Високонапонски мрежи и системи

Пренос на електрична енергија со долги трифазни водови

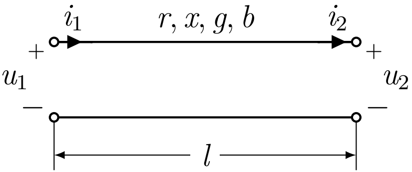
М. Тодоровски

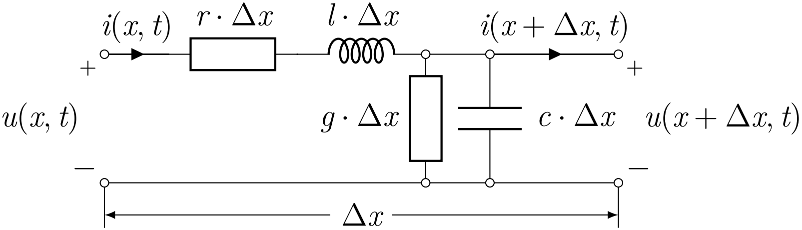
Институт за преносни електроенергетски системи
Факултет за електротехника и информациски технологии
Универзитет Св. Кирил и Методиј

mirko@feit.ukim.edu.mk
pees.feit.ukim.edu.mk

Скопје, 2019

Еднофазен вод – елемент на водот





$$i(x, t) = i(x + \Delta x, t) + g \cdot \Delta x \cdot u(x + \Delta x, t) + c \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t}$$

$$u(x, t) = u(x + \Delta x, t) + r \cdot \Delta x \cdot i(x, t) + l \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}$$

Еднофазен вод – телеграфски равенки

$$-\frac{i(x+\Delta x,t)-i(x,t)}{\Delta x} = g\cdot u(x+\Delta x,t) + c\cdot\frac{\partial u(x+\Delta x,t)}{\partial t}$$
$$-\frac{u(x+\Delta x,t)-u(x,t)}{\Delta x} = r\cdot i(x,t) + l\cdot\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

$$\Delta x \to 0$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = g\cdot u(x,t) + c\cdot\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$$
$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = r\cdot i(x,t) + l\cdot\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

Еднофазен вод – простопериодичен режим

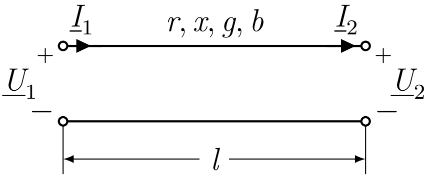
$$i(x,t) = \sqrt{2}\cdot I(x)\cdot \sin\left[\omega t + \psi(x)\right]$$
$$u(x,t) = \sqrt{2}\cdot U(x)\cdot \sin\left[\omega t + \theta(x)\right]$$

$$i(x,t) \Rightarrow \underline{I} \qquad \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \Rightarrow j\omega \underline{I} \qquad \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{d\underline{I}}{dx}$$
$$u(x,t) \Rightarrow \underline{U} \qquad \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \Rightarrow j\omega \underline{U} \qquad \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{d\underline{U}}{dx}$$

$$-\frac{d\underline{I}}{dx} = g\cdot\underline{U} + j\omega c\cdot\underline{U} = (g + j\omega c)\cdot\underline{U} = \underline{y}\cdot\underline{U}$$
$$-\frac{d\underline{U}}{dx} = r\cdot\underline{I} + j\omega l\cdot\underline{I} = (r + j\omega l)\cdot\underline{I} = \underline{z}\cdot\underline{I}$$

$$\underline{y} = g + j\omega c$$
$$\underline{z} = r + j\omega l$$

Еднофазен вод – општо решение



$$\frac{d\underline{I}}{dx} = -\underline{y} \cdot \underline{U}$$
$$\frac{d\underline{U}}{dx} = -\underline{z} \cdot \underline{I}$$

Бранови равенки

$$\frac{d^2\underline{U}}{dx^2} = \underline{z} \cdot \underline{y} \cdot \underline{U}$$
$$\frac{d^2\underline{I}}{dx^2} = \underline{z} \cdot \underline{y} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{U} = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma} x} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma} x}$$
$$\underline{I} = \underline{C}_3 e^{-\underline{\gamma} x} + \underline{C}_4 e^{\underline{\gamma} x}$$

$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z} \cdot \underline{y}}$ коефициент на простирање

Еднофазен вод – општо решение

$$\underline{I} = -\frac{1}{\underline{z}}\frac{d\underline{U}}{dx} = \frac{1}{\underline{z}}\underline{C}_1\underline{\gamma}e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{1}{\underline{z}}\underline{\gamma}\underline{C}_2e^{\underline{\gamma}x}$$

$$\underline{U} = \underline{C}_1e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{C}_2e^{\underline{\gamma}x}$$
$$\underline{I} = \frac{\underline{C}_1}{\underline{Z}_c}e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_c}e^{\underline{\gamma}x}$$

$$\underline{U}\Big|_{x=l} = \underline{U}_2$$
$$\underline{I}\Big|_{x=l} = \underline{I}_2$$

