

Високонапонски мрежи и системи

Куси врски во ЕЕС

М. Тодоровски

Институт за преносни електроенергетски системи
Факултет за електротехника и информациски технологии
Универзитет Св. Кирил и Методиј

`mirko@feit.ukim.edu.mk`
`pees.feit.ukim.edu.mk`

Скопје, 2019

Вовед

- Куси врски се оштетувања кои создаваат електричен спој помеѓу деловите кои во нормални околности се наоѓаат на различни потенцијали.
- При куса врска низ спојното место и низ гранките од самата мрежа течат струи кои се многукратно поголеми од нормалните погонски струи.
- Доколку кусата врска не се исклучи брзо може да дојде до оштетување или уништување на опремата, а понекогаш и до распаѓање на целиот ЕЕС.
- Пресметката на струите и напоните за време на кусата врска во една мрежа е неопходна и честа операција која се користи за повеќе цели:
 - ▶ избор и димензионирање на елементите од мрежата
 - ▶ определување на параметрите на расклопната опрема и заземјувачите
 - ▶ избор на параметрите на заштитните уреди
 - ▶ анализа на влијанието на енергетските водови врз околината (индуцирани напони)
 - ▶ анализи на динамичката стабилност на ЕЕС

Причини за појава на кусите врски

- Пренапони

- ▶ Внатрешни (комутациони)

- ★ Последица на разни комутации (вклучувања и исклучувања) во мрежата и се јавуваат во преодниот период
- ★ Се карактеризираат со висока фреквенција, кратко времетраење и големината и до 4 пати поголема од номиналниот напон на мрежата
- ★ Нивната појава е неизбежна и единствено средство за заштита од нив е правилното димензионирање на изолацијата

- ▶ Надворешни (атмосферски)

- ★ Се јавуваат при удар на гром во електричната мрежа или во нејзината близина и макар што се краткотрајни (100 μ s) нивната големина (неколку MV) е далеку поголема од електричната цврстина на изолацијата
- ★ Се проценува дека 1/3 од вкупниот број на кусите врски се директна последица од појавата на атмосферските пренапони

Причини за појава на кусите врски

- Механички повреди на елементите од мрежата
 - ▶ прекин на спроводник кај надземен вод и негово паѓање на земјата,
 - ▶ механичка повреда на кабел
 - ▶ паѓање на гранка врз далекувод
 - ▶ испреплетување на фазните спроводници на далекуводот под дејство на силен ветар
- Неправилни и невнимателни манипулации со расклопните уреди во постројките
- Нечистоти и стареење на изолацијата
- Птици и животни
- Комбинација од претходно наведените причини

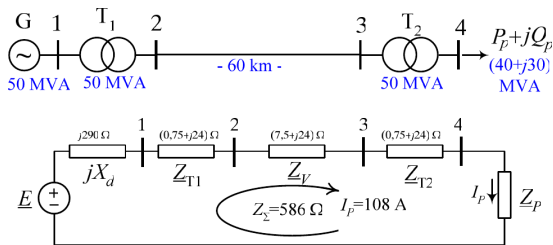
Штетни последици од кусите врски

- Струја на куса врска предизвикува големи сили кои може да оштетат или разорат делови на електричните уреди како собирници, расклопни уреди и намотки
- Максималната моментна вредност на струјата на куса врска се нарекува ударна струја на куса врска и е меродавна за големината на механичките напрегања на елементите од мрежата
- Термички напрегања на елементите поради нагло ослободената топлина создадена од струјата на куса врска
- Наглото паѓање на напонот може да доведе до загрозување на стабилноста на работата на системот поради значително намалување на синхронизационите сили кај генераторите, губење на синхронизмот, падури и распаѓање на системот
- Опасни потенцијални разлики, создадени на површината на земјата непосредно во близина на местото на кусата врска предизвикани од струјното поле создадено од течење на струјата на куса врска низ земјата

Видови на куси врски

- еднофазни куси врски 65%
- двофазни куси врски 10%
- двофазни куси врски со земја 20%
- трифазни куси врски 5%

Пример 1 – нормален работен режим

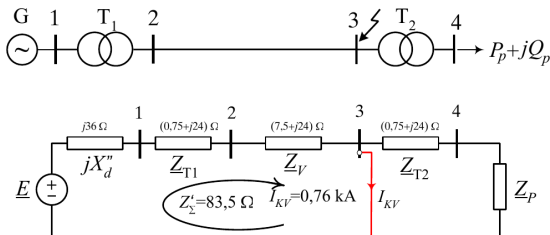


$$\underline{Z}_P = \frac{U_n^2}{\underline{S}_P^*} = \frac{110^2}{40 - j30} = (194 + j145) \Omega$$

$$\underline{Z}_\Sigma = jX_d + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_V + \underline{Z}_{T2} + \underline{Z}_P = 203 + j507 = 546 \cdot e^{j68^\circ} \Omega$$

$$I_P = \frac{U_n}{\sqrt{3} Z_\Sigma} = \frac{110}{\sqrt{3} \cdot 546} = 0,116 \text{ kA}$$

Пример 1 – куса врска



$$\underline{Z}'_{\Sigma} = jX''_d + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_V = 8,25 + j84 = 84,4 \cdot e^{j84^{\circ}} \Omega$$

$$I_P = \frac{U_n}{\sqrt{3}Z'_{\Sigma}} = \frac{110}{\sqrt{3} \cdot 84,4} = 0,752 \text{ kA} \approx 6,5 \cdot I_P$$

Облик на струјата на кусата врска

При кусата врска, во синхроните генератори се одвива сложен електромагнетен процес којшто се манифестира со промена на нивните внатрешни реактанции во многу широки граници. Поради тоа струјата на куса врска во преодниот период се менува по прилично сложен закон. Таа се состои од две компоненти

- наизменична $i_p(t)$
- еднонасочна или апериодична $i_a(t)$

Обликот на струјата на куса врска може приближно да се опише со равенката

$$i(t) = \sqrt{2}I_p(t) \cos \omega t - i_a(t)$$
$$I_p(t) = (I'' - I) e^{-t/T_d''} + (I' - I) e^{-t/T_d'} + I$$

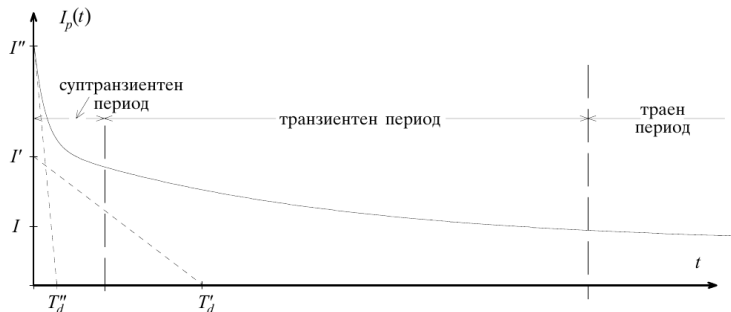
I'' , I' , I се суптранзиентната, транзиентната и трајната струја на куса врска, T_d'' , T_d' суптранзиентната и транзиентната временска константа на придушување.

$$T_d'' = 0,02 \div 0,04 \text{ s}$$

$$T_d' = 1 \div 2 \text{ s}$$

Облик на ефективната вредност на наизменичната компонента

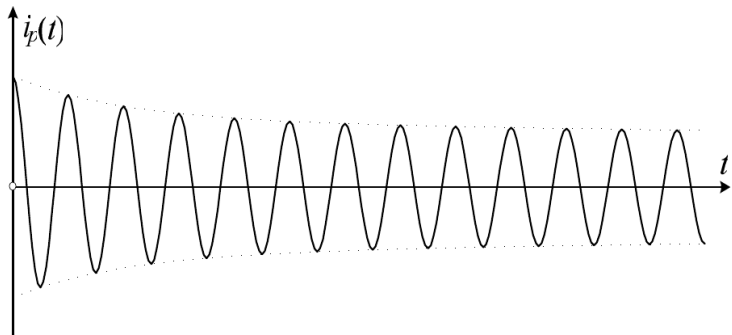
$$I_p(t) = (I'' - I')e^{-t/T_d''} + (I' - I)e^{-t/T_d'} + I$$



Упростување

- Суптранзиентен период $I_p(t) = I''$
- Транзиентен период $I_p(t) = I'$
- Траен период $I_p(t) = I$

Наизменична компонента на струјата на куса врска



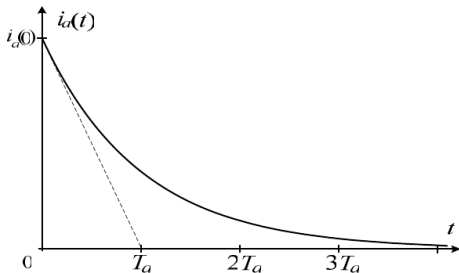
Еднонасочна компонента на струјата на куса врска

