Z_c$ равенката за напонот \underline{U}_1 е

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 (\cos \beta l + k \cdot j \sin \beta l),$$

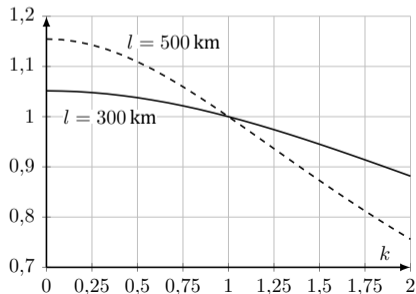
Ефективна вредност на напонот на крајот на водот

$$U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\cos^2 \beta l + k^2 \sin^2 \beta l}}.$$

Пример 2.8

programi/vodovi/primer_2_8.m

```
1 beta = 0.06/180*pi;  
2 hold on  
3 for l = [300 500]  
4     k = (0:0.1:2)';  
5     f = 1./sqrt(cos(beta*l)^2 + k.^2*sin(beta*l)^2);  
6     plot(k,f, 'LineWidth', 2)  
7 end  
8 grid  
9 legend('l = 300 km', 'l = 500 km')  
10 xlabel('k')  
11 ylabel('U2/U1')
```



Пример 2.9

Даден е идеален вод долг $l = 250 \text{ km}$, со карактеристична импеданција $Z_c = 350 \Omega$. Напонот на почетокот на водот изнесува $U_1 = 380 \text{ kV}$ и се држи на константна вредност, независно од неговиот режим на работа.

- Да се одреди напонот на крајот од водот и струјата на почетокот од водот во случајот кога водот работи во режимот на празен од. Колкава ќе биде реактивната моќност што водот ја произведува во тој случај?
- Колкава треба да биде реактанцијата на реакторот X_p , приклучена на крајот од водот, за да биде струјата на почетокот од водот еднаква на нула. Колкав е напонот \underline{U}_2 и моќноста \underline{S}_2 во овој случај?
- Да се одреди законот на измена на напонот долж водот $U(x)$ за разни вредности на реактансата X_p . Колкава треба да биде реактанцијата X_p за да бидат напоните U_1 и U_2 еднакви меѓу себе?

$$\beta l = 0,06^\circ \cdot 250 = 15^\circ$$

Пример 2.9

а)

Кога водот работи во празен равенката за напони е

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos \beta l,$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l} = \frac{380}{\cos(0,06 \cdot 250)} = 393,4 \text{ kV}.$$

Во истиот случај, равенката за струи е

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}Z_c} \sin \beta l = j \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}Z_c} \operatorname{tg} \beta l,$$

Моќност на почетокот на водот

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= \sqrt{3} \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = \sqrt{3} \underline{U}_1 \left(j \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}Z_c} \operatorname{tg} \beta l \right)^* = -j \frac{\underline{U}_1^2}{Z_c} \operatorname{tg} \beta l = \\ &= -j \frac{380^2}{\sqrt{3} \cdot 350} \operatorname{tg} 15^\circ = -j 110,55 \text{ MVA} \end{aligned}$$

Пример 2.9

б)

Струја на крајот од водот

$$\underline{I}_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3} \cdot jX_p}.$$

Струја на почетокот на водот

$$\underline{I}_1 = j \frac{U_2}{\sqrt{3}Z_c} \sin \beta l + \frac{U_2}{\sqrt{3} \cdot jX_p} \cos \beta l = j \frac{U_2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sin \beta l}{Z_c} - \frac{\cos \beta l}{X_p} \right),$$

Услов струјата на почетокот од водот да биде еднаква на нула

$$\frac{\sin \beta l}{Z_c} - \frac{\cos \beta l}{X_p} = 0,$$

$$X_p = \frac{Z_c}{\operatorname{tg} \beta l} = \frac{350}{\operatorname{tg} 15^\circ} = 1306,22 \Omega.$$

Пример 2.9

Равенка за напони

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos \beta l + j\sqrt{3}Z_c \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \cdot jX_p} \sin \beta l = \underline{U}_2 \left(\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l \right).$$