$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}}$ карактеристична импеданција

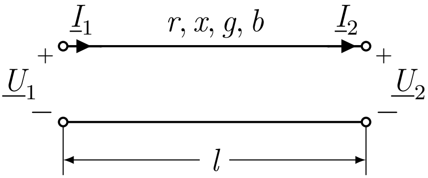
Еднофазен вод – општо решение

$$\underline{U}_2 = \underline{C}_1 e^{-\underline{\gamma} l} + \underline{C}_2 e^{\underline{\gamma} l}$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{C}_1}{\underline{Z}_c} e^{-\underline{\gamma} l} - \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma} l}$$

$$\underline{C}_1 = \frac{\underline{U}_2 + \underline{Z}_c \underline{I}_2}{2} e^{\underline{\gamma} l}$$
$$\underline{C}_1 = \frac{\underline{U}_2 - \underline{Z}_c \underline{I}_2}{2} e^{-\underline{\gamma} l}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma}(l - x) + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma}(l - x)$$
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma}(l - x) + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma}(l - x)$$

Еднофазен вод – решение



$$\underline{U}\Big|_{x=0} = \underline{U}_1$$
$$\underline{I}\Big|_{x=0} = \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma} l$$
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma} l$$

Трифазен вод

Во електроенергетиката е вообичаено да оперираме со меѓуфазни напони и со трифазни моќности.

$$\underline{U} = \sqrt{3}\,\underline{U}_f$$
$$\underline{I} = \underline{I}_f$$
$$\underline{S} = 3\underline{S}_f = 3\,\underline{U}_f\underline{I}_f^* = \sqrt{3}\,\underline{U}\underline{I}^*$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma} l + \sqrt{3}\underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma} l$$
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma} l$$

Трифазен вод – моќност на крајот

Дадена е моќноста на крајот на водот $\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2$
Струјата на крајот на водот изнесува

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{S}_2^*}{\sqrt{3}\,\underline{U}_2^*} = \frac{P_2 - jQ_2}{\sqrt{3}\,\underline{U}_2^*}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^*} \sinh \underline{\gamma} l = \underline{U}_2 \left(\cosh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^2} \sinh \underline{\gamma} l \right)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma} l + \frac{\underline{S}_2^*}{\sqrt{3}\underline{U}_2^*} \cosh \underline{\gamma} l = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\underline{Z}_c} \left(\sinh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^2} \cosh \underline{\gamma} l \right)$$

$$\underline{S}_{N2} = \frac{\underline{U}_2^2}{\underline{Z}_c^*}$$ природна моќност на водот

Трифазен вод – природна моќност на водот

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(\cosh \underline{\gamma} l + \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{S}_{N2}^*} \sinh \underline{\gamma} l \right)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} \underline{Z}_c} \left(\sinh \underline{\gamma} l + \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{S}_{N2}^*} \cosh \underline{\gamma} l \right)$$

ако е $\underline{S}_2 = \underline{S}_{N2}$, тогаш е и $\underline{I}_2 = \dfrac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\underline{Z}_c}$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 e^{\underline{\gamma} l} \Rightarrow U_1 = e^{\alpha} U_2 \qquad e^{\alpha} \approx 1$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma} l} = \underline{I}_2 e^{\underline{\gamma} l} \Rightarrow I_1 = e^{\alpha} I_2$$

Упростени формули за $\underline{\gamma}$ и $\underline{Z}_c$

$$\sqrt{1+a} = 1 + \frac{a}{2} - \frac{a^2}{8} + \frac{a^3}{16} - \dots$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{r+jx}{jb}} = \sqrt{\frac{x}{b}} \cdot \sqrt{1 - j\frac{r}{x}} = \sqrt{\frac{x}{b}} \cdot \left(1 - j\frac{r}{2x}\right)$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(r+jx)\cdot jb} = j \cdot \sqrt{xb} \cdot \sqrt{1 - j\frac{r}{x}} = j \cdot \sqrt{xb} \cdot \left(1 - j\frac{r}{2x}\right)$$

Пример 1

Пример 2.1 од книгата: $220\,\mathrm{kV}$ далекувод со должина $l = 400\,\mathrm{km}$ има подолжни параметри $r = 0,09\,\Omega/\mathrm{km}$; $x = 0,422\,\Omega/\mathrm{km}$; $g = 0$; $b = 2,62\,\mu\mathrm{S}/\mathrm{km}$. Водот е оптоварен на крајот со моќност $P_2 = 70\,\mathrm{MW}$ при $\cos\varphi_2 = 0,95$;
($Q_2 = P_2 \cdot \mathrm{tg}\,\varphi_2 = 70 \cdot 0,328 = 23,1\,\mathrm{Mvar}$) при напон $U_2 = 220 \cdot e^{j0^\circ}\,\mathrm{kV}$. Потребно е да се пресмета комплексната вредност на напонот на почетокот од водот.