- Последица на магнетската инерција на статорските намотки на синхроните генератори и елементите од мрежата

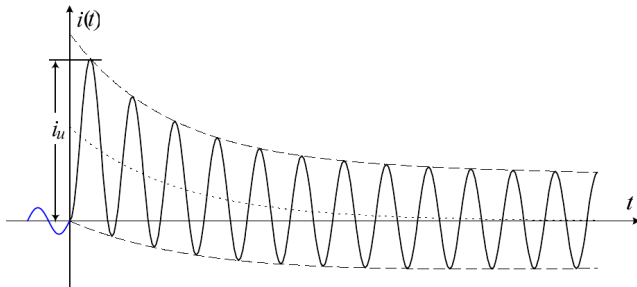
$$i(0^+) = i(0^-)$$

- Ако пред кусата врска системот бил во празен од

$$i_a(0) = \sqrt{2}I'' \quad i_a(t) = i_a(0)e^{-t/T_a} \quad T_a = L_e/R_e \text{ малку поголема од } T'_d$$



Осцилограм на струјата на куса врска



- Ударна струја на куса врска

$$i_u = \sqrt{2}I'' \left(1 + e^{-0,01/T_a}\right) = \sqrt{2}k_u I''$$

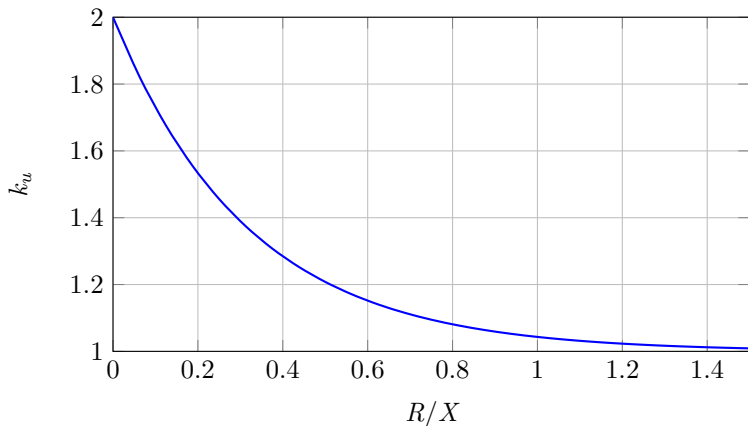
- Ударен коефициент

$$k_u = 1 + e^{-0,01/T_a}$$

Ударен коефициент

$$k_u = 1 + e^{-0,01/T_a} \quad T_a = \frac{X/\omega}{R} \quad \frac{1}{T_a} = \omega \frac{R}{X} = 100\pi \frac{R}{X}$$

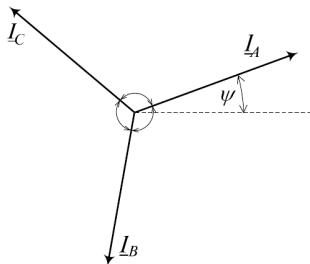
$$k_u = 1 + e^{-\pi \cdot (R/X)}$$



Упростувања при анализите на кусите врски

- Во систем со повеќе синхрони генератори кусата врска се поистоветува со процесот што настанува кога постои само еден синхрон генератор (се занемаруваат различните временски константи)
- Се занемарува дејството на напонскиот регулатор и регулаторот на моќност
- Се занемаруваат сите попречни гранки во системот во кој настанала кусата врска
- Се занемаруваат активните отпорности на сите елементи во мрежите со висок напон ($U_n \geq 110 \text{ kV}$)
 - ▶ Водови: $X/R = 3 \div 10$
 - ▶ Трансформатори: $X/R = 10 \div 20$

Симетрични трифазни системи



директен редослед на фазите

$$\underline{I}_A = I \cdot e^{j\psi}$$

$$\underline{I}_B = I \cdot e^{j(\psi - 2\pi/3)}$$

$$\underline{I}_C = I \cdot e^{j(\psi + 2\pi/3)}$$

$$\underline{I}_A = I$$

$$\underline{I}_B = \underline{a}^2 \cdot I$$

$$\underline{I}_C = \underline{a} \cdot I$$

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3}$$

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$$

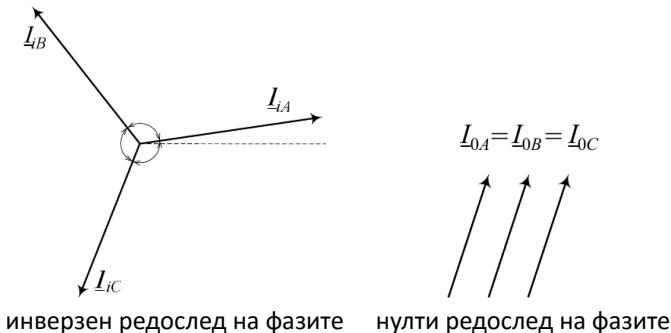
$$\underline{a} = \underline{a}^4 = \underline{a}^7 = \dots = -1/2 + j\sqrt{3}/2$$

$$\underline{a}^2 = \underline{a}^5 = \underline{a}^8 = \dots = -1/2 - j\sqrt{3}/2$$

$$\underline{a}^3 = \underline{a}^6 = \underline{a}^9 = \dots = 1$$

Несиметрични трифазни системи

Метод на **симетрични компоненти**: секој несиметричен трифазен систем на напони или струи може да се разложи во три трифазни симетрични системи од кои едниот има **директен**, другиот **инверзен** и третиот **нулти** редослед на фазите.



Симетрични компоненти

$$\underline{I}_{dA} = \underline{I}_d$$

$$\underline{I}_{iA} = \underline{I}_i$$

$$\underline{I}_{0A} = \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_{dB} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_d$$

$$\underline{I}_{iB} = \underline{a} \cdot \underline{I}_i$$

$$\underline{I}_{0B} = \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_{dC} = \underline{a} \cdot \underline{I}_d$$

$$\underline{I}_{iC} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_i$$

$$\underline{I}_{0C} = \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{dA} + \underline{I}_{iA} + \underline{I}_{0A} = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{dB} + \underline{I}_{iB} + \underline{I}_{0B} = \underline{a}^2 \underline{I}_d + \underline{a} \underline{I}_i + \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{dC} + \underline{I}_{iC} + \underline{I}_{0C} = \underline{a} \underline{I}_d + \underline{a}^2 \underline{I}_i + \underline{I}_0$$

Големините \underline{I}_d , \underline{I}_i и \underline{I}_0 се нарекуваат симетрични компоненти на несиметричниот трифазен систем (\underline{I}_A , \underline{I}_B и \underline{I}_C).

$$\underline{I}_d = (\underline{I}_A + \underline{a} \underline{I}_B + \underline{a}^2 \underline{I}_C) / 3$$

$$\underline{I}_i = (\underline{I}_A + \underline{a}^2 \underline{I}_B + \underline{a} \underline{I}_C) / 3$$

$$\underline{I}_0 = (\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) / 3$$

Симетрични компоненти

$$\mathbf{I}_f = \mathbf{F} \cdot \mathbf{I}_s$$

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{I}_f$$

$$\mathbf{I}_f = \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \\ \underline{I}_0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

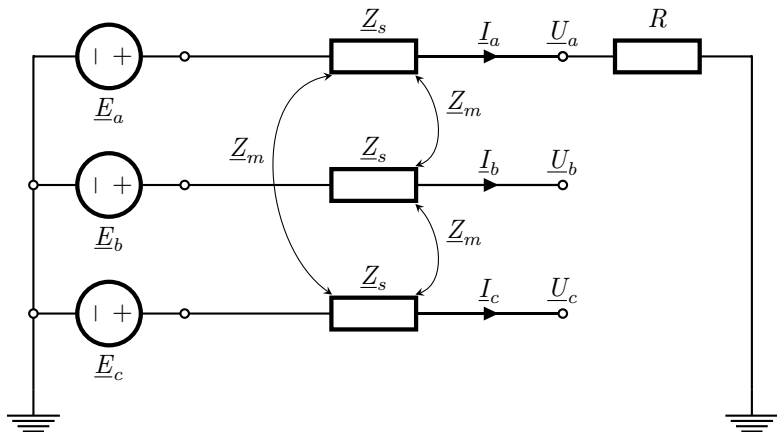
Пример 2

На сликата е прикажан симетричен трифазен вод со сопствени импеданции на фазите $\underline{Z}_s = j10 \Omega$ и меѓусебни импеданции $\underline{Z}_m = j5 \Omega$. Водот се напојува од симетричен трифазен генератор со напони на фазите $\underline{E}_a = E$, $\underline{E}_b = \underline{a}^2 \cdot E$ и $\underline{E}_c = \underline{a} \cdot E$, при што е $E = 230 \text{ V}$ и $\underline{a} = e^{j \cdot 2\pi/3} = -1/2 + j\sqrt{3}/2$. На крајот од водот само на фазата a е приклучен отпорник $R = 10 \Omega$, додека фазите b и c се отворени. Да се пресметаат напоните на сите три фази на крајот од водот \underline{U}_a , \underline{U}_b и \underline{U}_c , како и струите во фазите \underline{I}_a , \underline{I}_b и \underline{I}_c . Пресметките да се направат на два начина

- Решавајќи го колото во фазен домен сметајќи дека тоа се состои од 3 еднофазни генератори, 3 меѓусебно спрегнати импеданции и 1 отпорник,
- Решавајќи го колото со примена на симетрични компоненти.