Замена за $X_p = Z_c / \operatorname{tg} \beta l$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 (\cos \beta l + \operatorname{tg} \beta l \cdot \sin \beta l) = \frac{\underline{U}_2}{\cos \beta l},$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cos \beta l = 380 \cdot \cos 15^\circ = 367,05 \text{ kV}$$

Моќност на реакторот

$$\underline{S}_2 = \sqrt{3}\underline{U}_2 \underline{I}_2^* = \sqrt{3}\underline{U}_2 \frac{\underline{U}_2^*}{-jX_p} = j \frac{\underline{U}_2^2}{X_p} = j \frac{367,05^2}{1306,22} = j103,14 \text{ MVA}.$$

Пример 2.9

в)

Веќе видовме дека, кога на крајот од водот има приклучено реактор, равенката за напони е

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l \right),$$

За $\underline{U}_1 = \underline{U}_2$ треба да биде исполнет следниот услов

$$\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l = 1.$$

$$X_p = \frac{Z_c \sin \beta l}{1 - \cos \beta l} = \frac{350 \cdot \sin 15^\circ}{1 - \cos 15^\circ} = 2658,51 \Omega.$$

Пример 2.9

Промената на напонот по должината на водот можеме да ја нацртаме ако водот го поделиме на n делови ($n + 1$ јазел). Го пресметуваме напонот на јазелот $n + 1$ (крај на водот)

$$\underline{U}_{n+1} = \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta l}.$$

Равенка за вод, долг l_i , чиј почетен јазел е i , а краен јазел е $n + 1$

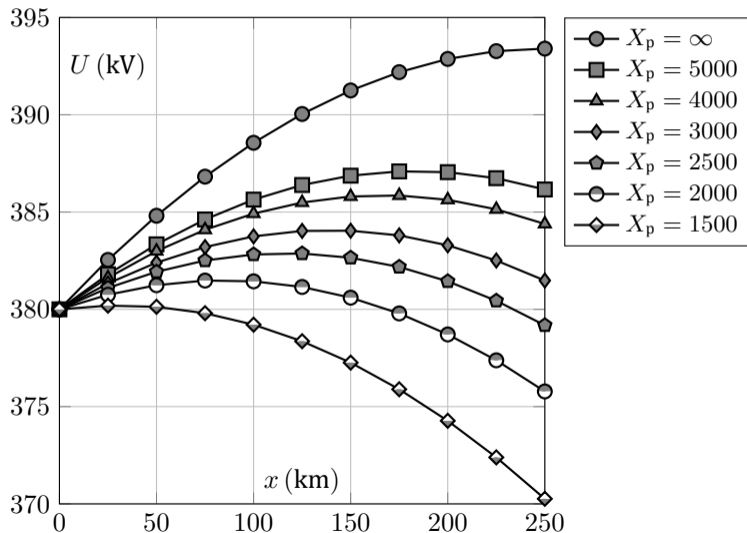
$$\underline{U}_i = \underline{U}_{n+1} \left[\cos \beta(l - l_i) + \frac{Z_c}{X_p} \sin \beta(l - l_i) \right].$$

Пример 2.9

programi/vodovi/primer_2_9v.m

```
1 Lv = 250;
2 Zc = 350;
3 beta = 0.06/180*pi;
4 U1 = 380;
5
6 N = 10;
7 U = zeros(N + 1, 1);
8 L = linspace(0, Lv, N + 1);
9
10 hold on
11 for Xp = [inf, 5000, 4000, 3000, 2500, 2000, 1500]
12     U(N + 1) = U1/(cos(beta*Lv) + Zc/Xp*sin(beta*Lv));
13     for i = 1:N
14         U(i) = U(N + 1)*(cos(beta*(Lv - L(i))) + Zc/Xp*sin(beta*(Lv - L(i))));
15     end
16     plot(L, U, '-o')
17 end
18 hold off
19
20 xlim([0, 250])
21 ylim([370, 400])
22 xlabel('L (km)')
23 ylabel('U (kV)')
24 legend('inf', '5000', '4000', '3000', '2500', '2000', '1500')
25 legend('Location', 'northwest')
26 grid
```

Пример 2.9

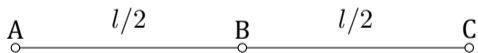


Пример 2.10

Идеален вод со должина $l = 1000 \text{ km}$ има карактеристична импеданција $Z_c = 300 \Omega$. Напонот на почетокот од водот се држи на константна вредност $U_A = 500 \text{ kV}$. За да се намали реактивната моќност што водот ја генерира во режимот на празен од и за да се ограничат вредностите на напонот долж водот, се предвидува на средината од водот да се приклучи реактор, чија реактанција ќе изнесува $X_p = 450 \Omega$. Да се одредат напоните U_B и U_C во средината и на крајот од водот:

- пред приклучувањето на реакторот,
- по приклучувањето на реакторот.