Во книгата е работено со упростени формули за $\underline{\gamma}$ и $\underline{Z}_c$ и е добиен следниот резултат: $\underline{\gamma} = (0,112 \cdot 10^{-3} + j1,0515 \cdot 10^{-3})\,1/\mathrm{km}$, $\underline{Z}_c = (406 - j43,8)\,\Omega$, $\underline{U}_2 = 235 \cdot e^{j12,8^\circ}\,\mathrm{kV}$

Пример 1

programi/primer_2_1.m

```
clear
z = 0.09 + 1j*0.422;
y = 1j*2.62e-6;
S2 = 70 + 1j*23.1
U2 = 220;
l = 400;
Zc = sqrt(z/y)
gama = sqrt(z*y)
Sn2 = U2^2/conj(Zc)
U1 =  U2*(cosh(gama*l) + conj(S2/Sn2)*sinh(gama*l))
U1_modul = abs(U1)
U1_agol = angle(U1)/pi*180
```

```
>> primer_2_1
S2 =
  70.0000 +23.1000i
Zc =
   4.0358e+02 - 4.2558e+01i
gama =
   0.0001 + 0.0011i
Sn2 =
   1.1861e+02 - 1.2507e+01i
U1 =
   2.2883e+02 + 5.2678e+01i
U1_modul =
  234.8154
U1_agol =
   12.9641
```

Идеални водови – упростувања

Под идеален вод (вод без загуби) се подразбира вод за кој важи $r = 0$ и $g = 0$.

Реалните преносни водови со големи должини во нормалните режими на работа се многу слични со идеалните. Идеалните водови многу полесно се проучуваат.

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(r + jx) \cdot (g + jb)} = j\sqrt{xb} = j\beta$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{r + jx}{g + jb}} = \sqrt{\frac{x}{b}} = Z_c \Leftarrow \text{реален број}$$

$$\cosh \underline{\gamma} l = \cosh j\beta l = \cos \beta l$$

$$\sinh \underline{\gamma} l = \sinh j\beta l = j \sin \beta l$$

Идеални водови – равенки

Упростени равенки $\beta = 0,06^\circ/\mathrm{km}$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos\beta l + j\sqrt{3} Z_c \underline{I}_2 \sin\beta l$$

$$\underline{I}_1 = j\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} Z_c} \sin\beta l + \underline{I}_2 \cos\beta l$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(\cos\beta l + j\frac{\underline{S}_2^*}{P_{N2}} \sin\beta l \right)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} Z_c} \left(j\sin\beta l + \frac{\underline{S}_2^*}{P_{N2}} \cos\beta l \right)$$

Пренос на природна моќност $\underline{S}_2 = P_{N2} = U_2^2/Z_c$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 e^{j\beta l} \Rightarrow U_1 = U_2, \; U_2 \text{ доцни за агол } \beta l$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\underline{Z}_c} e^{j\beta l} = \underline{I}_2 e^{j\beta l} \Rightarrow I_1 = I_2$$

Идеални водови – $\underline{S}_2 = P_2 = P_{N2}$

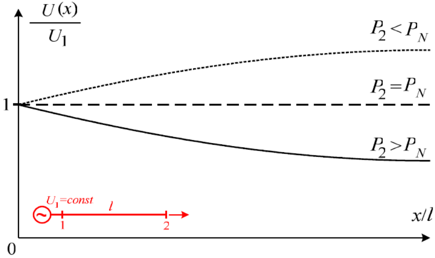
При пренос на природна мoќност ефективната вредност на напонот и струјата по должина на водот не се менува

$$U(x) = U_1 = \text{const.}$$

$$I(x) = \frac{U(x)}{\sqrt{3}Z_c} = \text{const.}$$

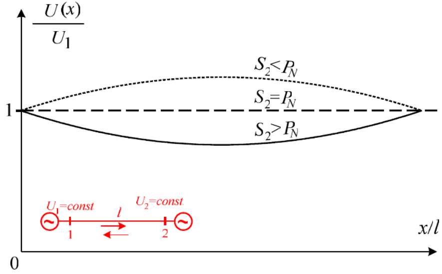
Идеални водови – $\underline{S}_2 = P_2 \neq P_{N2}$

- $P_2 < P_{N2}$
  - Водот произведува реактивна моќност повеќе отколку што троши, т.е. преовладува капацитивноста на водот. Со оддалечување од неговиот почеток напонот расте.
- $P_2 > P_{N2}$
  - Водот троши реактивна моќност повеќе отколку што произведува, т.е. преовладува индуктивноста на водот. Со оддалечување од неговиот почеток напонот опаѓа.