Пример 2

$\underline{Z}_s = j10 \Omega$, $\underline{Z}_m = j5 \Omega$, $\underline{E}_a = E$, $\underline{E}_b = \underline{a}^2 \cdot E$, $\underline{E}_c = \underline{a} \cdot E$, $E = 230 \text{ V}$,
 $R = 10 \Omega$.

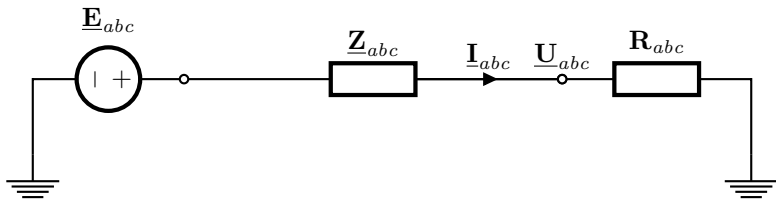


Пример 2а

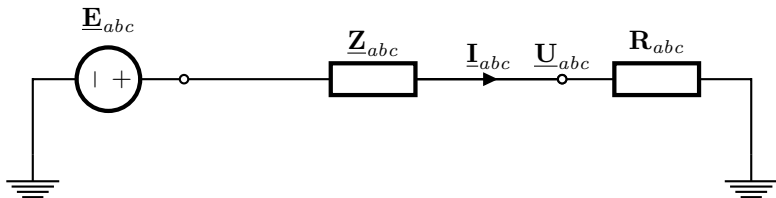
$$\underline{\mathbf{E}}_{abc} = \begin{bmatrix} E \\ \underline{a}^2 \cdot E \\ \underline{a} \cdot E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} \text{ V}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{abc} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_s & \underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_s & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_m & \underline{Z}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \Omega$$

$$\underline{\mathbf{R}}_{abc} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 10^8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 10^8 \end{bmatrix} \Omega$$



Пример 2а

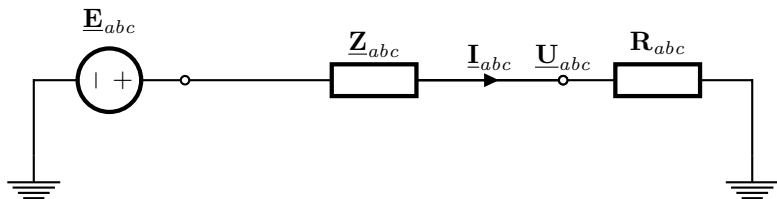


$$\underline{\mathbf{E}}_{abc} = (\underline{\mathbf{Z}}_{abc} + \mathbf{R}_{abc}) \cdot \underline{\mathbf{I}}_{abc}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_{abc} = (\underline{\mathbf{Z}}_{abc} + \mathbf{R}_{abc})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{abc} =$$

$$= \begin{bmatrix} 10 + j10 & j5 & j5 \\ j5 & 10^8 + j10 & j5 \\ j5 & j5 & 10^8 + j10 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} 11,5 - j11,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ A}$$

Пример 2а



$$\begin{aligned}\underline{U}_{abc} &= \underline{E}_{abc} - \underline{Z}_{abc} \cdot \underline{I}_{abc} = \\ &= \begin{bmatrix} 230 \\ -115 - j199,186 \\ -115 + j199,186 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 11,5 - j11,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 115 - j115 \\ -172,5 - j256,686 \\ -172,5 + j141,686 \end{bmatrix} \text{ V}\end{aligned}$$

Пример 26

$$\underline{\mathbf{U}}_{abc} = \underline{\mathbf{E}}_{abc} - \underline{\mathbf{Z}}_{abc} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{abc}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{abc} = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{dio} \quad \underline{\mathbf{E}}_{abc} = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{dio} \quad \underline{\mathbf{I}}_{abc} = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{dio}$$

$$\underline{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{dio} = \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{dio} - \underline{\mathbf{Z}}_{abc} \cdot \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{dio}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{dio} = \underline{\mathbf{E}}_{dio} - \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{abc} \cdot \underline{\mathbf{F}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{dio}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{dio} = \underline{\mathbf{E}}_{dio} - \underline{\mathbf{Z}}_{dio} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{dio}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{dio} = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{abc} \cdot \underline{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_s - \underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_s - \underline{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_s + 2 \cdot \underline{Z}_m \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_s - \underline{Z}_m = j5 \Omega$$

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_s - \underline{Z}_m = j5 \Omega$$

$$\underline{Z}_o = \underline{Z}_s + 2 \cdot \underline{Z}_m = j20 \Omega$$

Пример 26

$$\underline{\mathbf{E}}_{dio} = \underline{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{abc} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_d \cdot \underline{I}_d \\ \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_i \\ \underline{Z}_o \cdot \underline{I}_o \end{bmatrix}$$

3 одделни равенки

$$\underline{I}_b = \underline{I}_o + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_d + \underline{a} \cdot \underline{I}_i = 0$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_o + \underline{a} \cdot \underline{I}_d + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_i = 0$$

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$$

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_o$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_o + \underline{I}_d + \underline{I}_i = 3 \cdot \underline{I}_d$$

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_o = \frac{\underline{I}_a}{3}$$

Пример 26

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_d \\ \underline{Z}_i \\ \underline{Z}_o \end{bmatrix} \cdot \frac{I_a}{3}$$

$$\underline{U}_d = E - \underline{Z}_d \cdot \frac{I_a}{3}$$

$$\underline{U}_i = -\underline{Z}_i \cdot \frac{I_a}{3}$$

$$\underline{U}_o = -\underline{Z}_o \cdot \frac{I_a}{3}$$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_o = E - (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_o) \cdot \frac{I_a}{3}$$

$$\underline{U}_a = R \cdot I_a$$

$$I_a = \frac{3 \cdot E}{3 \cdot R + \underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_o} = \frac{3 \cdot 230}{3 \cdot 10 + j5 + j5 + j20} = (11,5 - j11,5) \text{ A}$$

Пример 26

$$\underline{U}_a = R \cdot \underline{I}_a = 10 \cdot (11,5 - j11,5) = (115 - j115) \text{ V}$$

$$\underline{U}_d = E - \underline{Z}_d \cdot \frac{\underline{I}_a}{3} = 230 - j5 \cdot \frac{11,5 - j11,5}{3} = (210,833 - j19,167) \text{ V}$$

$$\underline{U}_i = -\underline{Z}_i \cdot \frac{\underline{I}_a}{3} = -j5 \cdot \frac{11,5 - j11,5}{3} = (-19,167 - j19,167) \text{ V}$$

$$\underline{U}_o = -\underline{Z}_o \cdot \frac{\underline{I}_a}{3} = -j20 \cdot \frac{11,5 - j11,5}{3} = (-76,667 - j76,667) \text{ V}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_o + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_d + \underline{a} \cdot \underline{U}_i = (-172,5 - j256,686) \text{ V},$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_o + \underline{a} \cdot \underline{U}_d + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_i = (-172,5 - j141,686) \text{ V}.$$

При решавањето на несиметричното коло со помош на симетрични компоненти струјата на потрошувачот се добива со проста формула

$$\underline{I}_a = \frac{3 \cdot E}{3 \cdot R + \underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_o}.$$

Пример 26

Ако е $R = 0$ (еднофазна куса врска), за струјата на куса врска добиваме

$$\underline{I}_a = \frac{3 \cdot E}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_o}$$

Симетричните компоненти на струјата на еднофазна куса врска се

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_o = \frac{\underline{I}_a}{3} = \frac{E}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_o}$$