Колкави се реактивните моќности на почетокот од водот во секој од овие два случаја?



$$\beta \cdot l = 0,06 \cdot 1000 = 60^\circ$$

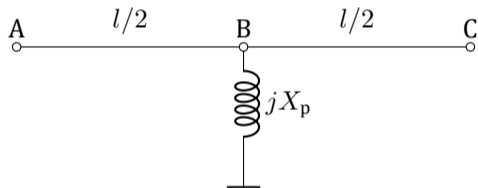
а) За водот А-С можеме да напишеме

$$U_A = U_C \cos \beta l, \quad U_C = \frac{U_A}{\cos \beta l} = \frac{500}{\cos 60^\circ} = 1000 \text{ kV}.$$

Пример 2.10

Равенка за водот В-С

$$U_B = U_C \cos \frac{\beta l}{2} = 1000 \cdot \cos 30^\circ = 866,03 \text{ kV.}$$



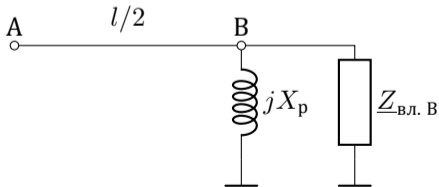
б)

Влезна импеданција за водот В-С

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C \cos \frac{\beta l}{2}, \quad \underline{I}_B = j \frac{\underline{U}_C}{\sqrt{3}Z_c} \sin \frac{\beta l}{2},$$

Пример 2.10

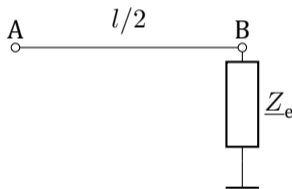
$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{вл. В}} &= \frac{\underline{U}_B}{\sqrt{3} \cdot \underline{I}_B} = \frac{\underline{U}_C \cos \frac{\beta l}{2}}{\sqrt{3} \cdot j \frac{\underline{U}_C}{\sqrt{3} Z_c} \sin \beta l} = \\ &= -j \frac{Z_c}{\operatorname{tg} \frac{\beta l}{2}} = -j \frac{300}{\operatorname{tg} 30^\circ} = -j 519,615 \Omega\end{aligned}$$



Пример 2.10

Паралелната врска на крајот од водот А-В ја еквивалентираме со една импеданција

$$\underline{Z}_e = \frac{jX_p \cdot \underline{Z}_{\text{вл. В}}}{jX_p + \underline{Z}_{\text{вл. В}}} = \frac{j450 \cdot (-j519,615)}{j450 - j519,615} = j3358,856 \Omega,$$



Равенката за напоните за водот А-В

$$\underline{U}_A = \underline{U}_B \cos \frac{\beta l}{2} + j\sqrt{3}Z_c \frac{\underline{U}_B}{\sqrt{3}\underline{Z}_e} \sin \frac{\beta l}{2} = \underline{U}_B \left(\cos \frac{\beta l}{2} + j \frac{Z_c}{\underline{Z}_e} \sin \frac{\beta l}{2} \right),$$

Пример 2.10

$$\underline{U}_B = \frac{\underline{U}_A}{\cos \frac{\beta l}{2} + j \frac{Z_c}{Z_e} \sin \frac{\beta l}{2}} = \frac{500}{\cos 30^\circ + j \frac{300}{3358,856} \sin 30^\circ} = 549,04 \text{ kV}.$$

Равенка за напони на водот В-С кој работи во празен од

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C \cos \frac{\beta l}{2},$$

$$\underline{U}_C = \frac{\underline{U}_B}{\cos \frac{\beta l}{2}} = \frac{549,04}{\cos 30^\circ} = 633,98 \text{ kV}$$