Идеални водови – $U_1 = \text{const.}$ и $U_2 = \text{const.}$

Случај кога се работи за многу долг вод, на чијшто почеток и крај се наоѓаат две електрични централи (или пак два одвоени ЕЕС кои можат да се еквивалентираат на тој начин), кои ги држат ефективните вредности на напоните U_1 и U_2 на константна вредност.



Идеални водови – празен од, $I_2 = 0$

Режимот на празен од кај долгите преносни водови е ретка, но многу непријатна и непожелна појава: $U_2 > U_1$ – Ферантиев ефект.

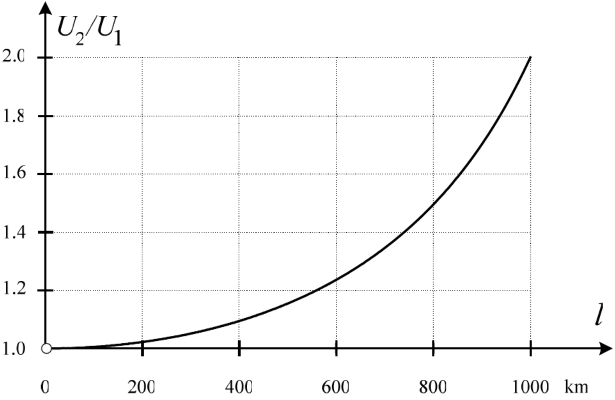
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos\beta l \;\Rightarrow\; \underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\cos\beta l} \;\Rightarrow\; U_2 > U_1$$

$$\underline{I}_1 = j\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}Z_c}\sin\beta l$$

На почетокот од водот тече струја која има чисто капацитивен карактер, во режимот на празен од водот произведува реактивна моќност

$$Q_0 = \mathrm{Imag}(\sqrt{3}\,\underline{U}_1\underline{I}_1^*) = \frac{U_1^2}{Z_c}\operatorname{tg}\beta l$$

Ферантиев ефект кај долги неоптоварени водови



Пример 2

Да се реши примерот 1 така што ќе се смета дека водот е идеален и има $r = 0$. Моќноста на крајот од водот е еднаква на неговата природна моќност. Што ќе се случи ако водот е долг 500 km?

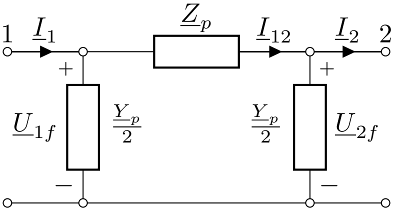
programi/primer_2_1_idealen.m

```
clear
z = 1j*0.422;
y = 1j*2.62e-6;
U2 = 220;
l = 400;
Zc = sqrt(z/y)
gama = sqrt(z*y)
Sn2 = U2^2/conj(Zc);
S2 = Sn2
U1 =  U2*(cosh(gama*l) + conj(S2/Sn2)*sinh(gama*l))
U1_modul = abs(U1)
U1_agol = angle(U1)/pi*180
```

```
>> primer_2_1_idealen
Zc =
  401.3337
gama =
   0.0000 + 0.0011i
S2 =
  120.5979
U1 =
   2.0083e+02 + 8.9827e+01i
U1_modul =
   220
U1_agol =
   24.0985
```

Параметри на точната π−заменска шема

При анализите најчесто нè интересираат само приликите (напоните и струите) на краевите на водовите. Поради тоа е погодно тие да бидат претставени со π−заменски шеми.

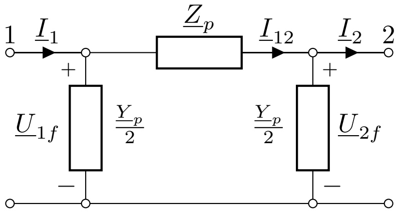


$$\underline{U}_{1f} = \underline{U}_{2f} + \underline{Z}_p \underline{I}_{12} = \underline{U}_{2f} + \underline{Z}_p \left(\underline{I}_2 + \frac{\underline{Y}_p}{2} \underline{U}_{2f} \right)$$

$$\underline{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Z}_p \underline{Y}_p}{2} \right) \underline{U}_2 + \sqrt{3} \underline{Z}_p \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma} l + \sqrt{3} \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma} l$$