Пример 2

programi/nesim_kolo.m

```
1 a = exp(1j*2*pi/3);
2 E = 230;
3 R = 10;
4 Zs = 1j*10;
5 Zm = 1j*5;
6
7 disp('a');
8 Eabc = E * [1; a^2; a];
9 Zabc = [Zs Zm Zm
10         Zm Zs Zm
11         Zm Zm Zs];
12 Rabc = diag([R 1e8 1e8]);
13 Iabc = (Zabc + Rabc)\Eabc
14 Uabc = Rabc*Iabc
15
16 disp('b');
17 Zd = Zs - Zm;
18 Zi = Zs - Zm;
19 Zo = Zs + 2*Zm;
20 Ia = 3*E/(3*R + Zd + Zi + Zo)
21 Ud = E - Zd*Ia/3
22 Ui = -Zi*Ia/3
23 Uo = -Zo*Ia/3
24 Ua = Ud + Ui + Uo
25 Ub = a^2*Ud + a*Ui + Uo
26 Uc = a*Ud + a^2*Ui + Uo
```

Пример 2

```
>> nesim_kolo
```

```
a)
```

```
Iabc =  
 11.5000 -11.5000i  
 -0.0000 - 0.0000i  
 -0.0000 + 0.0000i  
Uabc =  
 1.0e+02 *  
 1.1500 - 1.1500i  
 -1.7250 - 2.5669i  
 -1.7250 + 1.4169i
```

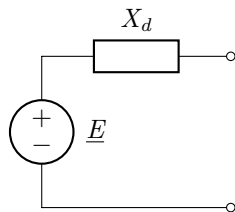
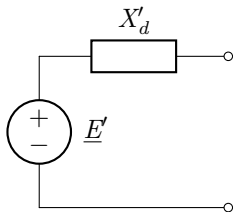
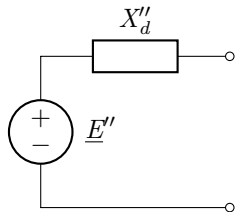
```
b)
```

```
Ia =  
 11.5000 -11.5000i  
Ud =  
 2.1083e+02 - 1.9167e+01i  
Ui =  
 -19.1667 -19.1667i  
Uo =  
 -76.6667 -76.6667i  
Ua =  
 1.1500e+02 - 1.1500e+02i  
Ub =  
 -1.7250e+02 - 2.5669e+02i  
Uc =  
 -1.7250e+02 + 1.4169e+02i
```

Реактанции на синхроните генератори – директен систем

Кусата врска надворешно гледано се манифестира како да се менува внатрешната реактанција на генераторот. Упростено, можеме да сметаме дека реактанцијата на генераторот се менува скоковито

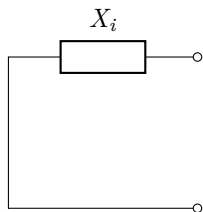
- субтранзиентна реактанција X''_d
- транзиентна реактанција X'_d
- трајна реактанција X_d



$$\underline{E}'' = \underline{E}' = \underline{E} = U_n / \sqrt{3}$$

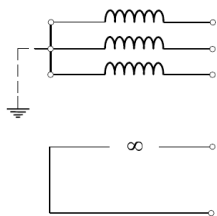
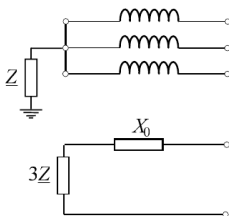
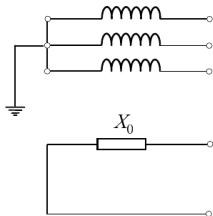
Реактанции на синхроните генератори – инверзен систем

Иста реактанција за сите 3 периоди.



Реактанции на синхроните генератори – нулти систем

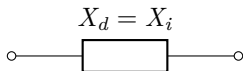
Иста реактанција за сите 3 периоди.



Просечни вредности на реактанциите (%)

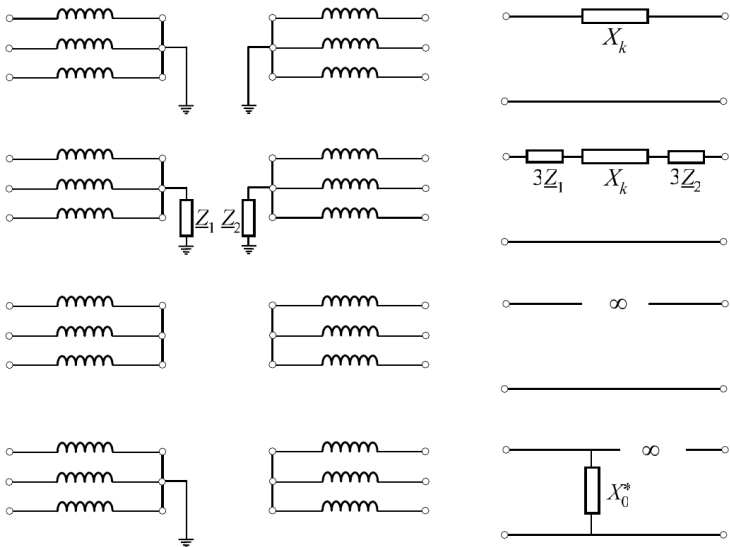
Вид на синхрони машини	X_d''	X_d'	X_d	X_i	X_0
Турбогенератори	9 - 15	13 - 22	160 - 200	9 - 15	3 - 9
Хидрогенератори со придушна намотка	15 - 30	20 - 45	60 - 140	15 - 30	3 - 15
Хидрогенератори без придушна намотка	25 - 45	25 - 45	50 - 140	30 - 65	3 - 15
Синхрони компензатори	18 - 38	30 - 60	150 - 220	17 - 37	3 - 15

Двонамотни трансформатори – директен и инверзен систем

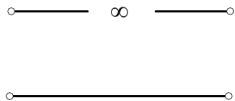
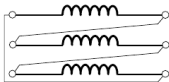
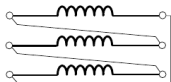
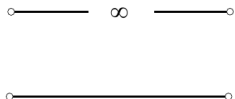
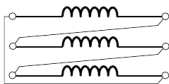
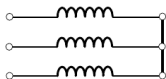
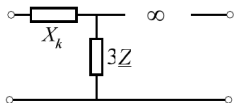
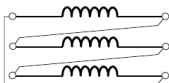
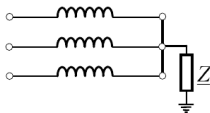
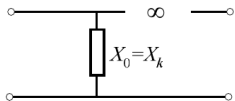
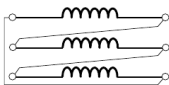
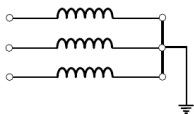


$$X_d = X_i = X_k = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n}$$

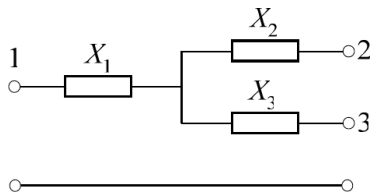
Двонамотни трансформатори – нулти систем



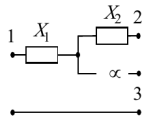
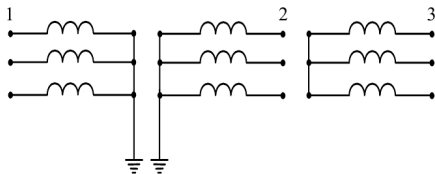
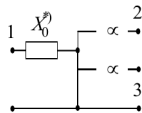
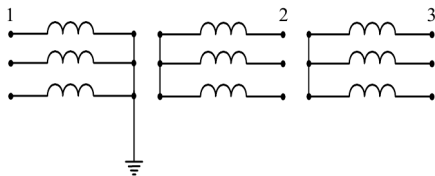
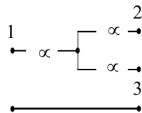
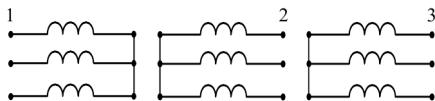
Двонамотни трансформатори – нулти систем



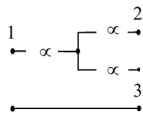
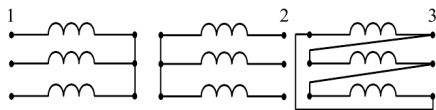
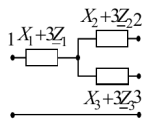
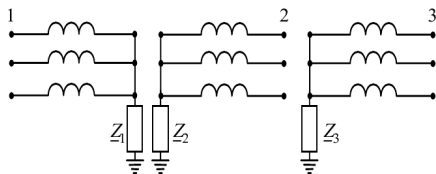
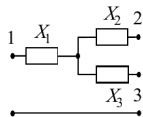
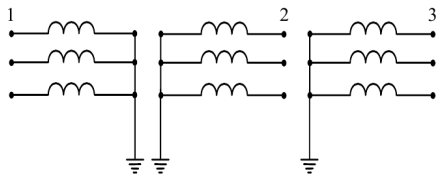
Тринамотни трансформатори – директен и инверзен систем



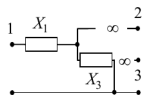
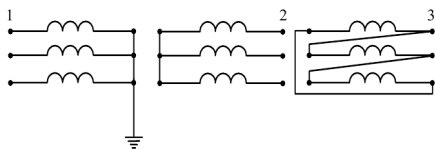
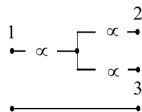
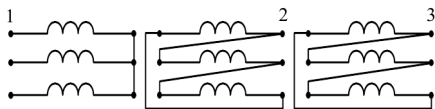
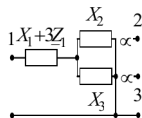
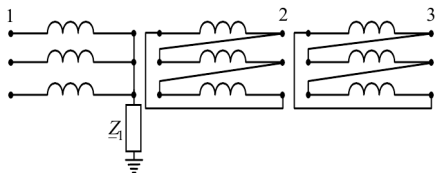
Тринамотни трансформатори – нулти систем



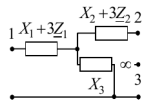
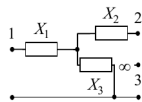
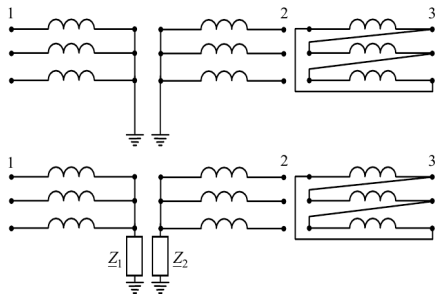
Тринамотни трансформатори – нулти систем



Тринамотни трансформатори – нулти систем

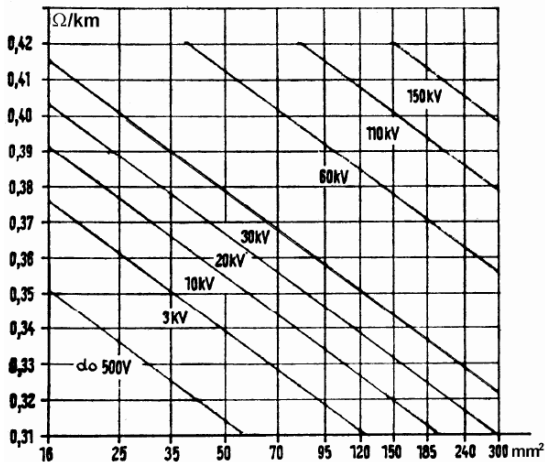


Тринамотни трансформатори – нулти систем



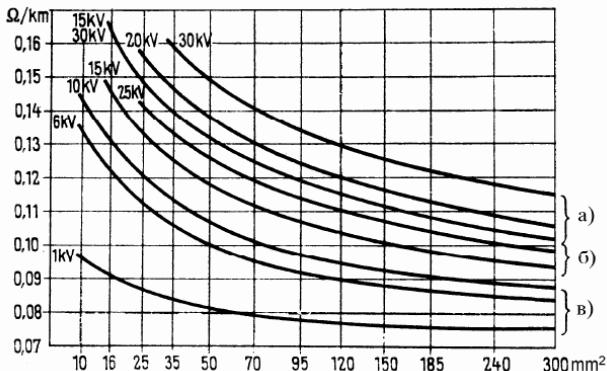
Реактанции на надземните водови – директен и инверзен систем

$$X_d = X_i = X = x \cdot l$$



Реактанции на каблите – директен и инверзен систем

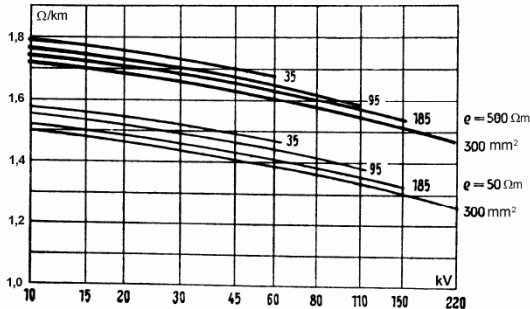
$$X_d = X_i = X = x \cdot l$$



а) со 3 засебни плаштови, б) екранирани Н-кабли, в) појасни кабли

Реактанции на надземните водови – нулти систем

- единечен вод без заштитно јаже $x_0 \approx 3,5 \cdot x$
- единечен вод со челично заштитно јаже $x_0 \approx 3,0 \cdot x$
- единечен вод со зашт. јаже Al/Џ или алумовелд (AW) $x_0 \approx 2,0 \cdot x$
- двосистемски вод без заштитно јаже $x_0 \approx 5,5 \cdot x$
- двосистемски вод со челично заштитно јаже $x_0 \approx 4,7 \cdot x$
- двосистемски вод со зашт. јаже Al/Џ или алумовелд (AW) $x_0 \approx 3,0 \cdot x$



Реактанции на каблите – нулти систем

Нултата реактанција на каблите зависи од

- заемниот распоред на жилите во кабелот
- спроводноста на повратниот пат на струјата низ земјата
- присуството на метални делови во земјата долж трасата на кабелот
- конструкцијата на кабелот (метален плашт)
- присуството на други кабли

Нултата реактанција на еден ист тип кабел не е константна и таа може да варира во широки граници, зависно од начинот на неговото полагање. Таа тешко се пресметува и таа најчесто се добива со мерење.

$$x_0 \approx (3,5 \div 4,5) \cdot x$$

Реактанции на потрошувачите

- Сите потрошувачи (освен големи синхрони и асинхрони мотори) се исфрлаат од еквивалентните шеми на мрежата. Нивното постоење се уважува преку зголемување на пресметаните вредности на струите за определен износ (10 ÷ 20%)
- Синхроните мотори и компензатори се третираат исто како синхроните генератори
- Асинхроните мотори со $P_n \geq 100 \text{ kW}$ се уважуваат само во суптранзиентниот период

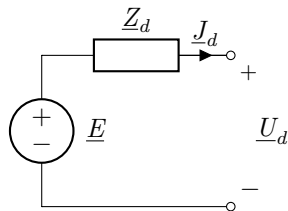
$$X_d = X_i = X_k = \frac{U_n}{\sqrt{3}I_p} = \frac{1}{k_p} \frac{U_n^2}{S_n}$$

I_p струја на пуштање

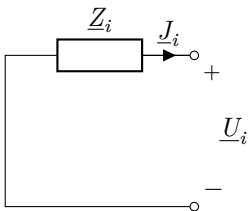
$k_p = I_p/I_n = (3 \div 5)$ коефициент на пуштање

Еквивалентни шеми

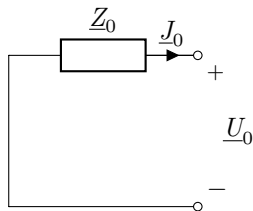
Според Тевененовата теорема секоја линеарна мрежа во однос на било кој пар јазли може да се еквивалентира со еден напонски генератор. Неговата внатрешна импеданција е еднаква на влезната импеданција, а неговиот напон е еднаков на напонот на празен од.