Параметри на точната π–заменска шема



$$1 + \frac{\underline{Z}_p \underline{Y}_p}{2} = \cosh \underline{\gamma} l$$

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l$$

$$\frac{\underline{Y}_p}{2} = \frac{\cosh \underline{\gamma} l - 1}{\underline{Z}_p} = \frac{\cosh \underline{\gamma} l - 1}{\underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l} = \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{tgh} \frac{\underline{\gamma} l}{2}$$

Упростена π–заменска шема

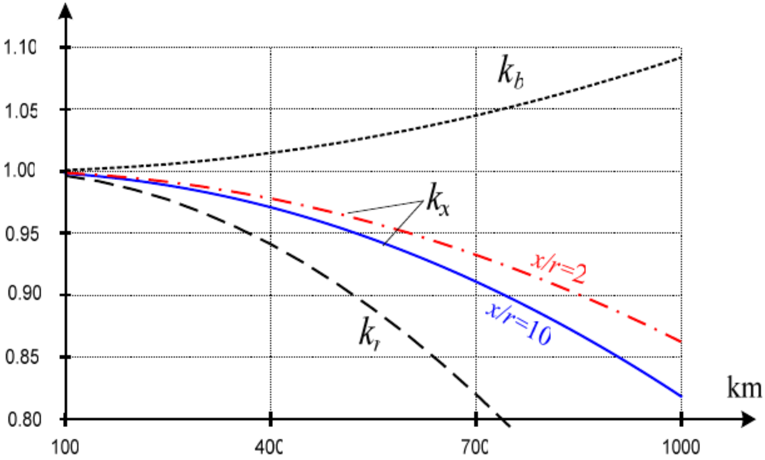
Упростени изрази за приближно определување на π–заменска шема за случај кога должината $l \leq 1000\,\mathrm{km}$. Хиперболичните функции се разложуваат во ред и притоа се уважуваат само првите два члена од редот.

$$\underline{Z}_p = k_r \cdot (r \cdot l) + jk_x \cdot (x \cdot l)$$
$$\frac{\underline{Y}_p}{2} = k_b \cdot (b \cdot l)$$

Кенелиеви коефициенти

$$k_r = 1 - xb\frac{l^2}{3}$$
$$k_x = 1 - \left(xb - \frac{b}{x}r^2\right)\frac{l^2}{6} \approx 1 - xb\frac{l^2}{6}$$
$$k_b = 1 - xb\frac{l^2}{12}$$

Зависност на Кенелиевите коефициенти од должината на водот



Зависност на Кенелиевите коефициенти од должината на водот

l (km)	k_r	k_x	k_b
100	0,99633	0,99817	1,00091
150	0,99175	0,99588	1,00206
200	0,98533	0,99267	1,00367
250	0,97708	0,98854	1,00573
300	0,96700	0,98350	1,00825
350	0,95508	0,97754	1,01123
400	0,94133	0,97067	1,01467
450	0,92575	0,96288	1,01856
500	0,90833	0,95417	1,02292
550	0,88908	0,94454	1,02773
600	0,86800	0,93400	1,03300
650	0,84508	0,92254	1,03873
700	0,82033	0,91017	1,04492
750	0,79375	0,89688	1,05156
800	0,76533	0,88267	1,05867
850	0,73508	0,86754	1,06623
900	0,70300	0,85150	1,07425
950	0,66908	0,83454	1,08273
1000	0,63333	0,81667	1,09167

Пример 3

Пример 2.2 од книгата: $220\,\mathrm{kV}$ преносен вод со должина $l = 400\,\mathrm{km}$ ги има следните карактеристики (пример 2.1): $\underline{z} = (0,09 + j0,422)\,\Omega/\mathrm{km}$ и $\underline{y} = j2,62\,\mu\mathrm{S}/\mathrm{km}$. Да се одредат параметрите на точната и приближната π−заменска шема на дадениот вод.

Приближна π-заменска шема

$$\underline{Z} = \underline{z} \cdot l = (0,09 + j0,422) \cdot 400 = (36 + j168,8)\,\Omega$$
$$\underline{Y}/2 = j \cdot bl/2 = j \cdot 2,62 \cdot 400/2 = j524\,\mu\mathrm{S}$$

Точна π-заменска шема

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l = (33,905 + j164,087)\,\Omega$$
$$\frac{\underline{Y}_p}{2} = \frac{\cosh \underline{\gamma} l - 1}{\underline{Z}_c \sinh \underline{\gamma} l} = (1,707 + j531,857)\,\mu\mathrm{S}$$

Пример 3

programi/primer_2_2.m

```
clear
z = 0.09 + 1j*0.422;
y = 1j*2.62e-6;
l = 400;
Z = z*l
Y_polovina = y*l/2
Zc = sqrt(z/y);
gama = sqrt(z*y);
Zp = Zc*sinh(gama*l)
Yp_polovina = 1/Zc*(cosh(gama*l)-1)/sinh(gama*l)
```

```
>> primer_2_2
Z =
   3.6000e+01 + 1.6880e+02i
Y_polovina =
   0.0000e+00 + 5.2400e-04i
Zp =
   3.3905e+01 + 1.6409e+02i
Yp_polovina =
   1.7073e-06 + 5.3186e-04i
```

Пример 4

Пример 2.3 од книгата: Идеален вод со должина $l = 800\,\mathrm{km}$ работи во празен од. Напонот на почетокот на водот се држи на константна вредност U_1. Да се одреди распределбата на напонот и струјата долж водот.

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_2 &= 0 \\
\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cos \beta l \\
\underline{U}_2 &= \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l}
\end{aligned}
$$

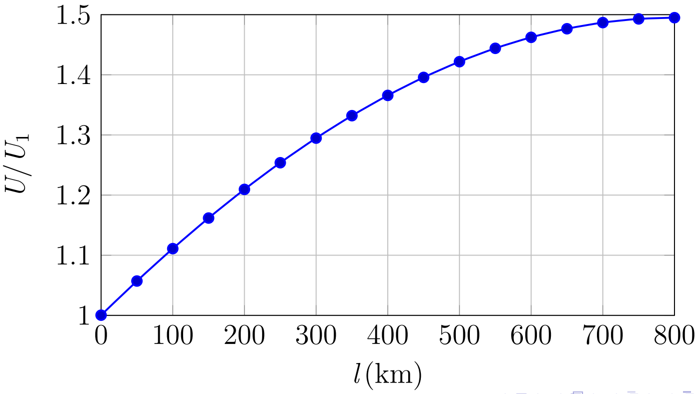
$$\underline{U} = \underline{U}_2 \cos \beta (l - x) = \frac{\underline{U}_1}{\cos \beta l} \cos \beta (l - x)$$

$$\underline{I} = j \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3} Z_c} \sin \beta (l - x) = j \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3} Z_c \cos \beta l} \sin \beta (l - x)$$

Пример 4

$$\beta l = 0,06 \cdot 800 = 48^\circ$$

$$\frac{\underline{U}}{\underline{U}_1} = \frac{\cos\beta(l-x)}{\cos\beta l} = \frac{\cos(48^\circ - 0,06\cdot x)}{\cos 48^\circ} = 1,495\cdot\cos(48^\circ - 0,06\cdot x)$$



Задача 1

Задача 2.3 од книгата: Да се пресмета вредноста на напонот на крајот од вод чија должина изнесува $l = 800\,\mathrm{km}$ и чија карактеристична импеданса изнесува $Z_c = 370\,\Omega$. Пресметките да се извршат:

а) со занемарување на активната отпорност на водот;

б) со нејзиното уважување, ако е $r = 0,06\,\Omega/\mathrm{km}$.

а)

$$Z_c = \sqrt{\frac{x}{b}} \quad \beta = \sqrt{xb}$$

$$x = \beta Z_c = \frac{0,06 \cdot \pi}{180} \cdot 370 = 0,388\,\Omega/\mathrm{km}$$

$$b = \frac{x}{Z_c^2} = \frac{0,388}{370^2} = 2,83\,\mu\mathrm{S}/\mathrm{km}$$

Задача 1

а)

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\cos \beta l} = \frac{1}{\cos 800 \cdot 0,06^\circ} = 1,495$$

б)

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\frac{r + jx}{jb}} = \sqrt{\frac{0,06 + j0,388}{j2,83 \cdot 10^{-6}}} = (0,081 + j1,05) \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{k} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{\cosh \underline{\gamma} l} = \frac{1}{[\cosh(0,081 + j1,05) \cdot 10^{-3} \cdot 800]} =$$

$$= 1,4878 - j0,1072$$

$$k = \sqrt{1,4878^2 + 0,1072^2} = 1,492$$

Задача 1

programi/zadaca_2_3.m

```
clear
Zc = 370;
beta = 0.06/180*pi;
l = 800;
x = Zc*beta
b = x/Zc^2
disp('a)');
gama = 1j*beta
k = 1/cosh(gama*l)
disp('b)');
r = 0.06;
z = r + 1j*x;
y = 1j*b;
gama = sqrt(z*y)
k = 1/cosh(gama*l)
k_modul = abs(k)
```

Задача 2

Задача 2.6 од книгата: Вод со позната должина l напојува потрошувач со чисто активно оптоварување $P_2 = k \cdot P_N$. Да се определи зависноста на напонот U_2 од степенот на оптовареноста на водот k, ако напонот на почетокот од водот U_1 се одржува на константна вредност. Во пресметките водот да се третира како идеален.