директен
систем



инверзен
систем



нулти
систем

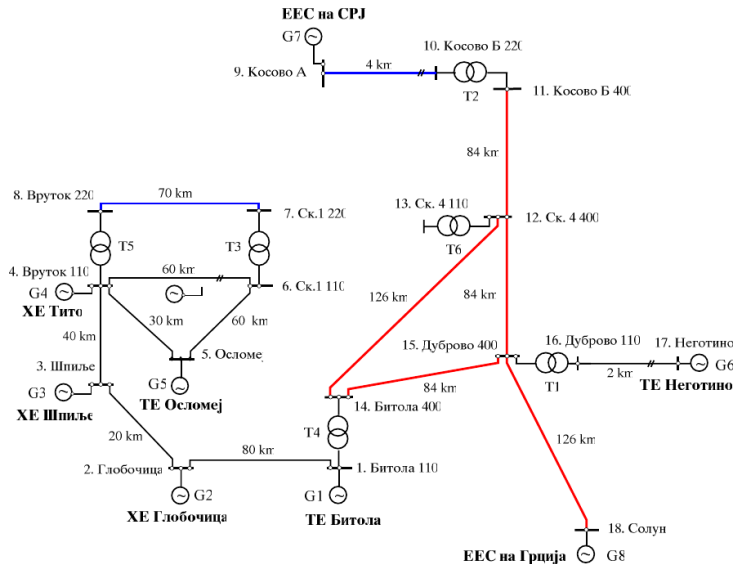
три општи равенки

$$E = U_d + Z_d \cdot J_d$$

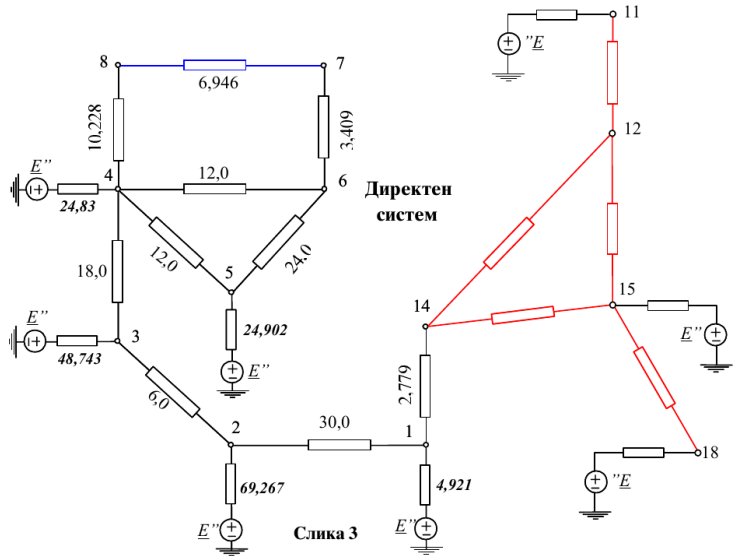
$$0 = U_i + Z_i \cdot J_i$$

$$0 = U_0 + Z_0 \cdot J_0$$

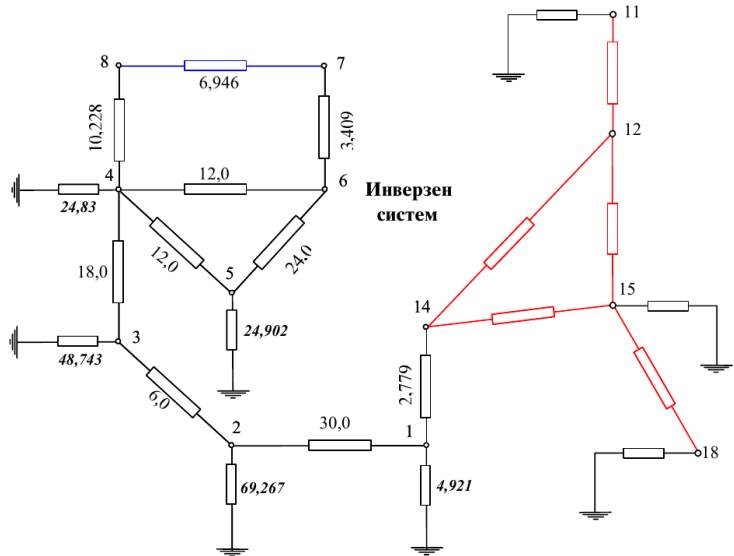
Пример 3



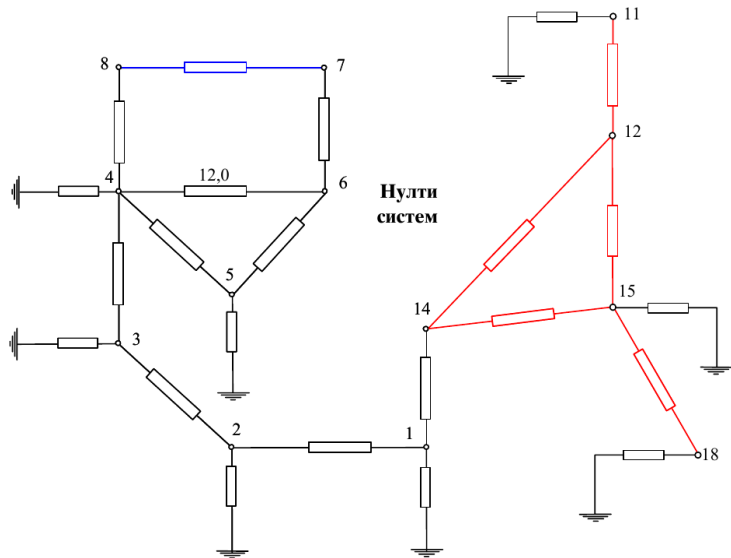
Пример 4



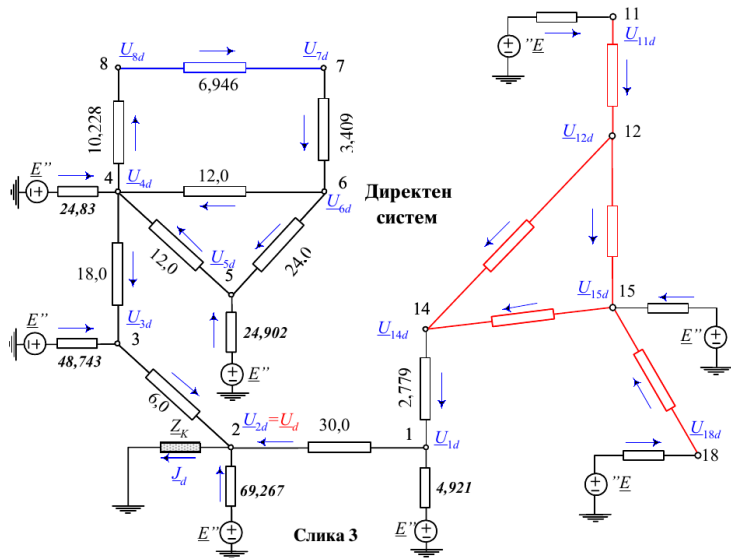
Пример 5



Пример 6

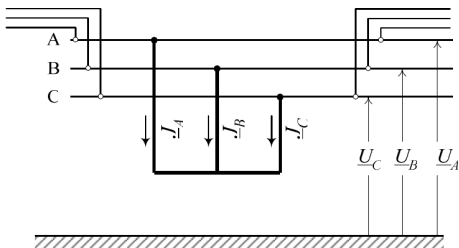


Пример 7



Слика 3

Трифазна куца врска



три општи равенки

$$\underline{E} = \underline{U}_d + \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d$$

$$0 = \underline{U}_i + \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i$$

$$0 = \underline{U}_0 + \underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0$$

три посебни равенки

$$\underline{J}_A + \underline{J}_B + \underline{J}_C = 0$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_B = \underline{U}_C$$

$$\underline{J}_0 = (\underline{J}_A + \underline{J}_B + \underline{J}_C)/3 = 0$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{J}_0 = 0$$

$$\underline{U}_d = (\underline{U}_A + \underline{a} \underline{U}_B + \underline{a}^2 \underline{U}_C)/3 = 0 \Rightarrow \underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d}$$

$$\underline{U}_i = (\underline{U}_A + \underline{a}^2 \underline{U}_B + \underline{a} \underline{U}_C)/3 = 0 \Rightarrow \underline{J}_i = 0$$

Трифазна куца врска

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i = \underline{U}_0 = 0$$

$$\underline{J}_i = \underline{J}_0 = 0$$

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d}$$

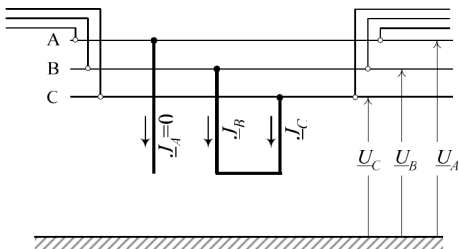
$$\underline{U}_A = \underline{U}_B = \underline{U}_C = 0$$

$$\underline{J}_A = \underline{J}_d$$

$$\underline{J}_B = \underline{a}^2 \underline{J}_d$$

$$\underline{J}_C = \underline{a} \underline{J}_d$$

Двофазна куса врска



три општи равенки

$$\underline{E} = \underline{U}_d + \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d$$

$$0 = \underline{U}_i + \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i$$

$$0 = \underline{U}_0 + \underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0$$

три посебни равенки

$$\underline{J}_A = 0$$

$$\underline{J}_B + \underline{J}_C = 0$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C$$

$$\underline{J}_0 = (\underline{J}_A + \underline{J}_B + \underline{J}_C)/3 = 0$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{J}_0 = 0$$

$$a\underline{U}_d + a^2\underline{U}_i + \underline{U}_0 = a^2\underline{U}_d + a\underline{U}_i + \underline{U}_0 \Rightarrow \underline{U}_d = \underline{U}_i$$