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2(\cos\beta l + jk \cdot \sin\beta l)$$

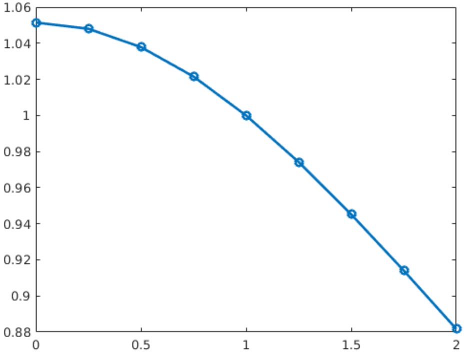
$$U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\cos^2\beta l + k^2 \sin^2\beta l}}$$

$k = \frac{P_2}{P_N}$	U_2/U_1 $l = 300$ km	U_2/U_1 $l = 500$ km
0,00	1,052	1,155
0,25	1,048	1,143
0,50	1,038	1,110
0,75	1,022	1,033
1,00	1,000	1,000
1,50	0,945	0,873
2,00	0,882	0,756

Задача 2

programi/zadaca_2_6.m

```
clear
beta = 0.06/180*pi;
l = 300;
k = (0:0.25:2)';
f = 1./sqrt(cos(beta*l)^2 + k.^2*sin(beta*l)^2);
tabela = [k f]
plot(k,f, '-o', 'LineWidth', 2)
```



Задача 3

Задача 2.8 од книгата: Даден е идеален вод долг $l = 250\,\mathrm{km}$, со карактеристична импеданција $Z_c = 350\,\Omega$. Напонот на почетокот на водот изнесува $U_1 = 380\,\mathrm{kV}$ и се држи на константна вредност, независно од неговиот режим на работа.

а) Да се одреди напонот на крајот од водот и струјата на почетокот од водот во случајот кога водот работи во режимот на празен од. Колкава ќе биде реактивната моќност што водот ја произведува во тој случај?

б) Колкава треба да биде реактанцијата на реакторот X_p , приклучена на крајот од водот, за да биде струјата на почетокот од водот еднаква на нула. Колкав е напонот $\underline{U}_2$ и моќноста $\underline{S}_2$ во овој случај?

в) Да се одреди законот на измена на напонот долж водот $U(x)$ за разни вредности на реактансата X_p. Колкава треба да биде реактанцијата X_p за да бидат напоните U_1 и U_2 еднакви меѓу себе?

Задача 3а

$\beta l = 0,06^\circ \cdot 250 = 15^\circ$

$$
\begin{aligned}
\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cos\beta l \\
\underline{U}_2 &= \frac{\underline{U}_1}{\cos\beta l} = \frac{380}{\cos 15^\circ} = 393,4\,\mathrm{kV} \\
\underline{I}_1 &= j\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}Z_c}\sin\beta l = j\frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}Z_c}\,\mathrm{tg}\,\beta l \\
\underline{S}_1 &= \sqrt{3}\underline{U}_1\underline{I}_1^* = \sqrt{3}\underline{U}_1\left(j\frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}Z_c}\,\mathrm{tg}\,\beta l\right)^* = -j\frac{U_1^2}{Z_c}\,\mathrm{tg}\,\beta l = \\
&= -j\frac{380^2}{\sqrt{3}\cdot 350}\,\mathrm{tg}\,15^\circ = -j110,55\,\mathrm{MVA}
\end{aligned}
$$

Задача 3б

$$\underline{I}_1 = j\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}Z_c}\sin\beta l + \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\cdot jX_p}\cos\beta l = j\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sin\beta l}{Z_c} - \frac{\cos\beta l}{X_p}\right) = 0$$

$$\frac{\sin\beta l}{Z_c} - \frac{\cos\beta l}{X_p} = 0$$

$$X_p = \frac{Z_c}{\operatorname{tg}\beta l} = \frac{350}{\operatorname{tg}15^\circ} = 1306,22\,\Omega$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2\cos\beta l + j\sqrt{3}Z_c\frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\cdot jX_p}\sin\beta l = \underline{U}_2\left(\cos\beta l + \frac{Z_c}{X_p}\sin\beta l\right)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2\left(\cos\beta l + \operatorname{tg}\beta l\cdot\sin\beta l\right) = \frac{\underline{U}_2}{\cos\beta l}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1\cos\beta l = 380\cdot\cos 15^\circ = 367,05\,\mathrm{kV}$$

$$\underline{S}_2 = \sqrt{3}\,\underline{U}_2\underline{I}_2^* = \sqrt{3}\,\underline{U}_2\frac{\underline{U}_2^*}{-jX_p} = j\frac{U_2^2}{X_p} = j\frac{367,05^2}{1306,22} = j103,14\,\mathrm{MVA}$$