Двофазна куса врска

$$\underline{J}_d = (\underline{J}_A + \underline{a} \underline{J}_B + \underline{a}^2 \underline{J}_C) / 3 = (\underline{a} \underline{J}_B - \underline{a}^2 \underline{J}_B) / 3$$

$$\underline{J}_i = (\underline{J}_A + \underline{a}^2 \underline{J}_B + \underline{a} \underline{J}_C) / 3 = (\underline{a}^2 \underline{J}_B - \underline{a} \underline{J}_B) / 3 = -\underline{J}_d$$

$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_i = \underline{U}_d \\ \underline{J}_i = -\underline{J}_d \\ \underline{E} = \underline{U}_d + \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d \\ 0 = \underline{U}_i + \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} \quad \underline{U}_d = \frac{\underline{Z}_i \underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i}$$

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} \quad \underline{J}_i = -\underline{J}_d \quad \underline{J}_0 = 0$$

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{Z}_i \underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} \quad \underline{U}_i = \underline{U}_d \quad \underline{U}_0 = 0$$

$$\underline{U}_A = 2\underline{U}_d = \frac{2\underline{Z}_i \underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i}$$

$$\underline{U}_B = -\underline{U}_A / 2$$

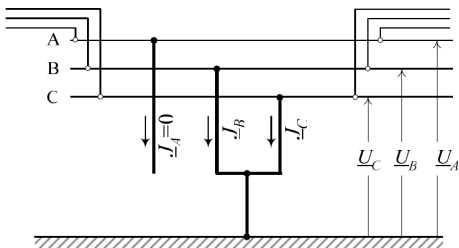
$$\underline{U}_C = -\underline{U}_A / 2$$

$$\underline{J}_A = 0$$

$$\underline{J}_B = -j\sqrt{3}\underline{J}_d$$

$$\underline{J}_C = -\underline{J}_B$$

Двофазна куца врска со земја



три општи равенки

$$\underline{E} = \underline{U}_d + \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d$$

$$0 = \underline{U}_i + \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i$$

$$0 = \underline{U}_0 + \underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0$$

три посебни равенки

$$\underline{J}_A = 0$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_C = 0$$

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} \quad \underline{J}_i = \frac{-\underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0} \cdot \underline{J}_d \quad \underline{J}_0 = \frac{-\underline{Z}_i}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0} \cdot \underline{J}_d$$

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} \cdot \underline{E} \quad \underline{U}_i = \underline{U}_d \quad \underline{U}_0 = \underline{U}_d$$

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_i \parallel \underline{Z}_0 = \frac{\underline{Z}_i \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$$

Двофазна куса врска со земја

$$\underline{J}_A = 0$$

$$\underline{J}_B = \frac{(\underline{a}^2 - 1)\underline{Z}_i + (\underline{a}^2 - \underline{a})\underline{Z}_0}{\underline{Z}_d\underline{Z}_i + \underline{Z}_d\underline{Z}_0 + \underline{Z}_i\underline{Z}_0} \cdot \underline{E}$$

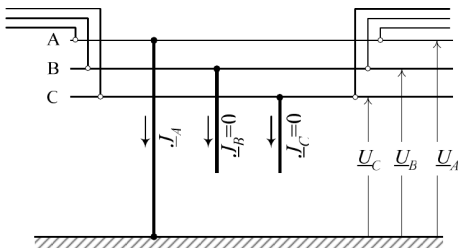
$$\underline{J}_C = -\underline{J}_B$$

$$\underline{U}_A = 3\underline{U}_d = \frac{3 \cdot \underline{E} \cdot \underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}$$

$$\underline{U}_B = 0$$

$$\underline{U}_C = 0$$

Еднофазна куса врска



три општи равенки

$$\underline{E} = \underline{U}_d + \underline{Z}_d \cdot \underline{J}_d$$

$$0 = \underline{U}_i + \underline{Z}_i \cdot \underline{J}_i$$

$$0 = \underline{U}_0 + \underline{Z}_0 \cdot \underline{J}_0$$

три посебни равенки

$$\underline{U}_A = 0$$

$$\underline{J}_B = 0$$

$$\underline{J}_C = 0$$

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}$$

$$\underline{J}_i = \underline{J}_d$$

$$\underline{J}_0 = \underline{J}_d$$

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{E}\underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}$$

$$\underline{U}_i = -\underline{Z}_i \underline{J}_i$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{J}_0$$

Еднофазна куса врска

$$\underline{J}_A = 3\underline{J}_d = \frac{3\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$$

$$\underline{J}_B = 0$$

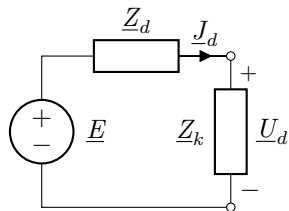
$$\underline{J}_C = 0$$

$$\underline{U}_A = 0$$

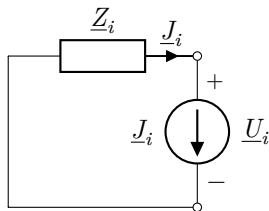
$$\underline{U}_B = \frac{(\underline{a}^2 - \underline{a})\underline{Z}_i + (\underline{a}^2 - 1)\underline{Z}_0}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} \cdot \underline{E}$$

$$\underline{U}_C = \frac{(\underline{a} - \underline{a}^2)\underline{Z}_i + (\underline{a} - 1)\underline{Z}_0}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_0} \cdot \underline{E}$$

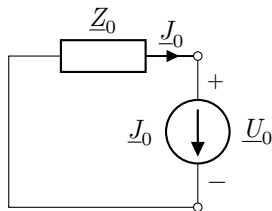
Куси врски – заклучок



директен
систем



инверзен
систем



нулти
систем

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k}$$

$$\underline{U}_d = \underline{Z}_k \underline{J}_d = \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} \cdot \underline{E}$$

$$\underline{J}_i = \underline{p}_k \cdot \underline{J}_d$$

$$\underline{J}_0 = \underline{q}_k \cdot \underline{J}_d$$

Куси врски – заклучок

Вид на куса врска	\underline{Z}_k	\underline{p}_k	\underline{q}_k
Трифазна	0	0	0
Двофазна	\underline{Z}_i	-1	0
Двофазна со земја	$\frac{\underline{Z}_i \cdot \underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$	$\frac{-\underline{Z}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$	$\frac{-\underline{Z}_i}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_0}$
Еднофазна	$\underline{Z}_i + \underline{Z}_0$	1	1

Матрична постапка

- Современите ЕЕС се просторно големи и имаат сложена топологија така што не можат да бидат решени без компјутер
- Еден ефикасен начин за решавање на електрични кола со компјутер е примена на методот на јазлови потенцијали
- За решавање на куси врски треба да се решат 3 електрични кола: директен, инверзен и нулти систем, т.е. ни требаат 3 матрици на импеданции \underline{Z}_d , \underline{Z}_i и \underline{Z}_0 , а во суштина ни треба по **една колона од матрицата на импеданции**

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_{kk}^d \quad \underline{Z}_i = \underline{Z}_{kk}^i \quad \underline{Z}_0 = \underline{Z}_{kk}^0$$

$$\underline{J}_d = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_k} \quad \underline{J}_i = \underline{p}_k \cdot \underline{J}_d \quad \underline{J}_0 = \underline{q}_k \cdot \underline{J}_d$$

$$\underline{U}_j^d = \underline{E} - \underline{Z}_{kj}^d \cdot \underline{J}_d \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\underline{U}_j^i = -\underline{Z}_{kj}^i \cdot \underline{J}_i \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\underline{U}_j^0 = -\underline{Z}_{kj}^0 \cdot \underline{J}_0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

- Иако $\underline{Z} = \underline{Y}^{-1}$ **ние никогаш нема да пресметуваме инверзна матрица**

Една колона од матрицата на импеданции

Проблем: за дадена матрица \underline{Y} да се пресмета само колоната k од нејзината инверзна матрица \underline{Z} .