Задача 3в

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos\beta l + j\sqrt{3} Z_c \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}\cdot jX_p} \sin\beta l$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(\cos\beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin\beta l \right)$$

$$\cos\beta l + \frac{Z_c}{X_p} \sin\beta l = 1$$

$$X_p = \frac{Z_c \sin\beta l}{1-\cos\beta l} = \frac{350\cdot\sin 15^\circ}{1-\cos 15^\circ} = 2658,51\,\Omega$$

Задача 4

Задача 2.11 од книгата: Идеален вод со должина $l = 1000\,\mathrm{km}$ и со карактеристична импеданција $Z_c = 300\,\Omega$ работи во режим на празен од. Напонот на почетокот од водот се држи на константна вредност $U_A = 500\,\mathrm{kV} = \mathrm{const.}$ За да се намали реактивната моќност што водот ја генерира во режимот на празен од и за да се ограничат вредностите на напонот долж водот, се предвидува на средината од водот $(x = l/2)$ да се приклучи реактор, чија реактанција ќе изнесува $X_p = 450\,\Omega$. Да се одредат напоните U_B и U_C во средината и на крајот од водот

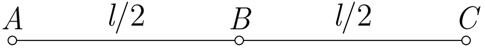
а) пред приклучувањето на реакторот,

б) по приклучувањето на реакторот.

Колкави се реактивните моќности на почетокот од водот во овие два случаи?

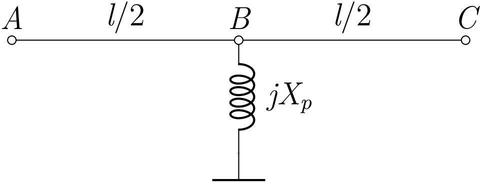
Задача 4а

$\beta l = 0,06° \cdot 1000 = 60°$



$$\begin{aligned} U_A &= U_C \cos \beta l \\ U_C &= \frac{U_A}{\cos \beta l} = \frac{500}{\cos 60°} = 1000\,\mathrm{kV} \\ U_B &= U_C \cos \frac{\beta l}{2} = 1000 \cos 30° = 866,03\,\mathrm{kV} \end{aligned}$$

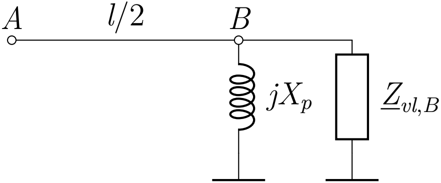
Задача 4в



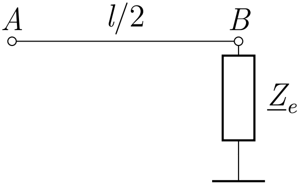
$$\underline{U}_B = \underline{U}_C \cos\frac{\beta l}{2} \qquad \underline{I}_B = j\frac{\underline{U}_C}{\sqrt{3}Z_c}\sin\beta l$$

$$\underline{Z}_{vl,B} = \frac{\underline{U}_B}{\sqrt{3}\underline{I}_B} = -j\frac{\underline{U}_C\cos\frac{\beta l}{2}}{\sqrt{3}\cdot j\frac{\underline{U}_C}{\sqrt{3}Z_c}} = -j\frac{Z_c}{\operatorname{tg}\frac{\beta l}{2}} = -j\frac{300}{\operatorname{tg}30^\circ} = -j519,615\,\Omega$$

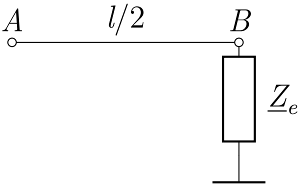
Задача 4в



$$\underline{Z}_e = \frac{jX_p \cdot \underline{Z}_{vl,b}}{jX_p + \underline{Z}_{vl,b}} = \frac{j450 \cdot (-j519,615)}{j450 - j519,615} = j3358,856\,\Omega$$



Задача 4в



$$\underline{U}_A = \underline{U}_B \cos\frac{\beta l}{2} + j\sqrt{3}Z_c\frac{\underline{U}_B}{\sqrt{3}\underline{Z}_e}\sin\frac{\beta l}{2} = \underline{U}_B\left(\cos\frac{\beta l}{2} + j\frac{Z_c}{\underline{Z}_e}\sin\frac{\beta l}{2}\right)$$

$$\underline{U}_B = \frac{\underline{U}_A}{\cos\frac{\beta l}{2} + j\frac{Z_c}{\underline{Z}_e}\sin\frac{\beta l}{2}} = \frac{500}{\cos 30^\circ + j\frac{300}{3358,856}\sin 30^\circ} = 549,04\,\mathrm{kV}$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C\cos\frac{\beta l}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_C = \frac{\underline{U}_B}{\cos\frac{\beta l}{2}} = \frac{549,04}{\cos 30^\circ} = 633,98\,\mathrm{kV}$$