Решение: бараната колона ќе ја добиеме како решение на следниот систем равенки

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I}$$

каде што векторот \underline{I} е полн со нули освен на позиција k каде што има единица

$$\underline{I}_j = \begin{cases} 0 & i \neq k, \\ 1 & i = k. \end{cases}$$

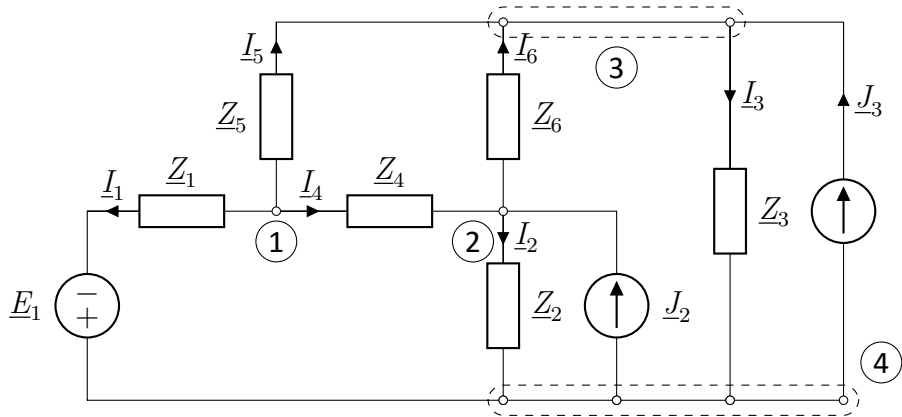
Решение во Matlab

```
I = zeros(n, 1);  
I(k) = 1;  
U = Y \ I
```

Во Matlab никогаш нема да напишеме вака

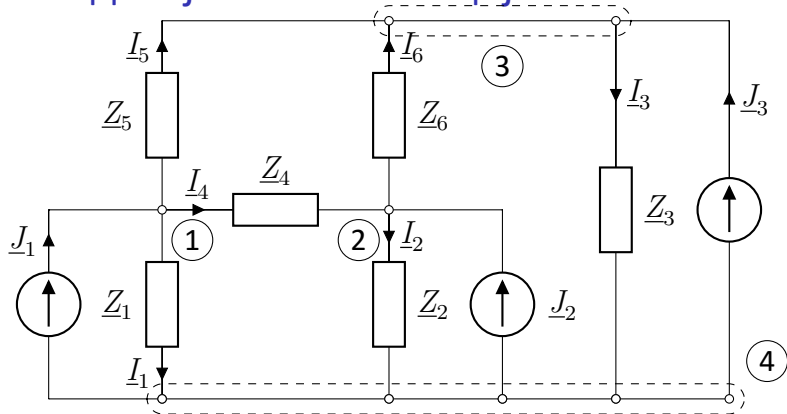
```
Z = Y^-1
```

Метод на јазлови потенцијали



$$\underline{J}_1 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}$$

Метод на јазлови потенцијали



$$\underline{J}_1 = \underline{I}_1 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5$$

$$\underline{J}_2 = \underline{I}_2 - \underline{I}_4 + \underline{I}_6$$

$$\underline{J}_3 = \underline{I}_3 - \underline{I}_5 - \underline{I}_6$$

јазел 4: $\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ (сума од горните 3) $\Rightarrow \underline{U}_4 = 0$

Струи изразени преку напони

$$\underline{J}_1 = \frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_1 - U_2}{Z_4} - \frac{U_1 - U_3}{Z_5},$$

$$\underline{J}_2 = \frac{U_2}{Z_2} - \frac{U_1 - U_2}{Z_4} + \frac{U_2 - U_3}{Z_6},$$

$$\underline{J}_3 = \frac{U_3}{Z_3} - \frac{U_1 - U_3}{Z_5} - \frac{U_2 - U_3}{Z_6}.$$

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5} \right) U_1 - \frac{1}{Z_4} U_2 - \frac{1}{Z_5} U_3 = \underline{J}_1,$$

$$-\frac{1}{Z_4} U_1 + \left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_6} \right) U_2 - \frac{1}{Z_6} U_3 = \underline{J}_2,$$

$$-\frac{1}{Z_5} U_1 - \frac{1}{Z_6} U_2 + \left(\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} + \frac{1}{Z_6} \right) U_3 = \underline{J}_3,$$

$$\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{J}},$$

Матрица Y

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_5} & -\frac{1}{\underline{Z}_4} & -\frac{1}{\underline{Z}_5} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_4} & \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_6} & -\frac{1}{\underline{Z}_6} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_5} & -\frac{1}{\underline{Z}_6} & \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_5} + \frac{1}{\underline{Z}_6} \end{bmatrix},$$

- елементот \underline{Y}_{kk} е еднаков на сумата на адмитанциите на сите елементи на кои им припаѓа јазелот k ,
- елементот \underline{Y}_{ik} е еднаков на сумата на адмитанциите на сите елементи што директно ги поврзуваат јазлите i и k , со променет знак.

Метод на јазлови потенцијали – матрично

Кирхофовиот закон за струи за сите јазли одеднаш

$$\underline{\mathbf{J}} = \mathbf{C} \cdot \underline{\mathbf{I}} = \mathbf{C} \cdot \left[\underline{I}_1 \quad \underline{I}_2 \quad \underline{I}_3 \quad \underline{I}_4 \quad \underline{I}_5 \quad \underline{I}_6 \right]^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

матрица на инциденција

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Метод на јазлови потенцијали – матрично

$$\underline{\mathbf{U}}_{\text{GR}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{U}},$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{\text{GR}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_3 \\ \underline{U}_2 - \underline{U}_3 \end{bmatrix},$$

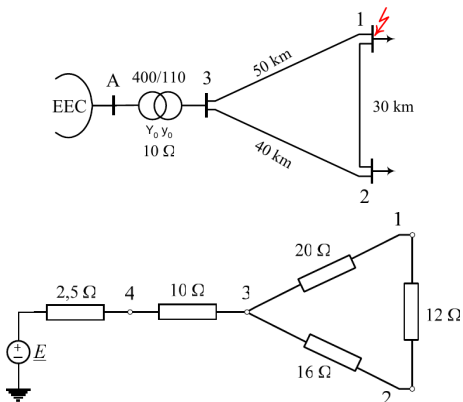
$$\underline{\mathbf{Z}}_{\text{GR}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_6 \end{bmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\text{GR}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{\text{GR}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\text{GR}}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{U}},$$

$$\underline{\mathbf{J}} = \mathbf{A}^T \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\text{GR}}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{U}} \Rightarrow \underline{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}^T \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\text{GR}}^{-1} \cdot \mathbf{A}$$

Пример 8

Пример 4.2 од книгата: За системот на сликата се познати $X_{EES}^d = 2,5 \Omega$, $X_T = 10 \Omega$, $x_d = 0,4 \Omega/\text{km}$ за сите водови. Со помош на матричната постапка пресметаат напоните и струи во прикажаниот ЕЕС за време на трифазна куса врска настаната кај јазелот 1. Пред настанување на кусата врска системот работел во режим на празен од.



Пример 8

programi/primer_4_2_maty.m

```
1 mreza = [4 3 10
2         3 1 20
3         3 2 16
4         2 1 12];
5
6 generatori = [4 2.5];
7
8 [p, k, x] = deal(mreza(:,1), mreza(:,2), mreza(:,3));
9
10 ngr = size(mreza, 1);
11 n = max([p; k]);
12
13 A = sparse(1:ngr, p, ones(ngr, 1), ngr, n) - ...
14     sparse(1:ngr, k, ones(ngr, 1), ngr, n);
15 Y = A' * sparse(1:ngr, 1:ngr, 1./x) * A;
16
17 [ig, xg] = deal(generatori(:, 1), generatori(:, 2));
18 Y = Y + sparse(ig, ig, 1./xg, n, n)
19
20 kv = 1;
21 I = zeros(4,1); I(kv) = 1;
22
23 Z = Y\I
24
25 Jd = 110/sqrt(3)/Z(kv)
26 Ud = 110/sqrt(3) - Z*Jd
27 Id = A*Ud./x
```

Пример 8

Во програмата се користи командата `sparse` која што ја има следната синтакса

```
S = sparse(i,j,s,m,n)
```

векторите i , j и s се користат за генерирање на ретка матрица со димензии $m \times n$ за чии елементи важи следното $S(i(k), j(k)) = s(k)$. Векторите i , j и s треба да се со иста должина. Ако во s постојат елементи еднакви на нула тие се игнорираат, а доколку во i и j има дупликати тогаш елементите од s на тие позиции се собираат.

```
S = sparse([3 2 3 4 1],[1 2 2 3 4],[1 2 3 4 5],4,4)
```

```
S =
```

(3,1)	1
(2,2)	2
(3,2)	3
(4,3)	4
(1,4)	5

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Пример 8

```
>> primer_4_2_maty
Y =
(1,1)    0.1333
(2,1)   -0.0833
(3,1)   -0.0500
(1,2)   -0.0833
(2,2)    0.1458
(3,2)   -0.0625
(1,3)   -0.0500
(2,3)   -0.0625
(3,3)    0.2125
(4,3)   -0.1000
(3,4)   -0.1000
(4,4)    0.5000

Z =
24.1667
19.1667
12.5000
 2.5000

Jd =
 2.6279

Ud =
 0.0000
13.1397
30.6593
56.9387

Id =
 2.6279
 1.5330
 1.0950
 1.0950
```